

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ

\_\_\_\_\_ Д.А. Таюрский

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Основные геометрические структуры и топология

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, б.с. Кох И.А. (кафедра высшей математики и математического моделирования, отделение педагогического образования), Irina\_Kokh@rambler.ru ; доцент, к.н. (доцент) Нигмедзянова А.М. (кафедра высшей математики и математического моделирования, отделение педагогического образования), Ajgul.Nigmedzyanova@kpfu.ru

### **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Знать и понимать основные геометрические понятия и отношения: аксиоматику соответствующих разделов геометрии, основные определения и теоремы, формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений в школьной математике

Должен уметь:

Уметь проводить стандартные исследования геометрических свойств и вычислять различные геометрические характеристики.

Уметь делать геометрические построения чертежи используя методы изображений, базирующихся на теории проективной геометрии

уметь различать аксиоматики относящиеся к геометрическим теориям

Должен владеть:

владеть координатным методом и использовать его для решения стандартных задач аналитической, проективной геометрии.

владеть методами геометрических построений.

Должен демонстрировать способность и готовность:

Объяснить основные элементы теории проективной геометрии и топологии.

базовые идеи и методы этих разделов математики, систему основных математических структур курса и владение аксиоматическими методами

### **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.10 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика, информатика и информационные технологии)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 3 курсе в 5, 6 семестрах.

### **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) на 216 часа(ов).

Контактная работа - 108 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 72 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 54 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

### **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

#### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие проективного пространства. Модели проективного пространства. Проективные координаты. Согласование базиса Перспективное отображение прямой в пучок прямых. Расширенная прямая. Проективные координаты на прямой, однородные координаты на проективной прямой.	5	2	0	2	4
2.	Тема 2. Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость. Проективный репер на плоскости. Теорема о проективном репере. Однородные координаты на проективной плоскости	5	2	0	4	4
3.	Тема 3. Условие принадлежности трех точек прямой. Прямая на проективной плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Особенности уравнения прямой по отношению к расположению относительно проективного репера.	5	2	0	2	2
4.	Тема 4. Преобразования проективных координат. Простейшие свойства проективной плоскости и проективного пространства.	5	2	0	2	2
5.	Тема 5. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.	5	2	0	4	4
6.	Тема 6. Двойное отношение четырех точек, его свойства (теоремы). Сложное отношение четырех прямых пучка. Гармонические четверки. Полный четырехвершинник.	5	2	0	6	4
7.	Тема 7. Проективные отображения и проективные преобразования. Перспективные отображения. Теоремы о проективных отображениях. Проективные преобразования прямой и инвариантные точки. Проективные преобразования плоскости, их классификация. Теоретико-групповой принцип построения геометрии	5	2	0	2	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Центральное и параллельное проектирование, их инварианты. Изображение простейших плоских фигур с помощью параллельного проектирования. Понятие о методе Монжа. Изображение простейших пространственных фигур. Аксонометрия. Теорема Польке-Шварца.	5	2	0	6	4
9.	Тема 9. Позиционные задачи. Полные и неполные изображения. Метрические задачи. Построение сечений пространственных фигур с помощью теоремы Дезарга.	5	2	0	8	8
10.	Тема 10. Понятие о математической структуре, примеры математических структур. Интерпретация системы аксиом (модели структур). Изоморфизм структур, примеры. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Полнота системы аксиом. Примеры.	6	2	0	0	2
11.	Тема 11. Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Определение прямых, плоскостей, полуплоскостей, отрезков, лучей, углов. Доказательство основных теорем планиметрии и стереометрии.	6	2	0	10	2
12.	Тема 12. "Начала" Евклида и V постулат. Эквиваленты V-го постулата Евклида. Теорема Туси (Лежандра). Первая теорема Саккери - Лежандра. Вторая теорема Саккери - Лежандра.	6	2	0	4	2
13.	Тема 13. Система аксиом Гильберта. Аксиома Архимеда. Аксиома Кантора. Аксиома Дедекинда.	6	2	0	6	2
14.	Тема 14. Аксиома Лобачевского. Основные факты геометрии Лобачевского. Параллельные и расходящиеся прямые плоскости Лобачевского.	6	2	0	4	2
15.	Тема 15. Аксиомы длины отрезка. Теорема существования и единственности длины отрезка. Аксиомы площади многоугольника. Теорема существования и единственности площади многоугольника. Равновеликость и равноставленность многоугольников (теорема). Квадрируемые фигуры. Объемы и геометрические величины.	6	2	0	4	2

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
16.	Тема 16. Топологическое пространство, топологическая структура. Определения и примеры. База топологии. Теорема о базе топологии. Теорема о замкнутости подмножества топологического пространства. Подпространство топологического пространства.	6	2	0	4	2
17.	Тема 17. Непрерывность отображения. Теорема. Гомеоморфизм. Примеры. Отделимость. Компактность. Связность. Многообразия. Определение и примеры. Клеточное разложение многообразия. Эйлера характеристика многообразия.	6	2	0	2	2
28.	Тема 28. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Классификация компактных двумерных многообразий. Теоремы. Геометрическое тело. Выпуклое тело. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники и их классификация.	6	2	0	2	2
	Итого		36	0	72	54

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

**Тема 1. Понятие проективного пространства. Модели проективного пространства. Проективные координаты. Согласование базиса Перспективное отображение прямой в пучок прямых. Расширенная прямая. Проективные координаты на прямой, однородные координаты на проективной прямой.**

Перспективное отображение прямой в пучок прямых. Расширенная прямая. Проективные координаты на прямой, однородные координаты на проективной прямой. (2ч.)

Проективная прямая - одномерное проективное пространство. Проективная прямая представляет собой множество прямых (одномерных подпространств) в 2-мерном линейном пространстве. Точки проективной прямой могут быть заданы с помощью однородных координат

**Тема 2. Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость. Проективный репер на плоскости. Теорема о проективном репере. Однородные координаты на проективной плоскости**

Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость. Проективный репер на плоскости. Теорема о проективном репере. Однородные координаты на проективной плоскости (2ч.)

Проективная плоскость - двумерное проективное пространство. Важным частным случаем является вещественная проективная плоскость.

Проективная плоскость отличается важной ролью, которую играет так называемая аксиома Дезарга, в проективных пространствах больших размерностей являющаяся теоремой

**Тема 3. Условие принадлежности трех точек прямой. Прямая на проективной плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Особенности уравнения прямой по отношению к расположению относительно проективного репера.**

Условие принадлежности трех точек прямой. Прямая на проективной плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Особенности уравнения прямой по отношению к расположению относительно проективного репера. (2ч.)

Всякое линейное однородное уравнение определяет проективную прямую.

Тройка коэффициентов в уравнении проективной прямой определяется с точностью до общего множителя, отличного от нуля, и называется координатами проективной прямой

#### **Тема 4. Преобразования проективных координат. Простейшие свойства проективной плоскости и проективного пространства.**

Преобразования проективных координат. Простейшие свойства проективной плоскости и проективного пространства. (2ч.)

Проективные преобразования, в общем-то, не сохраняют параллельности линий. Свойством, сохраняющимся при проективном преобразовании, является так называемая коллинеарность точек: три точки, лежащие на одной прямой (то есть коллинеарные), после преобразования остаются лежать на одной прямой. Поэтому обратимое проективное преобразование принято называть еще коллинеацией

#### **Тема 5. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.**

Принцип двойственности. Теорема Дезарга. (2ч.)

Принцип двойственности - наименование различных вариантов и проявлений феномена двойственности в разных разделах математики.

Принцип двойственности в проективной геометрии - двойственность между понятиями точки и прямой .

