МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский
_____ «___»_____20__г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Сингулярные интегральные уравнения

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

13. Приложение №1. Фонд оценочных средств

14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Ildar.Bikchantaev@kpfu.ru ; Каюмов Ильгиз Рифатович

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках
ПК-3	Способен публично представлять собственные и известные научные результаты

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Знать современные
проблемы теории сингулярных интегральных уравнений.

Должен уметь:

Уметь применять их при решении прикладных задач

Уметь решать актуальные и важные задачи теории сингулярных интегральных уравнений

Должен владеть:

Владеть современными
проблемами теории сингулярных интегральных уравнений. Уметь применять их при решении прикладных задач

Должен демонстрировать способность и готовность:

1) понимать роль и место дисциплины в структуре общего курса математического анализа, понимать основные идеи, лежащие в основе теории одномерных интегральных операторов;

2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах построения теории одномерных интегральных операторов;

3) приобрести навыки для постановки и решения новых задач, приводящих к решению одномерных интегральных уравнений.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.11.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика в цифровой экономике)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 41 часа(ов), в том числе лекции - 20 часа(ов), практические занятия - 20 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 31 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия. Регуляризация операторов.	8	2	2	0	2
2.	Тема 2. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.	8	4	4	0	6
3.	Тема 3. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.	8	2	2	0	4
4.	Тема 4. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве Lp(Г).	8	4	4	0	6
5.	Тема 5. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве Lp с весом.	8	4	4	0	6
6.	Тема 6. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.	8	2	2	0	4
7.	Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения в пространстве Hμ(Г).	8	2	2	0	3
	Итого		20	20	0	31

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Основные понятия. Регуляризация операторов.

Понятие линейного оператора в банаховом пространстве. Левая и правая регуляризация операторов. Способы регуляризации сингулярных интегральных уравнений. Регуляризация справа. Регуляризация слева. Регуляризация решением характеристического уравнения. Исследование условий разрешимости регуляризованного интегрального уравнения.

Тема 2. Нётеровы и полунётеровы операторы в банаховом пространстве.

Понятие нормальной разрешимости, замкнутости, ограниченности линейного оператора. Ядро и коядро линейного оператора. Критерии нормальной разрешимости и замкнутости линейного оператора. Операторы с конечномерным ядром и коядром. Исследование линейного оператора на нормальную разрешимость, замкнутость, нетеровость.

Тема 3. Сингулярный интеграл и его простейшие свойства.

Кусочно ляпуновская система кривых. Существование сингулярного интеграла с гельдеровской плотностью на кусочно ляпуновской системе кривых. Замена переменных в сингулярном интеграле. Сингулярный интеграл, плотность которого есть рациональная функция. Теорема о существовании сингулярного интеграла на кусочно-гладкой системе контуров.

Тема 4. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве Lp(Г).

Устанавливается следующая теорема:

Пусть $\G$ --- замкнутая ляпуновская

кривая. Сингулярный интегральный оператор $S_\G$ ограничен в

пространстве $L_p(\G)$ для любого p, удовлетворяющего

неравенству $1<p<\infty$. Оценка нормы сингулярного интегрального операторы в различных банаховых пространствах.

Тема 5. Ограниченность сингулярного интегрального оператора в пространстве Lp с весом.

Устанавливается следующая теорема:

Пусть $\G$ есть кусочно ляпуновская

система кривых и пусть $p,\b_1,\dots,\b_m$ --- действительные

числа, удовлетворяющие условиям

$$

1<p<\infty,\ -1/p<\b_k<1-1/p\ (k=1,\dots,m).\eqno(2)$$ Тогда

сингулярный интегральный оператор $S_\G$ ограничен в

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

пространстве

$L_p(\G,\rho)$. В случае замкнутой системы кривых $\G\ \

S^2_\G=I$.

Тема 6. Сингулярный интегральный оператор в пространствах дифференцируемых функций.

Устанавливается следующая теорема:

Сингулярный интегральный оператор $S_\G$

отображает пространство $L_p(\G;(\G_{t_j},m_j)^r_{j=1})$

непрерывно в пространство $L_p(\G;(\G'_{t_j},m_j)^r_{j=1})$\\

$(1<p<\infty)$. Исследование интегрального оператора со слабой особенностью. Свойства интегрального оператора в пространствах с весом

Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения в пространстве Hμ(Г).

В предположении, что

$$

a(t)\ne0,\ \ b(t)\ne0\ \ (t\in\G).\eqno(1)$$

описывается ядро и коядро сингулярного оператора в пространстве Hμ(Г). Устанавливается формула перестановки двух сингулярных интегральных операторов в пространствах суммируемых с некоторым весом функций. Формула перестановки Пуанкаре-Бертрана.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу Руководство к решению задач по математическому анализу Приобрести в личное пользование. Издательство: Издательство "Лань" ISBN: 978-5-8114-0912-9 Год: 2014 - https://e.lanbook.com/book/149#authors

Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Издательство "Лань". 2003. - https://e.lanbook.com/book/2358#authors

Полянин А.Д., Манжиров А.В. Справочник по интегральным уравнениям - https://e.lanbook.com/book/2278#authors

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. . Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоя-тельная работа	САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте http://dic.academic.ru.
зачет	При подготовке к ЗАЧЕТУ необходимо опираться, прежде всего, на лекции, а также на источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на зачете предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика в цифровой экономике".

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.11.01 Сингулярные интегральные уравнения

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Основная литература:

1. Ильин, А. М. Уравнения математической физики : учебное пособие / А. М. Ильин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1036-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/2181 (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач : учебное пособие / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 216 с. - ISBN 978-5-8114-0863-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/71748 (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики : учебное пособие / М. М. Карчевский. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 164 с. - ISBN 978-5-8114-2132-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/72982 (дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики : учебник / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2000. - 400 с. - ISBN 5-9221-0011-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/2363 дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Агранович, М.С. Обобщенные функции : учебное пособие / М.С. Агранович. - Москва : МЦНМО, 2008. - 128 с. - ISBN 978-5-94057-402-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/9275 дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Карчевский, М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы : учебное пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова. - 2-е изд., доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 276 с. - ISBN 978-5-8114-2133-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: https://e.lanbook.com/book/72983 дата обращения: 16.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.11.01 Сингулярные интегральные уравнения

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика
Профиль подготовки: Математика в цифровой экономике
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