

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский  
01 » июня 2021 г.



*подписано электронно-цифровой подписью*

## **Программа дисциплины**

Дифференциальная геометрия и топология

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика  
Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2021

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. (Кафедра геометрии, отделение математики), vadim.shurygin ; Сосов Евгений Николаевич

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия и методы дифференциальной геометрии и топологии, формулировки утверждений и методы их доказательства, основные области их приложений.

Должен уметь:

решать задачи теоретического характера в дифференциальной геометрии и топологии.

Должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальной геометрии и топологии, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области. Понимать идеи, цели и задачи предмета, его связь с другими математическими дисциплинами

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять идеи и методы дифференциальной геометрии и топологии, ориентироваться в структуре дифференциальной геометрии и топологии.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.04 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к части ОПОП ВО, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 2 курсе в 3, 4 семестрах.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) на 252 часа(ов).

Контактная работа - 146 часа(ов), в том числе лекции - 72 часа(ов), практические занятия - 72 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 2 часа(ов).

Самостоятельная работа - 70 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная ра- бота
N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	Само- стоя- тель- ная ра- бота
1.	Тема 1. Векторная функция, её частные производные и дифференциал. Матрица Якоби. Специальные векторные функции.	3	4	0	4	0	0	0	3
2.	Тема 2. Параметризованная кривая, неявно заданная кривая. Натуральный параметр. Касательная прямая. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых.	3	4	0	4	0	0	0	4
3.	Тема 3. Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Геометрический и механический смысл кривизны и кручения. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Соприкасающаяся сфера кривой.	3	4	0	4	0	0	0	4
4.	Тема 4. Параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности.	3	4	0	4	0	0	0	4
5.	Тема 5. Метрический тензор. Вычисление длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности.	3	4	0	4	0	0	0	4
6.	Тема 6. Главные кривизны и главные направления поверхности. Полная и средняя кривизны поверхности.	3	4	0	4	0	0	0	4
7.	Тема 7. Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении. Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.	3	4	0	4	0	0	0	4
8.	Тема 8. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Поверхности постоянной полной кривизны.	3	4	0	4	0	0	0	4
9.	Тема 9. Метрическое и топологическое пространства. База и предбаза топологии. Локальная база.	3	4	0	4	0	0	0	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Се- местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само- стоя- тель- ная рабо- та
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи- ческие занятия, всего	Практи- ческие в эл. форме	Лабора- торные работы, всего	Лабора- торные в эл. форме	
10.	Тема 10. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства. Аксиомы отделимости.	4	4	0	4	0	0	0	4
11.	Тема 11. Связное и линейно связные топологические пространства. Компоненты связности. Компактные топологические пространства.	4	4	0	4	0	0	0	4
12.	Тема 12. Паракомпактное топологическое пространство. Понятие многообразия.	4	4	0	4	0	0	0	4
13.	Тема 13. Морфизмы многообразий. Подмногообразие многообразия. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.	4	4	0	4	0	0	0	4
14.	Тема 14. Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.	4	4	0	4	0	0	0	4
15.	Тема 15. Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Скобка векторных полей. Поток векторного поля.	4	4	0	4	0	0	0	4
16.	Тема 16. Тензорное поле на многообразии. Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Внешние формы на дифференцируемом многообразии.	4	4	0	4	0	0	0	4
17.	Тема 17. Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная.	4	4	0	4	0	0	0	4
4.2	<b>Содержание дисциплины (модуля)</b> Тема 1. Векторная функция, её частные производные и дифференциал. Матрица Якоби. Специальные векторные функции. Определения векторной функции скалярного аргумента, её производной и дифференциала. Свойства векторной функции скалярного аргумента, её производной и дифференциала. Теоремы о векторных функциях постоянной длины, постоянного направления и параллельной постоянной плоскости. Свойства векторных функций постоянной длины, постоянного направления и параллельные постоянной плоскости.								3
					72	0	0	0	70

**Тема 2. Параметризованная кривая, неявно заданная кривая. Натуральный параметр. Касательная прямая. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых.**

Кривые. Простая дуга кривой, параметризованная кривая, плоская кривая, кривая заданная неявно. Натуральный параметр параметризованной кривой. Построение кривых на компьютере. Пространственные кривые. Репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых. Задачи на вычисление кривизны и кручения.

**Тема 3. Формулы Френе. Натуральное уравнение кривой. Геометрический и механический смысл кривизны и кручения. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Соприкасающаяся сфера кривой.**

Формулы Френе. Натуральное уравнение плоской параметризованной кривой и натуральные уравнения пространственной параметризованной кривой. Построение сопровождающего трехгранника кривой на компьютере. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Эволюта плоской кривой. Касание кривых. Соприкасающаяся сфера кривой.