Теорема Дезарга является одной из основных теорем проективной геометрии. Она формулируется следующим образом:

Если два треугольника расположены на плоскости таким образом, что прямые, соединяющие соответственные вершины треугольников, проходят через одну точку, то три точки, в которых пересекаются продолжения трёх пар соответственных сторон треугольников, лежат на одной прямой.

Обратное тоже верно:

Если два треугольника расположены на плоскости таким образом, что три точки, в которых пересекаются продолжения трёх пар соответственных сторон треугольников, лежат на одной прямой, то прямые, соединяющие соответственные вершины треугольников, проходят через одну точку.

Эти две теоремы являются двойственными по отношению друг к другу, и иногда объединяются в единую теорему, которая формулируется так: "Два треугольника имеют центр перспективы тогда и только тогда, когда они имеют ось перспективы"

#### **Тема 6. Двойное отношение четырех точек, его свойства (теоремы). Сложное отношение четырех прямых пучка. Гармонические четверки. Полный четырехвершинник.**

Двойное отношение четырех точек, его свойства (теоремы). Сложное отношение четырех прямых пучка. (2ч.)

Гармонические четверки. Полный четырехвершинник. (2ч.)

Полный четырёхугольник (иногда употребляется термин полный четырёхвершинник) - это система геометрических объектов, состоящая из любых четырёх точек на плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой, и шести прямых, соединяющих шесть пар точек. Конфигурация, двойственная к полному четырёхугольнику - полный четырёхсторонник - является системой из четырёх прямых, никакие три из которых не проходят через одну точку, и шести точек пересечения этих прямых.

#### **Тема 7. Проективные отображения и проективные преобразования. Перспективные отображения. Теоремы о проективных отображениях. Проективные преобразования прямой и инвариантные точки. Проективные преобразования плоскости, их классификация. Теоретико-групповой принцип построения геометрии**

Проективные отображения и проективные преобразования. Перспективные отображения. Теоремы о проективных отображениях.

Проективные преобразования прямой и инвариантные точки. Проективные преобразования плоскости, их классификация. Гомология (гиперболическая и параболическая). Теоретико-групповой принцип построения геометрии (2ч.)

#### **Тема 8. Центральное и параллельное проектирование, их инварианты. Изображение простейших плоских фигур с помощью параллельного проектирования. Понятие о методе Монжа. Изображение простейших пространственных фигур. Аксонометрия. Теорема Польке-Шварца.**

Центральное и параллельное проектирование, их инварианты. Изображение простейших плоских фигур с помощью параллельного проектирования. (2ч.)

Изображение предметов на плоскости получают различными способами: рисованием, фотографированием и черчением. Любое изображение строят методом проекций. Проекция - это изображение предмета на плоскости, полученное посредством лучей - проектирующих прямых. Она подобна тени от предмета, освещенного солнцем, лампой или другим источником света. Метод проекций заключается в том, что проектируемый предмет (называемый оригиналом, натурой или объектом) проектируют посредством пучка лучей (проектирующих прямых), исходящих из одной точки  $S$  - центра проектирования, на некоторую плоскость проекций. Различают два вида проектирования: центральное и параллельное.

#### **Тема 9. Позиционные задачи. Полные и неполные изображения. Метрические задачи. Построение сечений пространственных фигур с помощью теоремы Дезарга.**

Позиционные задачи. Полные и неполные изображения. Метрические задачи. Построение сечений пространственных фигур с помощью теоремы Дезарга. (2ч.)

Все задачи начертательной геометрии делятся на два больших класса: позиционные и метрические.

Позиционные - это задачи на определение занимаемого положения геометрической фигуры. Они бывают двух типов: задачи на инцидентность (принадлежность) и задачи на пересечение.

**Тема 10. Понятие о математической структуре, примеры математических структур. Интерпретация системы аксиом (модели структур). Изоморфизм структур, примеры. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Полнота системы аксиом. Примеры.**

Понятие о математической структуре, примеры математических структур. Интерпретация системы аксиом (модели структур). Изоморфизм структур, примеры. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Полнота системы аксиом.

к множествам, природа которых не определена. Для определения самой структуры задают отношения, в которых находятся элементы этих множеств. Затем постулируют, что данные отношения удовлетворяют неким условиям, которые являются аксиомами рассматриваемой структуры.

Построить аксиоматическую теорию данной структуры - это значит вывести логические следствия из аксиом структуры, отказавшись от каких-либо других предположений относительно самих рассматриваемых элементов, и, в частности, от всяких гипотез относительно их "природы".

**Тема 11. Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Определение прямых, плоскостей, полуплоскостей, отрезков, лучей, углов. Доказательство основных теорем планиметрии и стереометрии.**

Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Доказательство основных теорем планиметрии и стереометрии.

Векторному способу решения задач в школьном курсе геометрии уделяется достаточно мало времени. На занятиях разбираются и решаются Некоторые основные задачи

**Тема 12. "Начала" Евклида и V постулат. Эквиваленты V-го постулата Евклида. Теорема Туси (Лежандра). Первая теорема Саккери - Лежандра. Вторая теорема Саккери - Лежандра.**

?Начала? Евклида и V постулат. Эквиваленты V-го постулата Евклида. Теорема Туси (Лежандра).

Евклидова геометрия - это геометрическая теория, основанная на системе аксиом, которая была впервые изложена в третьем веке до нашей эры великим древнегреческим математиком Евклидом в грандиозном научном труде "Начала".

Система аксиом Евклида базируется на основных геометрических понятиях таких, как точка, прямая, плоскость, движение, а также на следующие отношения: "точка лежит на прямой на плоскости", "точка лежит между двумя другими".

**Тема 13. Система аксиом Гильберта. Аксиома Архимеда. Аксиома Кантора. Аксиома Дедекинда.**

Система аксиом Гильберта. Аксиома Архимеда. Аксиома Кантора. Аксиома Дедекинда.

Аксиоматика Гильберта - система аксиом евклидовой геометрии. Разработана Гильбертом как более полная, нежели система аксиом Евклида.

Неопределяемыми в этой системе аксиом понятиями являются: точка, прямая линия, плоскость. Есть также 3 элементарных бинарных отношения:

- Лежать между, применимо к точкам;
- Содержать, применимо к точкам и прямым, точкам и плоскостям или прямым и плоскостям;
- Конгруэнтность (геометрическое равенство), применимо, например, к отрезкам, углам или треугольникам, и обозначается инфиксным символом  $\cong$ .

**Тема 14. Аксиома Лобачевского. Основные факты геометрии Лобачевского. Параллельные и расходящиеся прямые плоскости Лобачевского.**

Аксиома Лобачевского. Основные факты геометрии Лобачевского.

ЛОБАЧЕВСКОГО ГЕОМЕТРИЯ, одна из неевклидовых геометрий, основана на тех же посылах, что и обычная - евклидова геометрия, за исключением аксиомы о параллельных, которая заменяется на иную. Евклидова аксиома о параллельных состоит в том, что через точку, не лежащую на данной прямой, проходит не более чем одна прямая, лежащая с данной прямой в одной плоскости и не пересекающая её (в евклидовой геометрии такие прямые называют параллельными). В Л. г. эта аксиома заменяется следующей: через точку, не лежащую на данной прямой, проходят по крайней мере две прямые, лежащие с данной прямой в одной плоскости и не



пересекающие её (достаточно, чтобы это было выполнено для одной точки и одной прямой

**Тема 15. Аксиомы длины отрезка. Теорема существования и единственности длины отрезка. Аксиомы площади многоугольника. Теорема существования и единственности площади многоугольника. Равновеликость и равноставленность многоугольников (теорема). Квадрируемые фигуры. Объемы и геометрические величины.**

Аксиомы длины отрезка. Теорема существования и единственности длины отрезка. Аксиомы площади многоугольника. Теорема существования и единственности площади многоугольника. Равновеликость и равноставленность многоугольников (теорема).

