МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
_____ Д.А. Таюрский
"___"_____20___ г.

Программа дисциплины

Банаховы алгебры и представления

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

13. Приложение №1. Фонд оценочных средств

14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. (доцент) Гумеров Р.Н. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Renat.Gumerov@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

знать основные определения, теоремы и факты теории банаховых алгебр

Должен уметь:

Уметь решать задачи и доказывать теоремы

Должен владеть:

владеть методами теории банаховых алгебр

Должен демонстрировать способность и готовность:

Обучающийся должен знать основные определения, теоремы и факты теории банаховых алгебр. Уметь решать задачи и доказывать теоремы. Знать связь теории банаховых алгебр с други разделами математики и физики.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.05.04 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к дисциплинам по выбору части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 73 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 35 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
1.	Тема 1. Банаховы алгебры	7	12	0	12	0	0	0	12
2.	Тема 2. C*-алгебры	7	12	0	12	0	0	0	12
3.	Тема 3. Представления	7	12	0	12	0	0	0	11

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
	Итого		36	0	36	0	0	0	35

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Банаховы алгебры

Алгебры. Банаховы алгебры. Унитализация алгебры. Непрерывность операций. Ряды.

Обратимость. Гомоморфизмы. Характеры. Характеры коммутативной банаховой алгебры.

Теорема Банаха-Алаоглу. Локальная компактность и компактность пространства характеров. Спектр и резольвента. Теорема Гельфанда-Мазура. Идеалы. Фактор-алгебра. Характеры и максимальные идеалы. Представление Гельфанда.

Тема 2. С*-алгебры

Инволюция и ее свойства. Инволютивные алгебры и их свойства. Эрмитовы, нормальные и унитарные элементы в инволютивной алгебре. С*-алгебра. С*-свойство нормы. Инволютивный гомоморфизм. Спектр. Представление Гельфанда коммутативной С*-алгебры. Присоединение единицы к С*-алгебре. Теорема Стоуна-Вейерштрасса. Теорема Какутани-Крейна.

Тема 3. Представления

Первая теорема Гельфанда-Наймарка. С*-алгебра, порожденная нормальным элементом. Функциональное исчисление в С*-алгебрах. Положительные элементы в С*-алгебрах. Аппроксимативная единица. Факторизация С*-алгебры по замкнутому идеалу. Морфизмы

С*-алгебр. Положительные функционалы. Состояния. Представления. ГНС-конструкция. Вторая теорема Гельфанда-Наймарка.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

кафедра математики физ. фак-та МГУ - http://matematika.phys.msu.ru/stud_spec/127

учебные материалы мех-мата МГУ - http://www.mexmat.net/materials/6/

Функциональный анализ Викиконспекты - http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

кафедра математики физ. фак-та МГУ - http://matematika.phys.msu.ru/stud_spec/127

учебные материалы мех-мата МГУ - http://www.mexmat.net/materials/6/

Функциональный анализ Викиконспекты - http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Для изучения материала рекомендуется повторить элементы теории множеств, теории рядов, базовые разделы топологии, разделы линейной алгебры о линейных операторах и теорию идеалов. В ходе лекций вести подробное конспектирование учебного материала. Желательно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения ключевых положений излагаемого материала. Оставить в лекционных тетрадях поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал лекций, а также подчеркивающие важность тех или иных теоретических положений и практических приложений. Перед каждой лекцией и после нее необходимо прорабатывать материал соответственно предыдущей и прошедшей лекции.
практические занятия	Повторить соответствующие разделы математического анализа, линейной алгебры и топологии.В ходе занятий вести конспектирование решений задач. Желательно участвовать в обсуждении всех решаемых задач.Обращать внимание на научные выводы и практические рекомендации, связанные с рассматриваемыми задачами.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоя-тельная работа	Перед каждым занятием и каждой лекцией необходимо решать задачи предыдущего занятия и прорабатывать материал предыдущей лекции. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. При подготовке к занятиям использовать литературу предложенную преподавателем и обращаться за методической помощью к нему.
зачет	К зачету повторить все определения и формулировки и доказательства всех теорем из курса. Желательно попытаться доказать теоремы без использования конспектов. Прорешать все задачи и примеры, разобранные на занятиях и в домашних заданиях. Рекомендуется прорешать дополнительные задачи аналогичного типа из рекомендованных задачников и учебников. Рекомендуется также посмотреть доказательства теорем в дополнительной литературе.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.05.04 Банаховы алгебры и представления

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Основная литература:

1. Хелемский, А. Я. Лекции по функциональному анализу : учебник / А. Я. Хелемский. - 2-е изд. - Москва : МЦНМО, 2014. - 560 с. - ISBN 978-5-4439-2043-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/56415 (дата обращения: 17.03.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Бородин, П. А. Задачи по функциональному анализу : учебное пособие / П. А. Бородин, А. М. Савчук, И. А. Шейпак. - Москва : МЦНМО, 2017. - 336 с. - ISBN 978-5-4439-3092-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/92693 (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3.Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 400 с. - ISBN 978-5-8114-1958-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/168870 (дата обращения: 29.01.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие / А. Н. Шерстнев . - 5-е изд. - Электр. дан. (1 файл: 2,66 Мб) . - Казань : Казанский государственный университет, 2009. - 374 с. - Текст : электронный. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: открытый.

2. Шерстнев, А. Н. Методы билинейных форм в некоммутативной теории меры и интеграла / А. Н. Шерстнев. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 264 с. - ISBN 978-5-9221-0911-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/59501 (дата обращения: 29.01.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Бирман, М. Ш. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве : учебное пособие / М. Ш. Бирман, М. З. Соломяк. - 2-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-1076-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/635 (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Хелемский, А. Я. Квантовый функциональный анализ в бескоординатном изложении : монография / А. Я. Хелемский. - Москва : МЦНМО, 2009. - 304 с. - ISBN 978-5-94057-507-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/9433 (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Пирковский, А. Ю. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов : учебное пособие / А. Ю. Пирковский. - Москва : МЦНМО, 2010. - 176 с. - ISBN 978-5-94057-573-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/9384 (дата обращения: 17.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей..

6.Наймарк, М. А. Нормированные кольца / М. А. Наймарк. - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 688 с. - ISBN 978-5-9221-1273-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/2750 (дата обращения: 29.01.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.05.04 Банаховы алгебры и представления

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.