

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
\_\_\_\_\_ Д.А. Таюрский  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Метод граничных элементов

Направление подготовки: 01.04.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика твердого деформируемого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): доцент, к.н. (доцент) Великанов П.Г. (Кафедра теоретической механики, отделение механики), Petr.Velikanov@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ОПК-2	Способен разрабатывать и применять новые методы математического моделирования в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности
ПК-3	Способен к организации учебной деятельности в области физико-математических дисциплин

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

знать теорию и приложения метода граничных элементов для решения задач механики деформируемого твердого тела

Должен уметь:

ориентироваться в выборе расчетных схем и методах определения искомых параметров с помощью метода граничных элементов

Должен владеть:

владеть навыками расчетов конструкций при различных условиях нагружения с использованием разновидностей метода граничных элементов

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять теоретические знания о методах расчета конструкций на прочность, жесткость и устойчивость в условиях статического нагружения и ориентироваться в выборе расчетных схем и разновидностей метода граничных элементов для определения искомых параметров

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.04.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.03 "Механика и математическое моделирование (Механика твердого деформируемого тела)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 37 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 17 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лаборато- рные работы, всего	Лаборато- рные в эл. форме	
1.	Тема 1. Виды операторов. Некоторые приближенные методы и их связь с методом граничных элементов. Метод взвешенных невязок и его ослабленные формулировки.	3	2	0	2	0	0	0	2
2.	Тема 2. Интегральное преобразование Фурье. Некоторые сведения по теории обобщенных функций. Фундаментальные решения дифференциальных уравнений. Решение задач изгиба балки и пологой цилиндрической панели прямым и непрямым методами граничных элементов.	3	4	0	4	0	0	0	4
3.	Тема 3. Определение ядер потенциалов. Формулы дифференцирования обобщенных функций. Определение производных фундаментального решения. Предельное представление потенциалов на границе области. Интегральные уравнения метода компенсирующих нагрузок.	3	4	0	4	0	0	0	4
4.	Тема 4. Аппроксимация границы и неизвестных функций на граничном элементе. Вычисление сингулярных интегралов.	3	4	0	4	0	0	0	4
5.	Тема 5. Решение задач изгиба и плоского напряженного состояния пластин методом компенсирующих нагрузок. Интегральные уравнения метода компенсирующих нагрузок. Алгоритм расчета.	3	4	0	4	0	0	0	3
	Итого		18	0	18	0	0	0	17

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### **Тема 1. Виды операторов. Некоторые приближенные методы и их связь с методом граничных элементов. Метод взвешенных невязок и его ослабленные формулировки.**

Самосопряженные и положительно определенные операторы. Построение приближенного решения краевой задачи. Некоторые приближенные методы и их связь с методом граничных элементов. Метод взвешенных невязок. Метод коллокаций. Элементарные сведения из теории обобщенных функций. Дельта-функция Дирака. Функция Хевисайда. Метод конечных разностей и его связь с методом коллокаций. Метод моментов. Метод Бубнова-Галеркина. Ослабленные формулировки метода взвешенных невязок.

##### **Тема 2. Интегральное преобразование Фурье. Некоторые сведения по теории обобщенных функций. Фундаментальные решения дифференциальных уравнений. Решение задач изгиба балки и пологой цилиндрической панели прямым и непрямым методами граничных элементов.**

Интегральное преобразование Фурье. Некоторые сведения по теории обобщенных функций. Преобразования Фурье обобщенных функций. Фундаментальные решения дифференциальных уравнений и их свойства. Фундаментальные решения дифференциальных уравнений изгиба и растяжения балки. Матрица фундаментальных решений для задач деформирования длинной пологой цилиндрической панели. Решение задач изгиба и растяжения балок методом компенсирующих нагрузок. Решение задач изгиба балок прямым методом граничных элементов. Решение задач деформирования длинной пологой цилиндрической панели методом компенсирующих нагрузок. Двумерное интегральное преобразование Фурье. Построение матрицы фундаментальных решений для плоского напряженного состояния пластины. Построение фундаментального решения для задачи изгиба пластины.