В этой теме речь пойдет о теории измерений. Вернее, о теории измерений длины, площади и объема. В курсе анализа вы уже встречались с понятием квадратируемой и кубируемой фигуры, но при этом опирались на площадь многогранника, объемы известных многогранников. Здесь же мы ответим на вопрос о том, как понимать измерение этих элементарных вещей. В школьной математике имеют дело с такими частными случаями измерения: длины, площади и объема, и с таким частным случаем величин, как положительные скалярные величины.

**Тема 16. Топологическое пространство, топологическая структура. Определения и примеры. База топологии. Теорема о базе топологии. Теорема о замкнутости подмножества топологического пространства. Подпространство топологического пространства.**

Топологическое пространство, топологическая структура. Определения и примеры. База топологии. Теорема о базе топологии. Теорема о замкнутости подмножества топологического пространства.

Топологическое пространство - множество с дополнительной структурой определённого типа (так называемой топологией); является основным объектом изучения раздела геометрии под названием топология.

Исторически понятие топологического пространства появилось как обобщение метрического пространства.

Топологические пространства естественным образом возникают почти во всех разделах математики

**Тема 17. Непрерывность отображения. Теорема. Гомеоморфизм. Примеры. Отделимость. Компактность. Связность. Многообразие. Определение и примеры. Клеточное разложение многообразия. Эйлера характеристика многообразия.**

Непрерывность отображения. Теорема. Гомеоморфизм. Примеры. Отделимость. Компактность. Связность. Многообразие. Определение и примеры.

пространство  $X$  называется связным, если в нем

одновременно открытым и замкнутым множеством является лишь само пространство или пустое множество.

Множество  $H$  в топологическом пространстве  $X$  называется связным, если оно является связным пространством относительно индуцированной топологии.

**Тема 28. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Классификация компактных двумерных многообразий. Теоремы. Геометрическое тело. Выпуклое тело. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники и их классификация.**

Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Классификация компактных двумерных многообразий. Теоремы.

Многообразие (топологическое многообразие) - хаусдорфово топологическое пространство со счётной базой, каждая точка которого обладает окрестностью, гомеоморфной евклидову пространству  $\mathbb{R}^n$  (иными словами, пространство, локально сходное с евклидовым. Число  $n$  называется размерностью топологического многообразия. Евклидово пространство является самым простым примером многообразия. Более сложным примером может служить поверхность Земли: возможно сделать карту какой-либо области земной поверхности, например карту полушария, но невозможно составить единую (без разрывов) карту всей её поверхности.

Исследования многообразий были начаты во второй половине XIX века, они естественно возникли при изучении дифференциальной геометрии и теории групп Ли. Тем не менее первые точные определения были сделаны только в 30-х годах XX века.

Обычно рассматриваются так называемые гладкие многообразия, то есть те, на которых есть выделенный класс гладких функций - в таких многообразиях можно говорить о касательных векторах и касательных пространствах.

Для того, чтобы измерять длины кривых и углы, нужна ещё дополнительная структура - риманова метрика.

В классической механике основным многообразием является фазовое пространство. В общей теории относительности четырёхмерное псевдориманово многообразие используется как модель для

пространства-времени.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Library Genesis Project -

[http://lib.freescienceengineering.org/search1.php?browse\\_subject=Геометрия%20и%20топология&submit=Обзор&pos=350](http://lib.freescienceengineering.org/search1.php?browse_subject=Геометрия%20и%20топология&submit=Обзор&pos=350)

Александров А. Д., Нецветаев Н. Ю. Геометрия: Учебное пособие -

<http://edu-lib.net/matematika-2/dlya-studentov/aleksandrov-a-d-netsvetaev-n-yu-geometr>

Курс дифференциальной геометрии и топологии - <http://padaread.com/?book=35580>

Курс элементарной топологии - <http://www.math.sunysb.edu/~oleg/topoman/rus-book.pdf>

Литература по высшей геометрии - [www.diary.ru/~eek/p165970944.htm](http://www.diary.ru/~eek/p165970944.htm)

