

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Уравнения с частными производными

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Наука о данных

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и): Бикчантаев И.А. ; доцент, д.н. (доцент) Киясов С.Н. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Sergey.Kijasov@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные уравнения колебаний, диффузии, Лапласа;
формулировки основных задач - задачи Коши, смешанной задачи (задачи Коши-Адамара), граничной задача.

Должен уметь:

решать и исследовать указанные выше задачи.

Должен владеть:

основными методами решения и исследования указанных выше задач, а также некоторыми общими методами теории уравнений в частных производных

Должен демонстрировать способность и готовность:

способность и готовность:

применять основные методы теории уравнений в частных производных на практике



2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.07 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.03.01 "Математика и компьютерные науки (Наука о данных)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 3, 4 курсах в 6, 7 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) на 252 часа(ов).

Контактная работа - 132 часа(ов), в том числе лекции - 66 часа(ов), практические занятия - 66 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 84 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: отсутствует в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Се-местр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Само-стоя-тельная ра-бота
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практи-ческие занятия, всего	Практи-ческие в эл. форме	Лабора-торные работы, всего	Лабора-торные в эл. форме	
1.	Тема 1. Вводные понятия и определения	6	4	0	2	0	0	0	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)						Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Лекции в эл. форме	Практические занятия, всего	Практические в эл. форме	Лабораторные работы, всего	Лабораторные в эл. форме	
2.	Тема 2. Метод Фурье. Фундаментальные функциональные пространства.	6	7	0	6	0	0	0	8
3.	Тема 3. Обобщенные функции	6	4	0	4	0	0	0	8
4.	Тема 4. Функции, определенные через дуальность. Свертка обобщенных функций. Метод характеристик.	6	6	0	14	0	0	0	12
5.	Тема 5. Пространство обобщенных функций медленного роста	6	11	0	6	0	0	0	12
6.	Тема 6. Обобщенные функции медленного роста и их применение к решению краевых задач	7	14	0	11	0	0	0	12
7.	Тема 7. Элементы теории ядер	7	6	0	11	0	0	0	12
8.	Тема 8. Уравнение Лапласа и Пуассона	7	14	0	12	0	0	0	16
	Итого		66	0	66	0	0	0	84

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Вводные понятия и определения

Понятие линейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка. Понятие квадратичной формы и классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Постановка задач для уравнений в частных производных второго порядка. Корректность постановки задач. Пример Адамара.

Тема 2. Метод Фурье. Фундаментальные функциональные пространства.

Метод Фурье (разделения переменных) решения смешанных задач (задач Коши-Адамара) для уравнений гиперболического и параболического типов. Понятие классического решения и классической постановки задачи. Необходимость расширения этих понятий. Фундаментальные функциональные пространства. Символика Лорана Шварца. Функция - шапочка. Регуляризация. Регуляризующие последовательности. Теорема регуляризации для обычных функций. Лемма типа Урысона. Дуальность и топологии в дуальном пространстве. Отображение, транспонированное к линейному непрерывному отображению. Его алгебраические и топологические свойства. Каноническое вложение дуальных пространств (без доказательства).

Тема 3. Обобщенные функции

Обобщенные функции. Определение, свойства. Характеристика обобщенных функций. Обобщенные функции конечного порядка, их характеристика. Меры Радона. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Разложение единицы. Теорема о разложении единицы. Принцип локализации. Следствие. Обобщенные функции с компактным носителем, их характеристика. Вложение в D' . Действия над обобщенными функциями. Мультипликативное произведение. Дифференцирование. Примеры. Смысловое значение символа и его расширение. Образы обобщенных функций при отображениях. Примеры.

Тема 4. Функции, определенные через дуальность. Свертка обобщенных функций. Метод характеристик.

Функции, определенные через дуальность. Прямое (тензорное) произведение обобщенных функций. Теоремы существования обобщенных функций.

Свертка обобщенных функций. Определение. Свойства. Сверточные алгебры и модули. Примеры. Регуляризующие свойства свертки.