**Тема 4. Параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности.**

Поверхности. Простой кусок поверхности, параметризованная поверхность, поверхность, заданная неявно, уравнения касательной плоскости и нормали. Тензоры в векторном пространстве. Координаты тензора. Алгебраические операции над тензорами, внешнее произведение. Тензорные поля на поверхности. Внешние формы на векторном пространстве.

**Тема 5. Метрический тензор. Вычисление длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности.**

Метрический тензор и его координаты. Применение метрического тензора для вычисления длин дуг кривых, углов между кривыми и площадей кусков поверхности. Деривационные уравнения поверхности. Коэффициенты связности. Вторая квадратичная форма поверхности. Отображения и изометрия поверхностей. Наложимость двух поверхностей и понятие внутренней геометрии поверхности.

**Тема 6. Главные кривизны и главные направления поверхности. Полная и средняя кривизны поверхности.**

Вычисление коэффициентов оператора Вейнгартена (формы). Главные кривизны и главные направления гладкой параметризованной поверхности, их нахождение.

Вычисление полной и средней кривизн поверхности. Нахождение эллиптических, сферических, гиперболических и параболических точек. Применение теоремы Гаусса.

**Тема 7. Нормальная кривизна поверхности в данной точке, в данном направлении. Теорема Эйлера. Строение поверхности в окрестности регулярной точки.**

Вычисление нормальной кривизны гладкой параметризованной поверхности в данной точке, в данном направлении.

Применение теоремы Эйлера для нахождения нормальной кривизны. Строение гладкой параметризованной поверхности в окрестности регулярной точки. Вычисление кривизн плоских нормальных сечений поверхности.

**Тема 8. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезики. Поверхности постоянной полной кривизны.**

Вычисление геодезической кривизны кривой на гладкой параметризованной поверхности. Свойства геодезических кривых и их нахождение на поверхностях вращения. Поверхности постоянной полной кривизны, их внутренняя геометрия. Развертывающиеся поверхности и их свойства. Псевдосфера и ее связь с геометрией Лобачевского.

**Тема 9. Метрическое и топологическое пространства. База и предбаза топологии. Локальная база.**

Аксиомы метрического и топологического пространств. Внутренние, предельные и граничные точки множеств. Точки прикосновения.

Свойства внутренности, замыкания и границы множества в топологическом пространстве. Открытые и замкнутые шары. Диаметр множества. Ограниченные множества. База и предбаза топологии. Локальная база.

**Тема 10. Непрерывное отображение топологических пространств. Гомеоморфные топологические пространства. Аксиомы отделимости.**

Свойства непрерывных отображений топологических и метрических пространств. Композиция непрерывных отображений топологических пространств. Гомеоморфизм топологических пространств. Аксиомы отделимости. Достижимое, отделимое, регулярное и нормальное топологические пространства. Нормальность метрического пространства.

**Тема 11. Связное и линейно связные топологическое пространство. Компоненты связности. Компактные топологические пространства.**

Свойства связных и линейно связных топологических пространств. Компоненты связности и линейной связности. Связные и линейно связные множества в топологическом пространстве. Компактные топологические пространства и множества. Компактные множества в стандартном арифметическом пространстве. Топология произведения топологических пространств. Теорема Тихонова.

**Тема 12. Паракомпактное топологическое пространство. Понятие многообразия.**

Свойства паракомпактных топологических пространств. Разбиение единицы топологического пространства. Первая и вторая аксиомы счетности. Сепарабельность топологического пространства. Определения топологического и дифференцируемого многообразий. Примеры дифференцируемых многообразий. Задачи на введение структуры многообразия.

**Тема 13. Морфизмы многообразий. Подмногообразие многообразия. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия.**

Свойства морфизмов и диффеоморфизмов дифференцируемых многообразий. Открытые подмногообразия. Ранг морфизма. Подмногообразие многообразия. Задание дифференцируемого многообразия уравнениями. Иммерсии и субмерсии. Вложенные и погруженные многообразия. Примеры вложенных и погруженных дифференцируемых подмногообразий.

**Тема 14. Касательное и кокасательное пространства. Дифференциал морфизма многообразий.**

Касательное и кокасательное пространства в точке дифференцируемого многообразия. Натуральные базис и кобазис. Дифференциалы морфизмов дифференцируемых многообразий. Нахождение координатных представлений морфизмов дифференцируемых многообразий в соответствующих окрестностях и установление их свойств.

### **Тема 15. Векторное поле на дифференцируемом многообразии. Скобка векторных полей. Поток векторного поля.**

Свойства векторных полей на дифференцируемом многообразии. Гладкое векторное поле как оператор дифференцирования.

Скобка гладких векторных полей. Тензорное поле на многообразии, его координаты относительно карты. Поведение тензорных полей при отображении дифференцируемых многообразий. Поток гладкого векторного поля.

