

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

_____ Д.А. Таюрский

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Изопериметрические неравенства математической физики

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Салахудинов Р.Г. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Rustem.Salahudinov@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

Учающийся должен демонстрировать способность:

1. Сформулировать и доказать неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.
2. Определить основные геометрические и физические величины, зависящие от формы и размера тела или области на плоскости.
3. Сформулировать классические изопериметрические неравенства на плоскости и в пространстве.
4. Привести не менее двух доказательств классического изопериметрического неравенства на плоскости.
5. Сформулировать и обосновать различные варианты неравенства Боннезена.
6. Формулировать задачи изопериметрического типа с дополнительными ограничениями и конструировать гипотезы в них.
7. Определить различные типы симметризации плоской области. Строить простейшие примеры.
8. Сформулировать свойства функционалов при симметризации.
9. Обосновать эквивалентность двух определений жесткости кручения плоской односвязной области.
10. Обосновать эквивалентность двух определений первой основной частоты колебания мембраны натянутой на плоскую односвязную область.
11. Формулировать и обосновать лемму о включении, а также применять её для вывода простейших оценок геометрических и физических функционалов на плоскости.
12. Строить функционалы, являющиеся сравнимыми функционалами, для классических характеристик выпуклой области.

Обучающийся должен демонстрировать готовность:

1. Построения приближенных формул при симметризации.
2. Строить контрпримеры к обратному классическому изопериметрическому неравенству на плоскости.
3. Вычислять функционалы области для простейших областей.
4. Строить гипотезы (неравенства, утверждения) на основании собственных вычислений.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.04.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости. Неравенство Боннезена. Многомерное изопериметрическое неравенство. Неравенство Брунно-Минковского.	7	6	6	0	12
2.	Тема 2. Основные функционалы на плоскости и в пространстве. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Свойства симметризации и её применение.	7	6	6	0	12
3.	Тема 3. Жесткость кручения и основная частота. Лемма о включении и её применение. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Построение контрпримеров.	7	6	6	0	12
Итого			18	18	0	36

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости. Неравенство Боннезена. Многомерное изопериметрическое неравенство. Неравенство Брунно-Минковского.

Среднее арифметическое, среднее гармоническое и среднее геометрическое. Базовые неравенства в анализе и их доказательство. Разбор некоторых доказательств по монографии Харди Г.Г., Литлвуд Дж.Е., Поля Г. "Неравенства". Основные неравенства в геометрическом анализе. Различные доказательства классического изопериметрического неравенства на плоскости по монографии Бураго Ю.Д., Залгаллер В.А. "Геометрические неравенства". Обобщение классического изопериметрического неравенства: 1) на поверхностях; 2) в различных пространствах. Неравенство Брунно-Минковского и доказательство n -мерного изопериметрического неравенства по учебному пособию Ф.Г. авхадиева "Неравенства для интегральных характеристик областей".

Тема 2. Основные функционалы на плоскости и в пространстве. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Свойства симметризации и её применение.

Основные геометрические и физические функционалы на плоскости и в пространстве. Простейшие примеры вычисления функционалов. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Симметризация Штейнера, Шварца, круговая, Маркуса, сферическая, усредняющая. Поляризация и диссимметризация. Свойства симметризации и её применение. Примеры построения неравенств, конструирование гипотез. Таблица неравенств по монографии Г. Поля и Г. Сегё "Изопериметрические неравенства в математической физике". Новые интегральные геометрические характеристики области и примеры их вычисления в простых случаях по материалам учебного пособия Салахудинова Р.Г. "Введение в теорию изопериметрических неравенств, I (Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств)".

Тема 3. Жесткость кручения и основная частота. Лемма о включении и её применение. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Построение контрпримеров.

Эквивалентность двух определений жесткости кручения и основной частоты колебания. Гипотеза Сен-Венана и основное изопериметрическое неравенство Фабера-Крана для основной частоты. Лемма о включении и её доказательство по монографии Г. Поля и Г. Сегё "Изопериметрические неравенства в математической физике". Эллипсоиды Лёвнера-Джона. Доказательство леммы о включении с точными константами. Формула Сен-Венана для жесткости кручения и применение леммы о включении. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Таблица Эссена сравнимых функционалов. Формула Эссена, неравенство Поля-Сегё, неравенство Макаи. Построение аппроксимационных формул на основе изопериметрических неравенств. Построение контрпримеров (по Г. Поля и Г. Сегё "Изопериметрические неравенства в математической физике" и др.).

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

DuraSpace - <http://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/59890>

DuraSpace - <http://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/36756>

DuraSpace - <http://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/66748>

repository KPFU - http://repository.kpfu.ru/?p_id=74045

repository KPFU - http://repository.kpfu.ru/?p_id=9966

repository KPFU - http://repository.kpfu.ru/?p_id=8852

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Карточка публикации на <http://repository.kpfu.ru/> - <http://libweb.ksu.ru/vufind/Record/RU02eLSL02eEOR02e333>

Карточка публикации на <http://repository.kpfu.ru/> - http://repository.kpfu.ru/?p_id=35117

Карточка публикации на <http://repository.kpfu.ru/> - http://repository.kpfu.ru/?p_id=9966

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекция, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
практические занятия	Практические занятия ведутся в отдельной тетради. Записи в тетради необходимо разделять по дате и по темам занятий. Рекомендуется использовать черновик для аккуратного ведения записей в основной тетради. Внимательно переписывать примеры, разобранные преподавателем. Рекомендуется знание основных понятий, определений и утверждений по соответствующим лекциям.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практический занятий. При решение задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия.
зачет	Подготовка к зачёту ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательной уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.04.01 Изопериметрические неравенства
математической физики

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Основная литература:

1. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной : учебник / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; под редакцией В. А. Ильина. - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. - ISBN 978-5-9221-0133-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48167> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Салахудинов Р. Г. Введение в теорию изопериметрических неравенств. I Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств: учебное пособие. - Казань: Казанский федеральный университет, 2013. - 100 с. - Текст : электронный. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_33_000342.pdf (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: открытый.

3. Авхадиев, Ф. Г. Введение в геометрическую теорию функций : [учебное пособие] / Ф. Г. Авхадиев. - Казань: Казанский университет, 2012. - 127 с. - Текст : электронный. - URL: http://kpfu.ru/portal/docs/F_896826336/Avhadiev._Vvedenie.v.geometricheskuju.teoriju.funkcij.pdf (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: открытый.

Дополнительная литература:

1. Львовский, С.М. Лекции по комплексному анализу : учебное пособие / С.М. Львовский. - 2-е изд., стер. - Москва : МЦНМО, 2009. - 136 с. - ISBN 978-5-94057-577-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9365> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : Лаборатория знаний, 2016. - 303 с. - ISBN 978-5-93208-209-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/840895> (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Авхадиев, Ф. Г. Точные оценки в теории функций: учебно-методическое пособие / Ф. Г. Авхадиев ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. - Электронные данные (1 файл: 177 Кб). - (Казань : Казанский федеральный университет, 2013). - Загл. с экрана. - Для 5-го, 6-го и 7-го семестров. - Режим доступа: только для студентов и сотрудников КФУ. - Текст : электронный. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_39_A5-000408.pdf (дата обращения: 12.03.2020). - Режим доступа: открытый.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.04.01 Изопериметрические неравенства
математической физики

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.