

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Кривые дробной размерности и их применение в анализе

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) Кац Б.А.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Обучающийся должен демонстрировать способность и готовность осваивать современные сложные разделы математического анализа, ориентироваться в современной научной литературе и вести научно-исследовательскую работу.

Должен уметь:

Обучающийся должен демонстрировать способность и готовность осваивать современные сложные разделы математического анализа, ориентироваться в современной научной литературе и вести научно-исследовательскую работу.

Должен владеть:

Обучающийся должен демонстрировать способность и готовность осваивать современные сложные разделы математического анализа, ориентироваться в современной научной литературе и вести научно-исследовательскую работу.

Должен демонстрировать способность и готовность:

Обучающийся должен демонстрировать способность и готовность осваивать современные сложные разделы математического анализа, ориентироваться в современной научной литературе и вести научно-исследовательскую работу.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.08.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 41 часа(ов), в том числе лекции - 20 часа(ов), практические занятия - 20 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 31 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Фракталы и фрактальные					

размерности

7

4

4

0

9

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Обобщения криволинейного интеграла	7	4	4	0	8
3.	Тема 3. Свойства обобщенного интеграла типа Коши	7	2	2	0	4
4.	Тема 4. Задача о скачке на фрактальной кривой	7	2	2	0	4
5.	Тема 5. Задача Римана на замкнутой фрактальной кривой	7	2	2	0	2
6.	Тема 6. Задача Римана на фрактальной дуге	7	4	4	0	2
7.	Тема 7. Задача о скачке для обобщенных аналитических функций на фрактальных кривых	7	2	2	0	2
	Итого		20	20	0	31

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Фракталы и фрактальные размерности

Феномен самоподобия. Канторовы множества и кривые Коха. Понятие фрактального множества. Неспрямляемость фрактальной кривой. Примеры фрактальных кривых. Размерности Минковского, Безиковича, Хаусдорфа, Аикавы и др. Устранимость фрактальных множеств. Теоремы Пенлеве и Лузина. Теория Марцинкевича. Точки прикосновения.

Тема 2. Обобщения криволинейного интеграла

Обобщения криволинейного интеграла на случай неспрямляемых кривых: аппроксимация контура; аппроксимация интегранда; интеграл как распределение; интеграл как поток; интеграл как билинейная форма. Свойства обобщенного криволинейного интеграла по неспрямляемым путям: линейность, аддитивность, монотонность.

Тема 3. Свойства обобщенного интеграла типа Коши

Свойства потенциала Коши. Связь интеграла типа Коши и потенциала Коши. Преобразование Коши мер и обобщенных функций. Граничные свойства обобщенного интеграла типа Коши по неспрямляемой кривой. Потенциал Коши и обобщенный интеграл типа Коши. Связь гладкости плотности обобщенного интеграла типа Коши со свойствами его граничных значений.

Тема 4. Задача о скачке на фрактальной кривой

Решение задачи о скачке на замкнутой неспрямляемой кривой. Задача о скачке на замыкаемой неспрямляемой дуге. Порядок кручения незамыкаемой дуги. Интеграл Коши-Адамара по дуге сильного кручения. Асимптотика обобщенного интеграла типа Коши (Коши-Адамара) в точке с высоким порядком кручения и ее влияние на разрешимость задачи о скачке.

Тема 5. Задача Римана на замкнутой фрактальной кривой

Однородная задача Римана на замкнутой неспрямляемой кривой. Неоднородная задача Римана на замкнутой неспрямляемой кривой. Влияние размерностей Минковского и Хаусдорфа на разрешимость краевой задачи Римана. Влияние показателей Марцинкевича на локальную разрешимость краевой задачи Римана. Случай гладко замыкаемой дуги.

Тема 6. Задача Римана на фрактальной дуге

Однородная задача Римана на неспрямляемой дуге. Неоднородная задача Римана на неспрямляемой дуге. Влияние размерностей Минковского и Хаусдорфа на разрешимость краевой задачи Римана на дуге. Влияние показателей Марцинкевича на локальную разрешимость краевой задачи Римана на дуге. Случай дуги с высоким порядком кручения.

Тема 7. Задача о скачке для обобщенных аналитических функций на фрактальных кривых

Уравнение Бельтрами, его роль и свойства. Представления решений уравнения Бельтрами в областях с неспрямляемыми границами. Задача о скачке для уравнения Бельтрами на неспрямляемых кривых и дугах. Однородная и неоднородная краевые задачи Римана для уравнения Бельтрами на неспрямляемых кривых и дугах, в том числе на счетных множествах контуров.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Фрактал - это - dic.academic.ru/dic.nsf/ntes/5230/ФРАКТАЛ

Фракталы и теория хаоса - <http://www.ghcube.com/fractals/>

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

граничные задачи теории функций комплексного переменного - dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1245/
 фракталы и теория хаоса - www.ghcube.com/fractals/
 функции комплексного переменного - <http://mathhelpplanet.com/static.php?p=funktsii-kompleksnogo-peremennogo>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Усвоить основные понятия и определения, связанные с кривыми дробной размерности: различные фрактальные размерности, самоподобие и т.д. Изучить известные примеры фрактальных множеств и кривых, научиться строить такие множества и кривые, оценивать их фрактальные размерности, устанавливать топологические свойства.
практические занятия	Научиться оценивать с обеих сторон фрактальные размерности и иные метрические и топологические характеристики кривых, выяснять наличие или отсутствие самоподобия, вычислять метрические характеристики, строить аппроксимации предфракталами, находить асимптотические характеристики предфрактальных аппроксимаций.
самостоятельная работа	Изучить имеющуюся в интернете информацию, относящуюся к построению кривых дробной размерности по исходным данным различных типов, оценкам их фрактальных размерностей и иных метрических и топологических характеристик, наличию или отсутствию самоподобия, построению аппроксимации предфракталами и их асимптотическим оценкам.
зачет	Основные понятия и определения, связанные с кривыми дробной размерности: различные фрактальные размерности, самоподобие и т.д. Известные примеры фрактальных множеств и кривых, научиться строить такие множества и кривые, оценивать их фрактальные размерности, устанавливать топологические свойства. Понятие предфрактала.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.08.03 Кривые дробной размерности и их
применение в анализе

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Основная литература:

1. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие / А. Н. Шерстнев . - 5-е изд. - Электр. дан. (1 файл: 2,66 Мб) . - Казань : Казанский государственный университет, 2009. - 374 с. - Текст : электронный. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: открытый.
2. Секованов, В. С. Фрактальная геометрия. Преподавание, задачи, алгоритмы, синергетика, эстетика, приложения : учебное пособие / В. С. Секованов. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 180 с. - ISBN 978-5-8114-3264-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/113906> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Романко, В. К. Разностные уравнения : учебное пособие / В. К. Романко. - 4-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 115 с. - ISBN 978-5-00101-795-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/135525> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. - Том 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость - 2010. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2226> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. - Том 2 : Интегралы. Ряды - 2009. - 504 с. - ISBN 978-5-9221-0307-7. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2227> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Еровенко, В.А. КОНЦЕПЦИЯ ФРАКТАЛА МАНДЕЛЬБРОТА С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И ФИЛОСОФСКОЙ ТОЧЕК ЗРЕНИЯ / В.А. Еровенко // Математические структуры и моделирование. - 2015. - ♦ 4. - С. 29-39. - ISSN 2222-8772 . - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/journal/issue/297424> (дата обращения: 13.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.08.03 Кривые дробной размерности и их
применение в анализе

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.