### **Тема 16. Тензорное поле на многообразии. Поведение тензорных полей при отображении многообразий. Внешние формы на дифференцируемом многообразии.**

Операции над тензорными полями и их координатами: сложение, умножение на функцию, тензорное произведение, свертка. Свойства внешних форм на дифференцируемом многообразии. Вычисление координат кососимметричных тензорных полей на дифференцируемом многообразии относительно карты и внешних дифференциалов от них.

### **Тема 17. Линейная связность на многообразии. Ковариантная производная.**

Свойства линейной связности на дифференцируемом многообразии и закон преобразования компонент линейной связности при замене карты. Нахождение ковариантных производных гладких тензорных полей разных валентностей. Параллельное перенесение гладких векторных полей вдоль кусочно-гладких путей на дифференцируемом многообразии.

### **Тема 18. Тензор кручения и тензор кривизны пространства аффинной связности. Риманово и псевдориманово многообразие. Риманов тензор кривизны. Скалярная и секционная кривизны.**

Свойства тензора кручения и тензора кривизны пространства аффинной связности. Алгебраическое и дифференциальное тождества Бианки. Тензор Риччи. Риманово и псевдориманово многообразие. Геометрический смысл тензора кривизны. Риманов тензор кривизны. Скалярная кривизна и гауссова кривизны. Секционные кривизны.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Конспект лекций по математическому анализу. Издание пятое./А.Н.Шерстнев.-Казань: КГУ, 2009. -374с. - [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)

Лекции Шапукова Б.Н. по дифференциальной геометрии и основам тензорного анализа - <http://ksu.ru/f5/index.php?id=7&num=2>.

Пакет математических вычислений Maxima - <http://maxima.sourceforge.net/>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемому результату обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);

- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Дифференциальная геометрия и топология - <https://teach-in.ru/course/difgeom-and-topology-fomenko>

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ КРИВЫХ И ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ - [https://kpfu.ru/portal/docs/F1676918657/05\\_120\\_000327.pdf](https://kpfu.ru/portal/docs/F1676918657/05_120_000327.pdf)

Пакет математических вычислений Mathematica - <http://www.wolfram.com/>

Пакет математических вычислений Maxima - <http://maxima.sourceforge.net/>

ТОПОЛОГИЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ - <https://math.vsu.ru/chair/alg/jul07001.pdf>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.
практические занятия	В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений и оптимальных способов решения различных типов задач. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.
самостоятельная работа	Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ.
зачет	Освоить теоретический материал по всем темам. Для этого выучить все определения основных понятий и все основные формулы, формулировки теорем, затем понять идеи доказательств теорем и выучить эти доказательства. Повторить идеи и методы решения всех стандартных задач по всем темам. Выбрать сложные задачи и решить их.



Вид работ	Методические рекомендации
экзамен	<p>Освоить теоретический материал по всем темам. Для этого выучить все определения основных понятий и все основные формулы, формулировки теорем, затем понять идеи доказательств теорем и выучить эти доказательства.</p> <p>Повторить идеи и методы решения всех стандартных задач по всем темам.</p> <p>Выбрать сложные задачи и решить их.</p>

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

**12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

*Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.04 Дифференциальная геометрия и топология*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

**Основная литература:**

1. Кузовлев, В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебник / В. П. Кузовлев, Н. Г. Подаева. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1360-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59618> (дата обращения: 20.10.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию : учебное пособие / В. И. Паньженский. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 240 с. - ISBN 978-5-8114-1979-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/168849> (дата обращения: 20.11.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Примаков, Д. А. Геометрия и топология [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. А. Примаков, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : МФПА, 2011. - 272 с. (Университетская серия). - ISBN 978-5-902597-13-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/451172> (дата обращения: 20.10.2021). - Режим доступа: по подписке.

**Дополнительная литература:**

1. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие / А. Н. Шерстнев . - 5-е изд. - Электр. дан. (1 файл: 2,66 Мб) . - Казань : Казанский государственный университет, 2009. - 374 с. - Текст : электронный. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf) (дата обращения: 20.10.2021). - Режим доступа: открытый.
2. Гумеров, Р. Н. Элементы общей топологии: учебное пособие / Р. Н. Гумеров. - Казань: Издательство КГУ, 2007. - 90 с. - Текст : электронный. - URL: <http://window.edu.ru/resource/051/53051/files/ksu046.pdf> (дата обращения: 20.10.2021). - Режим доступа: открытый.
3. Подран, В. Е. Элементы топологии : учебное пособие / В. Е. Подран. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 188 с. - ISBN 978-5-8114-5835-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/147138> (дата обращения: 20.10.2021). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

*Приложение 3*  
*к рабочей программе дисциплины (модуля)*  
*Б1.В.04 Дифференциальная геометрия и топология*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.