Начальный курс топологии. Геометрические главы -

<http://mirknig.com/2010/10/30/nachalnyy-kurs-topologii-geometricheskie-glavy.html>

Проективная геометрия - <http://alexandr4784.narod.ru/geoproekt.html>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>Методические рекомендации по составлению конспекта:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;</li><li>2. Выделите главное, составьте план;</li><li>3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;</li><li>4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.</li><li>5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.</li></ol> <p>В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.</p> <p>Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.</p>

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	<p>Практическое занятие - форма систематических учебных занятий, с помощью которых обучающиеся изучают тот или иной раздел определенной научной дисциплины, входящей в состав учебного плана. Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнения и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции. При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками. Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении. При подготовке к практическим занятиям следует использовать основную литературу из представленного списка, а также руководствоваться приведенными указаниями и рекомендациями. Для наиболее глубокого освоения дисциплины рекомендуется изучать литературу, обозначенную как 'дополнительная' в представленном списке. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к занятию: 1. Проработать конспект лекций; 2. Прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу; 3. Ответить на вопросы плана семинарского занятия; 4. Выполнить домашнее задание; 5. При затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.</p>
самостоятельная работа	<p>Правильная организация самостоятельных учебных занятий, их систематичность, целесообразное планирование рабочего времени позволяет студентам развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивать высокий уровень успеваемости в период обучения, получить навыки повышения профессионального уровня. Этот вид работы предусматривает следующие виды учебной деятельности: подготовка к практическим занятиям, подготовка к коллоквиуму, выполнение домашних работ, выполнение индивидуальных работ, выполнение контрольных работ, конспектирование, подготовка к зачету и экзамену. Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.</p>

Вид работ	Методические рекомендации
зачет	<p>Методические указания по подготовке к зачету и экзамену</p> <p>Изучение каждой дисциплины заканчивается определенными методами контроля, к которым относятся: текущая аттестация, зачеты и экзамены.</p> <p>Требования к организации подготовки к зачету те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. При подготовке к зачету у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра.</p> <p>Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом опорные конспекты лекций.</p> <p>Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.</p> <p>Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний.</p> <p>В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.</p>
экзамен	<p>Методические указания по подготовке к зачету и экзамену</p> <p>Изучение каждой дисциплины заканчивается определенными методами контроля, к которым относятся: текущая аттестация, зачеты и экзамены.</p> <p>Требования к организации подготовки к зачету те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. При подготовке к зачету у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра.</p> <p>Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом опорные конспекты лекций.</p> <p>Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.</p> <p>Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний.</p> <p>В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.</p>

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика, информатика и информационные технологии".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.10 Основные геометрические структуры и топология

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Основная литература:**

1. Кузовлев, В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебник / В. П. Кузовлев, Н. Г. Подаева. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1360-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59618> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Прасолов, В. В. Задачи по топологии / В. В. Прасолов. - Москва : МЦНМО, 2014. - 38 с. - ISBN 978-5-4439-3009-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/80151> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Денисова Н.С., Дополнительные главы проективной геометрии : учебное пособие / Денисова Н.С. - Москва: Прометей, 2016. - 82 с. - ISBN 978-5-9907986-3-2 - Текст : электронный // ЭБС 'Консультант студента' : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990798632.html> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: по подписке.

**Дополнительная литература:**

1. Прасолов, В. В. Наглядная топология : учебное пособие / В. В. Прасолов. - 3-е изд. - Москва : МЦНМО, 2014. - 112 с. - ISBN 978-5-4439-2055-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56410> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию : учебное пособие / П. С. Александров. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с. - ISBN 978-5-8114-0981-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/530> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Понарин, Я. П. Аффинная и проективная геометрия : учебное пособие / Я. П. Понарин. - Москва : МЦНМО, 2009. - 288 с. - ISBN 978-5-94057-401-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9388> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.10 Основные геометрические структуры и топология

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.