

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Теория приближения функций

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Juriy.Agachev@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-2	Способность проводить научные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности
ПК-5	Способен преподавать физико-математические дисциплины и информатику в сфере общего образования, среднего профессионального образования, дополнительного образования, высшего образования

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

связь свойств гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах

Должен уметь:

формулировать прямые и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств, применять их на практике

Должен владеть:

навыками получения оценок приближения функций полиномами, сплайнами и другими конструкциями

Должен демонстрировать способность и готовность:

применить теорию при приближении различных классов функций полиномами и сплайнами, указать порядок сходимости к нулю наилучших приближений для функций полиномов и сплайнов

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.01.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.04.01 "Математика и компьютерные науки (Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) на 216 часа(ов).

Контактная работа - 49 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 48 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 140 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 27 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Задачи теории приближения	1	0	2	0	8
2.	Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах	1	0	6	0	20
3.	Тема 3. Наилучшее приближение фиксированного элемента в пространствах Лебега	1	0	4	0	9
4.	Тема 4. Наилучшее приближение на классах сверток	1	0	4	0	10
5.	Тема 5. Наилучшее приближение класса периодических функций с ограниченной старшей производной	1	0	6	0	18
6.	Тема 6. Перестановки и экстремальные свойства дифференцируемых функций	1	0	6	0	20
7.	Тема 7. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами класса периодических гладких функций, задаваемых мажорантой модуля непрерывности старшей производной	1	0	8	0	22
8.	Тема 8. Наилучшее приближение класса периодических гладких функций, задаваемых мажорантой модуля непрерывности старшей производной, классом функций, имеющих ограниченную производную следующего порядка	1	0	4	0	12
<b>4.2 Содержание дисциплины (модуля)</b>		1	0	4	0	12
<b>Тема 1. Задачи теории приближения</b>		1	0	4	0	12
1.	Наилучшее приближение фиксированного элемента линейного нормированного пространства конечномерным подпространством. Свойства наилучшего приближения.	1	0	4	0	8
2.	Углое приближение фиксированного множества элементов нормированного пространства конечномерным подпространством.	1	0	4	0	140
3.	Поперечники множеств в функциональных пространствах.					

**Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах**

1. Двойственность экстремальных задач теории приближений.
2. Теоремы двойственности в случае приближения конечномерным подпространством.
3. Теоремы двойственности в случае приближения выпуклым замкнутым множеством.
3. Критерии элемента наилучшего приближения в пространствах Лебега  $L_p$ ,  $1 \leq p < \infty$ , и  $C$ .
4. Двойственные соотношения для задач наилучшего приближения в пространствах Лебега.

**Тема 3. Наилучшее приближение фиксированного элемента в пространствах Лебега**

1. Существование элемента наилучшего приближения в конечномерном подпространстве.
2. Единственность элемента наилучшего приближения в строго нормированном пространстве.
3. Единственность элемента наилучшего приближения в пространствах  $L_1$  и  $C$ . Теоремы Валле-Пуссена и Чебышева.

4. Критерий полинома наилучшего приближения в пространстве  $C$ .

#### **Тема 4. Наилучшее приближение на классах сверток**

1. Свертка функций. Основные свойства и неравенства.
2. Наилучшее приближение элемента, являющегося сверткой функций, конечномерным подпространством.
3. Двойственные соотношения для классов сверток.
4. Приближение классов сверток тригонометрическими полиномами.
5. Наилучшие линейные методы для классов сверток.

#### **Тема 5. Наилучшее приближение класса периодических функций с ограниченной старшей производной**

1. Классы дифференцируемых функций.
2. Функции Стеклова и их свойства.
3. Наилучшее приближение классов функций с ограниченной старшей производной по норме пространства Лебега тригонометрическими полиномами.
4. Наилучшие линейные методы приближения класса периодических функций с ограниченной старшей производной.
5. Экстремальные функции.

#### **Тема 6. Перестановки и экстремальные свойства дифференцируемых функций**

1. Простые функции и их перестановки.
2. Разложение интеграла на сумму простых функций.
3. Сигма-перестановки функций. Основное неравенство.
4. Теоремы сравнения для сигма-перестановок при ограничениях на норму в метрике пространства  $L$ .
5. Теоремы сравнения для сигма-перестановок при ограничениях на норму в метрике пространства  $M$ .
6. Перенос результатов на периодические функции произвольного периода.

#### **Тема 7. Наилучшее приближение тригонометрическими полиномами класса периодических гладких функций, задаваемых мажорантой модуля непрерывности старшей производной**

1. Модуль непрерывности и его свойства.
2. Класс периодических функций, задаваемый мажорантой их модуля непрерывности.
3. Класс периодических функций, задаваемый мажорантой модуля непрерывности старшей производной.
4. Верхние грани наилучших приближений данных классов функций тригонометрическими полиномами в пространствах  $C$  и  $L$ .
5. Экстремальные функции. О реализации верхней грани наилучших приближений с помощью линейного метода.

#### **Тема 8. Наилучшее приближение класса периодических гладких функций, задаваемых мажорантой модуля непрерывности старшей производной, классом функций, имеющих ограниченную производную следующего порядка**

1. Наилучшее приближение класса периодических гладких функций, задаваемых мажорантой модуля непрерывности старшей производной, классом функций, имеющих ограниченную производную следующего порядка.
2. Двойственная задача и некоторые свойства экстремальных функций.
3. Оценка приближения на классе гладких функций.
4. Частный случай класса негладких функций.

#### **Тема 9. Точные константы в теоремах Джексона**

1. Неравенства Джексона в пространствах непрерывных функций.
2. Точная константа в неравенстве Джексона для функций пространства  $C$ .
3. Неравенства Джексона в пространствах Лебега.
4. Точная константа в неравенстве Джексона в пространстве  $L_2$ .
5. Точная константа в теоремах Джексона для функций, имеющих ограниченную старшую производную нечетного порядка, по норме  $C$  и  $L$ .

#### **Тема 10. О поперечниках классов периодических функций**

1. Теорема о поперечнике шара.
2. Поперечники классов периодических функций с ограниченной по норме  $L_2$  старшей производной в пространстве  $L_2$ .
3. Поперечники классов функций с ограниченной по  $\sup$ -норме старшей производной в пространстве  $C$ .
4. Поперечники классов функций с ограниченной по норме  $L$  старшей производной в пространстве  $L$ .
5. Поперечники классов периодических функций с мажорантой модуля непрерывности старшей производной в пространстве  $C$ .

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.



### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на практике. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> .
экзамен	При подготовке к экзамену необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на дополнительную литературу. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе "Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.01.01 Теория приближения функций

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

**Основная литература:**

1. Бахвалов Н.С. Численные методы: учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - 8-е изд. (эл.). - Москва: Лаборатория знаний, 2015. - 639 с. - ISBN 978-5-9963-2616-7. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70767>
2. Квасов, Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab: учебное пособие / Б.И. Квасов. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 328 с. - ISBN 978-5-8114-2019-3. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71713>

**Дополнительная литература:**

1. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков; под редакцией В.А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - Москва: Лаборатория знаний, 2015. - 243 с. - ISBN 978-5-9963-2980-9.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70743>
2. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2010. - 400 с. - ISBN 978-5-8114-0799-6.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/537>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.01.01 Теория приближения функций

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.