

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ
проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Вариационное исчисление и методы оптимизации

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Экстремальные задачи и задачи оптимизации

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Juriy.Agachev@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|-------------------------|--|
| ПК-1 | Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики |
| ПК-2 | Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках |

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные критерии оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления,
основные численные методы и алгоритмы решения указанных задач

Должен уметь:

применять критерии оптимальности, разрабатывать численные методы и алгоритмы с доведением их до числа

Должен владеть:

методами и технологиями применения критериев оптимальности и разработки численных методов для экстремальных задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

с помощью необходимых и достаточных условий оптимальности решать задачи линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, применять численные методы для различных классов экстремальных задач.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Экстремальные задачи и задачи оптимизации)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 57 часа(ов), в том числе лекции - 28 часа(ов), практические занятия - 28 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 51 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

| N | Разделы дисциплины / модуля | Семестр | Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Самостоятельная работа |
|----|--|---------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
| | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Задачи безусловной оптимизации | 1 | 1 | 2 | 0 | 2 |
| 2. | Тема 2. Задачи выпуклого программирования | 1 | 2 | 3 | 0 | 4 |
| 3. | Тема 3. Задачи математического программирования | 1 | 4 | 4 | 0 | 6 |
| 4. | Тема 4. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных | 1 | 2 | 2 | 0 | 6 |
| 5. | Тема 5. Численные методы решения задач математического программирования | 1 | 4 | 4 | 0 | 8 |
| 6. | Тема 6. Задачи вариационного исчисления | 1 | 7 | 6 | 0 | 9 |
| 7. | Тема 7. Задачи оптимального управления | 1 | 5 | 4 | 0 | 10 |
| 8. | Тема 8. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления | 1 | 3 | 3 | 0 | 6 |
| | Итого | | 28 | 28 | 0 | 51 |

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Задачи безусловной оптимизации

Постановка задачи безусловной оптимизации. Точки локального и глобального экстремума (минимума). Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска. Необходимое условие локального экстремума. Необходимые и достаточные условия локального минимума. Классы функций, для которых необходимое условие локального экстремума является также и достаточным условием локального (глобального) минимума.

Тема 2. Задачи выпуклого программирования

Постановка задачи выпуклого программирования. Связь между точками локального и глобального минимума. Существование и единственность точки глобального минимума.

Субградиент функции в точке. Необходимые и достаточные условия существования субградиента. Критерии оптимальности в терминах субградиента и градиента функции.

Тема 3. Задачи математического программирования

Постановка общей задачи математического программирования в конечномерном пространстве. Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции (теоремы Джона и Куна-Таккера). Достаточные условия оптимальности в терминах псевдывыпуклых и квазивыпуклых функций. Необходимые и достаточные условия локального минимума второго порядка.

Тема 4. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных

Задача негладкой безусловной оптимизации для функций многих переменных. Методы циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса и Розенброка решения негладкой задачи. Задача гладкой безусловной оптимизации. Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации, квазиньютоновские методы, методы сопряженных градиентов.

Тема 5. Численные методы решения задач математического программирования

Общая задача математического программирования в конечномерном пространстве. Методы штрафных функций решения общей задачи. Методы барьерных функций решения задачи с ограничениями типа неравенств. Методы проектирования на область. Методы множителей Лагранжа. Методы возможных направлений решения задачи с ограничениями типа неравенств и с линейными ограничениями типа равенств.

Тема 6. Задачи вариационного исчисления

Постановка общей задачи в бесконечномерном пространстве. Вариация функционала. Формулы для вариации интегрального и дискретного функционалов. Необходимое условие в общей задаче в терминах вариации. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке. Простейшая задача. Задача Больца. Простейшая изопериметрическая задача. Задача с неполным и нежестким закреплением на концах. Задача с подвижными концами. Задача Лагранжа в понтрягинской форме. Простейшая задача со старшими производными.

Тема 7. Задачи оптимального управления

Простейшая задача оптимального управления. Необходимое условие оптимальности по управлению и ее связь с необходимыми условиями оптимальности в задачах вариационного исчисления. Общая задача оптимального управления в понтрягинской форме. Необходимые условия оптимальности (принцип максимума Понтрягина). Задача оптимального управления в ляпуновской форме. Задача оптимального управления в понтрягинской форме, линейная по фазовым траекториям.

Тема 8. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

Минимизирующая последовательность. Теорема о минимизирующей последовательности. Численные методы решения простейшей задачи вариационного исчисления. Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности. Сходимость метода Эйлера. Численные методы решения простейшей задачи оптимального управления. Непрерывный и дискретный подходы.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

| Вид работ | Методические рекомендации |
|----------------------|--|
| лекции | В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными. |
| практические занятия | Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия. |

| Вид работ | Методические рекомендации |
|------------------------|---|
| самостоятельная работа | Самостоятельная работа требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересных вопросов, которые могут стать предметом обсуждения. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте http://dic.academic.ru . |
| экзамен | При подготовке к экзамену необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на дополнительную литературу и источники, которые разбирались на практических занятиях в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям. |

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Экстремальные задачи и задачи оптимизации".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.01 Вариационное исчисление и методы оптимизации

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Экстремальные задачи и задачи оптимизации

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Основная литература:

1. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации: учебное пособие / Ф.П. Васильев. - Москва : МЦНМО, [б. г.]. - Книга 1. - 2011. - 624 с. - ISBN 978-5-94057-707-2.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9304>
2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации: учебное пособие / Ф.П. Васильев. - Москва: МЦНМО, [б. г.]. - Книга 2. - 2011. - 434 с. - ISBN 978-5-94057-708-9.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9305>
3. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0590-3.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2097>
4. Галеев, Э.М. Оптимальное управление: монография / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. - Москва: МЦНМО, 2008. - 320 с. - ISBN 978-5-94057-367-8.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9316>
5. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации: учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - 2-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - ISBN 978-5-9221-0559-0.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2330>

Дополнительная литература:

1. Ашманов, С.А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях: учебное пособие / С.А. Ашманов, А.В. Тимохов. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2012. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-1366-9.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/3799>
2. Ожегова, А.В. Вариационное исчисление: задачи, алгоритмы, примеры [Текст: электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / А. В. Ожегова, Р. Г. Насибуллин; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского . - Электронные данные (1 файл: 335 Кб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2013). - Режим доступа: открытый. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_039_000340.pdf
3. Пшеничный, Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин . - М.: Наука, 1975. - 319 с.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.01 Вариационное исчисление и методы оптимизации

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Экстремальные задачи и задачи оптимизации

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.