Пространство Лорана Шварца S . Его топология, свойства. Соотношения между пространством S и некоторыми фундаментальными функциональными пространствами.

Тема 5. Пространство обобщенных функций медленного роста

Пространство S' обобщенных функций медленного роста. Определение. Специфика. Примеры. Мультипликаторы для S . Мультипликаторы для S' . Пространство, его свойства. Преобразование Фурье в S . Алгебра сверточных операторов на S' , свертыватель для S , свертыватель для S' .

Тема 6. Обобщенные функции медленного роста и их применение к решению краевых задач

Элементарное решение. Элементарное решение волнового оператора. Обобщенная функция простого слоя на поверхности. Отыскание элементарного решения волнового оператора методом преобразования Фурье. Свойства элементарного решения. Метод Фурье для уравнения Лапласа. Метод спуска. Элементарные решения для волновых операторов размерности два и один. Задача Коши для волнового оператора. Теорема существования и единственности. Устойчивость решения. Класс корректности в случае обобщенных функций. Упрощение формулы решения. Регулярность (гладкость) и интегральное представление решения. Формула Кирхгофа, Пуассона и Даламбера.

Тема 7. . Элементы теории ядер

Элементы теории ядер. Линейный оператор $P(x,D)$ в частных производных. Транспонированный к нему оператор. Свойства решений уравнения $P(x,D)T=W$. Основные сведения из теории ядер. Фундаментальные ядра оператора $P(x,D)$. Определение. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Гипоэллиптичность. Определение. Теорема Шварца о регулярности. Следствие (в случае операторов с постоянными коэффициентами). Приложение теоремы Л. Шварца: а) гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из класса C , б) гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля), с) гипоэллиптичность оператора теплопроводности, d) негипоэллиптичность волнового оператора.

Тема 8. Уравнение Лапласа и Пуассона

Уравнение Лапласа и Пуассона. Свойства среднего сферического. Тождественность между гармоническими функциями и функциями, обладающими свойством среднего сферического. Принцип экстремума. Первая форма, вторая форма. Потенциал обобщенной функции с компактным носителем. Случай оператора Лапласа. Основные свойства потенциалов. Представление решения уравнения Пуассона через потенциалы. Задача Дирихле, ее постановка. Теорема единственности в предположении существования решения. Определение функции Грина. Интегральное представление решения через функцию Грина, в предположении ее существования. Задача Дирихле для шара. Существование функции Грина для шара. Интегральная формула Пуассона, ее приложения. Неравенство Гарнака. Теорема Лиувилля для гармонических функций.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года №245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемыми результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Уравнения математической физики/ В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2000. - 400 с. - <https://e.lanbook.com/reader/book/2363/#1>

Будак Б.М. и др. Сборник задач по математической физике. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2122

Ильин А.М. Уравнения математической мфизики. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте http://dic.academic.ru .
экзамен	При подготовке к ЭКЗАМЕНУ необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на дополнительную литературу и источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки "Наука о данных".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.07 Уравнения с частными производными

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Наука о данных

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Основная литература:

1. Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие / М. М. Карчевский. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 164 с. - ISBN 978-5-8114-2132-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/72982> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач : учебное пособие / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 216 с. - ISBN 978-5-8114-0863-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71748> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Бикчантаев И.А, Салехов Л.Г. Дифференциальные уравнения в обобщенных функциях: учебное пособие / И.А.Бикчантаев, Л.Г. Салехов. - Казань: Казанский университет, 2017. - 62 с. - Текст : электронный. - URL: https://kpfu.ru//staff_files/F1947995040/duof.pdf (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: открытый.

Дополнительная литература:

1. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики : учебник / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2000. - 400 с. - ISBN 5-9221-0011-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2363> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Агранович, М. С. Обобщенные функции : учебное пособие / М. С. Агранович. - Москва : МЦНМО, 2008. - 128 с. - ISBN 978-5-94057-402-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9275> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы: учебное пособие / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова. - 2-е изд., доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 276 с. - ISBN 978-5-8114-2133-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/72983> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.07 Уравнения с частными производными

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Наука о данных

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.