**Тема 3. Определение ядер потенциалов. Формулы дифференцирования обобщенных функций. Определение производных фундаментального решения. Предельное представление потенциалов на границе области. Интегральные уравнения метода компенсирующих нагрузок.**

Определение ядер потенциалов. Формулы дифференцирования. Определение производных фундаментального решения. Предельное представление потенциалов на границе области. Интегральные уравнения метода компенсирующих нагрузок. Конечные значения расходящихся интегралов. Вычисление сингулярных интегралов на контуре. Алгоритм решения задачи.

**Тема 4. Аппроксимация границы и неизвестных функций на граничном элементе. Вычисление сингулярных интегралов.**

Аппроксимация и дискретизация границы и неизвестных функций на конечном элементе. Постоянный, линейный и квадратичный элемент. Вычисление сингулярных интегралов от ядер интегральных уравнений для постоянного элемента. Анализ предельных значений потенциалов по методике Панича при переходе через контур.

**Тема 5. Решение задач изгиба и плоского напряженного состояния пластин методом компенсирующих нагрузок. Интегральные уравнения метода компенсирующих нагрузок. Алгоритм расчета.**

Уравнения изгиба, плоского напряженного состояния и краевые условия для тонких пластин. Решение задач изгиба и плоского напряженного состояния пластин методом компенсирующих нагрузок. Интегральные уравнения метода компенсирующих нагрузок. Определение ядер интегральных уравнений. Вычисление расходящихся интегралов. Алгоритм расчета.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

**6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

**7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Александров\_Сопrotивление материалов - <http://sopromat.vstu.ru/ucheb.html>

Горшков\_Сопrotивление материалов - <http://sopromat.vstu.ru/ucheb.html>

Интернет ресурс по сопrotивлению материалов - <http://sopromat.org/books/>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Ваше обучение должно начаться с внимательного ознакомления с программой курса, обязательными элементами которой являются: - перечень тем, подлежащих усвоению; - список учебных пособий и рекомендуемой литературы; - список контрольных вопросов Изучать данную учебную дисциплину следует, переходя от темы к теме, ничего не пропуская и не забегая вперед. Это обусловлено внутренней логикой науки, очевидным движением от простого к сложному
практические занятия	Очень важно, чтобы теоретические положения разновидностей метода граничных элементов (прямой и непрямой (метод компенсирующих нагрузок) МГЭ), отмеченные на лекциях, были вовремя проверены в рамках практических занятий, не оставляя непонятых тем, поскольку 'пробелы' имеют обыкновение нарастать, как снежный ком.
самостоятельная работа	Очень важно, чтобы не оставалось непонятых положений, поскольку 'пробелы' имеют обыкновение нарастать, как снежный ком. Помните, что в процессе освоения любой науки вам необходимо: - уяснить ее связь с другими отраслями знаний; - получить четкое представление об объекте исследования и предмете данной науки; - освоить основные достижения в данной области знаний; - представлять спектр нерешенных проблем и перспективных направлений их развития.
экзамен	При подготовке к экзамену прочитайте и вспомните всё содержание курса. Для поиска и проработки обширного круга дополнительных источников важно свободно ориентироваться в информационных потоках. Большую помощь, помимо библиотек, может оказать Internet. При изучении курса особое внимание необходимо обратить на классификацию и специфические особенности разных моделей.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.03 "Механика и математическое моделирование" и магистерской программе "Механика твердого деформируемого тела".

*Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.04.03 Метод граничных элементов*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика твердого деформируемого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

**Основная литература:**

1. Бреббия К., Телес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. - М.: Мир, 1987, - 524 с.
2. Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. - М.: Мир, 1982, - 244 с.
3. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. - М.: Мир, 1984, - 494 с.
4. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. - М.: Мир, 1987, - 326 с.
5. Шевченко В.П. Интегральные преобразования в теории пластин и оболочек. Учебное пособие. - Донецк: Донецкий государственный университет, 1977. - 116 с.
6. Артюхин Ю.П., Грибов А.П. Решение задач нелинейного деформирования пластин и пологих оболочек методом граничных элементов. - Казань: ФЭН, 2002. - 198 с.

**Дополнительная литература:**

1. Верюжский Ю.В. Численные методы потенциала в некоторых задачах прикладной механики. - Киев: Вища школа, 1978. - 181 с.



*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.04.03 Метод граничных элементов*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика твердого деформируемого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.