

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ

\_\_\_\_\_ Д.А. Таюрский

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Теория приближения функций

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Juriy.Agachev@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

связь свойств гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах

Должен уметь:

формулировать прямые и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств, применять их на практике

Должен владеть:

навыками получения оценок приближения функций полиномами, сплайнами и другими конструкциями

Должен демонстрировать способность и готовность:

применить теорию при приближении различных классов функций полиномами и сплайнами, указать порядок сходимости к нулю наилучших приближений для функций полиномов и сплайнов

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.06.05 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения	5	1	0	0	2
2.	Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Полином наилучшего равномерного приближения	5	2	3	0	6

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Прямые и обратные теоремы в периодическом случае	5	3	2	0	6
4.	Тема 4. Прямые и обратные теоремы в алгебраическом случае	5	3	2	0	5
5.	Тема 5. Операторы Фурье, Фейера, Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского	5	3	3	0	6
6.	Тема 6. Тригонометрический оператор Фурье-Лагранжа	5	2	3	0	4
7.	Тема 7. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева	5	2	3	0	4
8.	Тема 8. Приближение функций сплайнами	5	2	2	0	3
	Итого		18	18	0	36

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения

1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве и их основные свойства.
2. Функционал наилучшего приближения и его свойства.
3. Элемент наилучшего приближения.
4. Существование и единственность элемента наилучшего приближения.
5. Оператор наилучшего приближения и его свойства
6. Последовательность наилучших приближений.

##### Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Полином наилучшего равномерного приближения

1. Наилучшие равномерные приближения непериодической функции алгебраическими многочленами.
2. Наилучшие равномерные приближения периодической функции тригонометрическими полиномами.
3. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
4. Полином наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева в периодическом и непериодическом случаях.

##### Тема 3. Прямые и обратные теоремы в периодическом случае

1. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство.
2. Первая теорема Джексона для периодических функций.
3. Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае.
4. Вторая теорема Джексона.
5. Первое неравенство Бернштейна.
6. Теоремы Бернштейна в периодическом случае.

##### Тема 4. Прямые и обратные теоремы в алгебраическом случае

1. Индуцированная функция.
2. Связь наилучших равномерных приближений искомой и индуцированной функций.
3. Оценка модуля непрерывности индуцированной функции через модуль непрерывности искомой.
4. Теоремы Джексона в алгебраическом случае.
5. Второе неравенство Бернштейна.
6. Теоремы Бернштейна в алгебраическом случае.

##### Тема 5. Операторы Фурье, Фейера, Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского

1. Суммы Фурье. Представление через сингулярный интеграл Дирихле.
2. Второе интегральное представление суммы Фурье.
3. Оценка суммы Фурье через саму периодическую функцию.
4. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье.
5. Сумма Фейера и ее интегральное представление.

6. Аппроксимационное свойство оператора Фейера.
7. Теоремы Бернштейна о приближении функций из классов Гельдера.
8. Приближение периодических функций суммами Валле-Пуссена.
9. Представление суммы Валле-Пуссена через суммы Фейера.
10. Равномерная сходимости сумм Валле-Пуссена.
11. Приближение периодических функций суммами Бернштейна-Рогозинского.
12. Интегральное представление суммы Бернштейна-Рогозинского.
13. Равномерная сходимости сумм Бернштейна-Рогозинского.

#### **Тема 6. Тригонометрический оператор Фурье-Лагранжа**

1. Интерполяционный тригонометрический полином Лагранжа.
2. Представление тригонометрического полинома.
3. Представление полинома Лагранжа в случае равноотстоящих узлов.
4. Оператор Фурье-Лагранжа и его свойства.
5. Свойства коэффициентов Фурье-Лагранжа.
6. Достаточные условия равномерной сходимости полинома Лагранжа.

#### **Тема 7. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева**

1. О приближении непериодических функций алгебраическими полиномами.
2. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева.
3. Аппроксимативные свойства полинома Лагранжа по узлам Чебышева первого рода.
4. Аппроксимативные свойства отрезка ряда Фурье по ортогональной системе полиномов Чебышева первого рода.
5. Аппроксимативные свойства полинома Бернштейна.

#### **Тема 8. Приближение функций сплайнами**

1. Полиномиальные сплайны.
2. Представление сплайнов произвольной степени и произвольного дефекта.
3. Интерполяционные полиномиальные сплайны дефекта 1.
4. Случаи четной и нечетной степеней.
5. Краевые условия для интерполяционных полиномиальных сплайнов.
6. Существование и единственность интерполяционных сплайнов.
7. Аппроксимативное свойство сплайнов нулевой степени.
8. Аппроксимативные свойства сплайнов первой степени.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоятельная работа	Самостоятельная работа требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников, их реферирования. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на практике. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> .
экзамен	При подготовке к экзамену необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на основную и дополнительную литературу по темам, которые разбирались на практических занятиях в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".



### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

#### Основная литература:

1. Волков, Е. А. Численные методы : учебник / Е. А. Волков. - 5-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 256 с. - ISBN 978-5-8114-0538-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/54>

(дата обращения: 18.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 400 с. - ISBN 978-5-8114-0799-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/537> (дата обращения: 18.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учебное пособие / Калиткин Н.Н., - 2-е изд., исправленное. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2015. - 587 с. ISBN 978-5-9775-2575-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944508> (дата обращения: 18.03.2020). - Режим доступа: по подписке.

#### Дополнительная литература:

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков ; под редакцией В.А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - Москва : Лаборатория знаний, 2015. - 243 с. - ISBN 978-5-9963-2980-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70743> (дата обращения: 18.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Суетин, П.К. Классические ортогональные многочлены : учебное пособие / П.К. Суетин. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 480 с. - ISBN 978-5-9221-0406-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2758> (дата обращения: 18.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах : учебное пособие / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. - 4-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-1888-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/65043> (дата обращения: 18.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.06.05 Теория приближения функций

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.