

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Теория категорий

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Насрутдинов М.Ф. (кафедра компьютерной математики и информатики, отделение педагогического образования), Marat.Nasrutdinov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия теории категорий. Универсальные и функториальные свойства различных математических конструкций.

Должен уметь:

пользоваться языком категорий и функторов; применять общие результаты теории категорий к конкретным категориям и функторам;

понимать современную математическую литературу в данной области и ее применениях.

Должен владеть:

основными конструкциями, имеющимися в аппарате теории категорий, содержанием важнейших теорем, включенных в данную программу; навыками профессионального мышления, необходимыми для адекватного использования методов теории категории в теоретических и прикладных задачах

Должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен демонстрировать способность и готовность к проведению научно-исследовательской работы в области математики. Дисциплина нацелена на широкий круг слушателей и должна быть интересна всем математикам.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.10.07 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 41 часа(ов), в том числе лекции - 20 часа(ов), практические занятия - 20 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 31 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Категории, функторы и естественные преобразования	8	4	4	0	7

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Сопряженные функторы	8	4	4	0	8
3.	Тема 3. Множества	8	6	6	0	8
4.	Тема 4. Пределы	8	6	6	0	8
	Итого		20	20	0	31

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Категории, функторы и естественные преобразования

Определение категории. Коммутативные диаграммы. Категории математических структур: Set, Grp, Ring, Vect<sub>k</sub>, Top. Изоморфизмы. Двойственная категория. Произведение категорий. Функторы. Забывающие функторы. Свободные функторы. Ковариантные и контрвариантные функторы. Естественные преобразования. Естественные изоморфизмы. Эквивалентности. Функтор в существенном сюръективный для объекта.

##### Тема 2. Сопряженные функторы

Правый сопряженный и левый сопряженный функторы. Транспонирование функтора. Инициальный и терминальный объекты. Сопряжение с помощью единиц и коединиц. Треугольные тождества. Сопряжение начальными объектами. Категория запятой. Теорема о взаимнооднозначном соответствии естественных преобразований и сопряжений.

##### Тема 3. Множества

Категория множеств. Инициальные объекты в теории множеств. Терминальные объекты в теории множеств. Факторы в теории множеств. Малые и большие категории. Теорема Кантора-Бернштейна. Представление функтора. Лемма Йонеды. Следствия. Вложение Йонеды. Изоморфизмы представимых объектов. Произведение множеств.

##### Тема 4. Пределы

Произведение категорий. Уравнители. Расслоенные произведения. Определение предела. Конусы. Предельные формы. Моники. Копредделы категорий. Суммы категорий. Коуравнители. Кодекартов квадрат. Эпики. Взаимодействие между функторами и пределами. Пределы в терминах представлений и сопряжений. Единственность предела. Пределы и копределы. Представления, сохраняющие пределы. Пределы в категории функторов. Теоремы о сопряженных функторах. Декартово замкнутые категории.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

edX - <https://www.edx.org/course/quantum-mechanics-quantum-computation-uc-berkeleyx-cs-191x>

Независимый Московский Университет - <https://www.mccme.ru/iium/>

Теория категорий для программистов - <http://bartoszmlowski.com/2014/12/05/categories-great-and-small/>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Рекомендуется помимо непосредственно материала разбираемого на лекциях также смотреть различные источники такие как: классические учебники, монографии, статьи. Также по некоторым темам есть исчерпывающее описание на различных интернет-ресурсах. Решение задач, помеченные звездочкой может быть неизвестно на данный момент.
практические занятия	Рекомендуется использовать системы компьютерной алгебры и системы символьных вычислений, а также систему компьютерной верстки LaTeX. Составителем программы подразумевается использование бесплатной системы "Sage". Также в некоторых ситуациях можно использовать интернет-сервис Wolfram Alpha или, в случае, если учащимся доступна лицензия, Wolfram Mathematica.
самостоятельная работа	Рекомендуется помимо непосредственно материала разбираемого на лекциях также смотреть различные источники такие как: классические учебники, монографии, статьи. Также по некоторым темам есть исчерпывающее описание на различных интернет-ресурсах. Решение задач, помеченные звездочкой может быть неизвестно на данный момент.

Вид работ	Методические рекомендации
зачет	<p>Залогом успешной сдачи зачета является работа в течение всего семестра. Основным источником подготовки к зачету является конспект лекций. Правильно составленный конспект лекций содержит тот оптимальный объем информации, на основе которого студент сможет представить себе весь учебный материал.</p> <p>В ходе подготовки к зачету студентам необходимо обращать внимание не только на уровень запоминания, но и на степень понимания основных понятий.</p>

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".



### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

#### Основная литература:

1. Городенцев, А. Л. Алгебра. Учебник для студентов-математиков : учебное пособие / А. Л. Городенцев. - Москва : МЦНМО, [б. г.]. - Часть 1 - 2014. - 485 с. - ISBN 978-5-4439-2087-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56398> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Бунина, Е. И. Элементарная и близкие к ней логические эквивалентности классических и универсальных алгебр : монография / Е. И. Бунина, А. В. Михалев, А. Г. Пинус. - Москва : МЦНМО, 2016. - 360 с. - ISBN 978-5-4439-2488-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/80141> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник / А. Г. Курош. - 21-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 432 с. - ISBN 978-5-8114-4871-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126713> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная литература:

1. Сборник задач по алгебре : учебное пособие. - Москва : МЦНМО, 2009. - 408 с. - ISBN 978-5-94057-413-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9360> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник / А. И. Кострикин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. - Часть 3 : Основные структуры - 2001. - 272 с. - ISBN 5-9221-0019-X. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59284> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Глухов, М. М. Алгебра : учебник / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 608 с. - ISBN 978-5-8114-4775-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126718> (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows