

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Теория моделей

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Алгебра

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший научный сотрудник, к.н. Файзрахманов М.Х. (Региональный научно-образовательный математический центр, КФУ), Marat.Faizrahmanov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Основные понятия теории множеств, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

Должен уметь:

Решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов теории множеств, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

Должен владеть:

Математическим аппаратом теории множеств, методами доказательства утверждений в этой области, навыками алгоритмизации основных задач.

Должен демонстрировать способность и готовность:

Освоить основные понятия теории моделей, определения и свойства алгебраических структур, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.03.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Алгебра)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 49 часа(ов), в том числе лекции - 24 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 59 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Алгебраические структуры языка первого порядка. Канонические модели.	1	2	2	0	10
2.	Тема 2. Теоремы Скулема. Челночная эквивалентность.	1	4	4	0	10
3.	Тема 3. Насыщенные и специальные модели	1	6	6	0	15

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Категоричность. Теорема Морлея о несчетной категоричности	1	6	6	0	15
5.	Тема 5. Ультрафильтры и фильтрованные произведения.	1	6	6	0	9
	Итого		24	24	0	59

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Алгебраические структуры языка первого порядка. Канонические модели.

1. Понятие алгебраической структуры.
2. Отношения конгруэнтности на алгебраических структурах.
3. Канонические модели.
4. Элементарная эквивалентность и элементарные подструктуры. Элементарные мономорфизмы.
5. Критерий элементарных подструктур Тарского-Воота.
6. Элиминация кванторов. Счетные модели полных теорий.

##### Тема 2. Теоремы Скулема. Челночная эквивалентность.

1. Критерий элементарной эквивалентности.
2. Разрешимость элементарной теории аддитивной упорядоченной группы целых чисел.
3. Элементарные расширения и элементарные цепи. Приложения элементарных цепей.
4. Сколемизация алгебраических структур.
5. Скулемовские функции и неразличимые элементы.
6. Теорема Левенгейма-Скулема о понижении мощности.
7. Модельные пополнения. Подмодельная полнота.

##### Тема 3. Насыщенные и специальные модели

1. Лемма о челноке. Единственность специальных моделей. Однородность и универсальность насыщенных моделей.
2. Теоремы об устойчивости.
3. Применение специальных моделей в теории интерполяции и определимости.
4. Применения к теории полей. Приложения к булевым алгебрам
5. Типы элементов. Опускание типа.

##### Тема 4. Категоричность. Теорема Морлея о несчетной категоричности

1. Категоричность в заданной мощности.
2. Теория неразличимых множеств.
3. Теорема Левенгейма-Скулема-Тарского о двух кардиналах.
4. Стабильные в заданной мощности теории. Теорема о стабильности в счетной мощности несчетно категоричных теорий. Примеры теорий, не стабильных в счетной мощности.
5. Атомные и простые модели. Теорема Морлея о категоричности.

##### Тема 5. Ультрафильтры и фильтрованные произведения.

1. Прямые и фильтрованные произведения.
2. Теорема Мальцева о компактности.
3. Измеримые кардиналы. Регулярные ультрастепени.
4. Насыщенные ультрапроизведения. Предельные ультрастепени и полные расширения.
5. Итерированные ультрастепени. Теорема о конечных итерациях. Теорема об обогащении.
6. Теорема об уменьшении разрыва.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Верещагин, Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.К. Верещагин, А. Шень. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2008. - 288 с. - <https://e.lanbook.com/book/9307>

Ершов, Ю.Л. Математическая логика / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. - 6-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 356 с. - <http://znanium.com/catalog/product/395379>

Теория моделей и алгебраическая геометрия. О доказательстве Э. Хрущовского гипотезы Морделла-Ленга [Электронный ресурс] / под ред. Э. Бускарян. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2008. - 280 с. - <https://e.lanbook.com/book/9299>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>Своих целей учебная лекция достигает в том случае, если студентами будет проделана основательная работа до лекции, в процессе ее непосредственного восприятия и последующего изучения материала.</p> <p>В идеале уже до лекции студент должен бегло просмотреть учебнометодический комплекс, учебник, хотя бы один из источников по учебной, учебно-методической и научной литературе по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции. Он должен также мысленно припомнить то, что уже знает, когда-то читал, изучал по другим предметам применительно к данной теме. Главное в подготовительной работе к лекции - формирование субъективного настроения на характер информации, которую он получит в лекции по соответствующей теме. Иногда для этого бывает достаточно ознакомиться с рабочей учебной программой.</p>
практические занятия	<p>Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач.</p> <p>При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.</p> <p>При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.</p>
самостоятельная работа	<p>Цель самостоятельной работы студента - развитие общекультурных и профессиональных компетенций, способности и готовности студента к самостоятельной образовательной деятельности в течение всей жизни.</p> <p>Данная общая цель может быть декомпозирована на её базовые составляющие компоненты: формирование готовности (мотивации) студентов к управлению собственной познавательной деятельностью с целью выработки индивидуального стиля деятельности; систематизация и осмысление теоретических знаний и практических умений студентов; овладение междисциплинарными знаниями и умениями; формирование приёмов использования нормативно-правовых, справочных источников; развития самостоятельности, ответственности и организованности; формирование критического мышления, инициативы способностей к саморазвитию; формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков; развитие проектно-исследовательских умений; выработка навыков результативной самостоятельной профессиональной деятельности на уровне мировых стандартов.</p>
экзамен	<p>Экзамен, как и всякая иная форма учебного процесса, имеет свои нюансы, тонкости, которые студенту необходимо знать и учитывать. В систему подготовки к экзамену входят и такие вопросы: что и как запоминать при подготовке к экзамену; по каким источникам готовиться и на что направлять основные усилия; каким образом в максимальной использовать программу курса.</p> <p>Преподаватель на экзамене проверяет не столько уровень запоминания учебного материала, сколько то, как студент понимает те или иные конституционные категории и реальные политико-правовые проблемы, как умеет мыслить, аргументировать, отстаивать определенную позицию, объяснять заученную дефиницию своими словами. Для успешной сдачи экзамена необходимо разумное сочетание запоминания и понимания, простого воспроизводства учебной информации и работы мысли.</p>

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Алгебра".

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Алгебра

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

#### Основная литература:

1. Пруцков, А. В. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебник / Пруцков А.В., Волкова Л.Л. - Москва :КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 152 с.: - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-906818-74-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/956763> (дата обращения: 06.05.2020). - Режим доступа: по подписке.
2. Игошин, В. И. Математическая логика: Учебное пособие / Игошин В.И. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 398 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011691-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/543156> (дата обращения: 07.05.2020). - Режим доступа: по подписке.
3. Смолин, Ю.Н. Алгебра и теория чисел : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. - 5-е изд., стер.-Москва : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1034573> (дата обращения: 07.05.2020). - Режим доступа: по подписке.

#### Дополнительная литература:

1. Теория моделей и алгебраическая геометрия. О доказательстве Э. Хрущовского гипотезы Морделла-Ленга / под редакцией Э. Бускарян. - Москва : МЦНМО, 2008. - 280 с. - ISBN 978-5-94057-125-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9299> (дата обращения: 15.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Лихтарников, Л. М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения : учебное пособие / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 288 с. - ISBN 978-5-8114-0082-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/231> (дата обращения: 13.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Успенский, В. А. Вводный курс математической логики : учебное пособие / В. А. Успенский. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 128 с. - ISBN 978-5-9221-0278-0. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2355> (дата обращения: 08.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.



**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Алгебра

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.