

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ
проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Теория чисел

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший научный сотрудник, к.н. Файзрахманов М.Х. (Региональный научно-образовательный математический центр, КФУ), Marat.Faizrahmanov@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Деление с остатком; свойства отношения делимости; алгоритм Евклида деления с остатком; простые числа; свойства простых чисел; теория многочленов.

Должен уметь:

Вычислять остаток деления целых чисел, пользуясь алгоритмом Евклида; раскладывать натуральные числа на простые сомножители; проводить арифметические действия с многочленами от нескольких переменных.

Должен владеть:

Основными методами начального курса высшей алгебры и математического анализа.

Должен демонстрировать способность и готовность:

Освоить основные методы решения диофантовых уравнений и сравнений с одной неизвестной. Применять методы общей алгебры к исследованию колец вычетов.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Математика)" и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе в 2 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 73 часа(ов), в том числе лекции - 36 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 35 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет во 2 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Отношение делимости	2	4	4	0	2
2.	Тема 2. Теория сравнений	2	8	8	0	8
3.	Тема 3. Сравнения с одной неизвестной	2	8	8	0	7
4.	Тема 4. Алгебраические и трансцендентные числа	2	6	6	0	4
5.	Тема 5. Квадратичные вычеты	2	6	6	0	8
6.	Тема 6. Поле алгебраических чисел. Числа Лиувилля	2	4	4	0	6

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого		36	36	0	35

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Отношение делимости

1. Свойства отношения делимости. Теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Свойства НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Приложение: решение уравнений вида $ax+b=c$ в целых числах.
3. Простые числа. Теорема о бесконечности множества простых чисел. Теорема о существовании и единственности разложения натурального числа на простые множители. Формулы вычисления НОД и НОК через разложение чисел на простые множители. Простые числа в арифметических прогрессиях. В этой связи небольшой обзор (на 30 минут) работ Дирихле, Фробениуса и Чеботарева (знаменитая теорема плотности Чеботарева) и закона взаимности Артина (развитие идей Чеботарева).

Тема 2. Теория сравнений

1. Свойства отношения сравнимости по модулю. Полная система вычетов, ее свойства.
2. Мультипликативные функции. Примеры мультипликативных функций. Функция Эйлера. Формулы вычисления и мультипликативность функции Эйлера.
3. Приведенная система вычетов, ее свойства. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. 4. Приложение: Системы шифрования с открытым ключом. Система шифрования RSA.

Тема 3. Сравнения с одной неизвестной

1. Сравнения первой степени. Теорема о существовании и количестве решений сравнения первой степени. Методы решения. Приложение: решение линейных диофантовых уравнений от многих переменных с использованием сравнений первой степени.
2. Системы сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках. Теорема о существовании и количестве решений систем сравнений.
3. Сравнения n -ой степени по простому модулю. Методы понижения степени. Теорема о числе решений сравнений n -ой степени. Теорема Вильсона.
4. Сравнения n -ой степени по составному модулю. Метод решений сравнений по модулю, равному степени простого числа.

Тема 4. Алгебраические и трансцендентные числа

1. Алгебраические и трансцендентные числа. Целые алгебраические числа. Степень алгебраического числа. Минимальный многочлен и его свойства.
2. Теорема о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами. Приложение: новые примеры иррациональных чисел; иррациональность суммы радикалов. Иррациональность числа e . Доказательство существования неалгебраического (трансцендентного) числа мощностными соображениями.

Тема 5. Квадратичные вычеты

1. Сведение сравнений второй степени по простому модулю к проверке на квадратичный вычет. Число квадратичных вычетов и невычетов по заданному простому модулю.
2. Символ Лежандра. Критерий Эйлера. Правила вычисления символа Лежандра.
3. Вычисление $(2/p)$. Закон взаимности.
4. Символ Якоби и его свойства.
5. Применение символа Якоби к вычислению символа Лежандра.

Тема 6. Поле алгебраических чисел. Числа Лиувилля

1. Теорема. Множество алгебраических чисел образует поле относительно обычных арифметических операций.
2. Числа Лиувилля. Трансцендентность чисел Лиувилля. Примеры. набросок доказательства трансцендентности числа e .
3. Обзор аддитивных проблем теории чисел.
4. Приближение алгебраических чисел рациональными.
5. Конечные алгебраические расширения поля рациональных чисел.
6. Невозможность квадратуры круга.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Национальный Открытый Университет 'ИНТУИТ' - <http://www.intuit.ru/>

Портал КФУ - www.kpfu.ru

Свободная система компьютерной алгебры Maxima - <http://maxima.sourceforge.net/ru/>

Система дистанционного обучения КФУ - <http://tulpar.kfu-elearning.ru>ЭБС 'Знаниум' - <http://znanium.com/>**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>Своих целей учебная лекция достигает в том случае, если студентами будет проделана основательная работа до лекции, в процессе ее непосредственного восприятия и последующего изучения материала.</p> <p>В идеале уже до лекции студент должен бегло просмотреть учебнометодический комплекс, учебник, хотя бы один из источников по учебной, учебно-методической и научной литературе по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции. Он должен также мысленно припомнить то, что уже знает, когда-то читал, изучал по другим предметам применительно к данной теме. Главное в подготовительной работе к лекции - формирование субъективного настроения на характер информации, которую он получит в лекции по соответствующей теме. Иногда для этого бывает достаточно ознакомиться с рабочей учебной программой.</p>
практические занятия	<p>Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач.</p> <p>При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.</p> <p>При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.</p>
самостоятельная работа	<p>Цель самостоятельной работы студента - развитие общекультурных и профессиональных компетенций, способности и готовности студента к самостоятельной образовательной деятельности в течение всей жизни.</p> <p>Данная общая цель может быть декомпозирована на её базовые составляющие компоненты: формирование готовности (мотивации) студентов к управлению собственной познавательной деятельностью с целью выработки индивидуального стиля деятельности; систематизация и осмысление теоретических знаний и практических умений студентов; овладение междисциплинарными знаниями и умениями; формирование приёмов использования нормативно-правовых, справочных источников; развития самостоятельности, ответственности и организованности; формирование критического мышления, инициативы способностей к саморазвитию; формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков; развитие проектно-исследовательских умений; выработка навыков результативной самостоятельной профессиональной деятельности на уровне мировых стандартов.</p>
зачет	<p>Зачет, как и всякая иная форма учебного процесса, имеет свои нюансы, тонкости, которые студенту необходимо знать и учитывать. В систему подготовки к зачету входят и такие вопросы: что и как запоминать при подготовке к зачету; по каким источникам готовиться и на что направлять основные усилия; каким образом в максимальной использовать программу курса.</p> <p>Преподаватель на зачете проверяет не столько уровень запоминания учебного материала, сколько то, как студент понимает те или иные категории и проблемы, как умеет мыслить, аргументировать, отстаивать определенную позицию, объяснять заученную дефиницию своими словами. Для успешной сдачи зачета необходимо разумное сочетание запоминания и понимания, простого воспроизводства учебной информации и работы мысли.</p>

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Математика".

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Основная литература:

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.М. Виноградов. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 176 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/115195>
2. Бухштаб, А.А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Бухштаб. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 384 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65053>
3. Смолин, Ю.Н. Алгебра и теория чисел : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. - 5-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1034573>

Дополнительная литература:

1. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. - Москва : МЦНМО, 2009. - 552 с. - ISBN 978-5-94057-511-5. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9368>
2. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры : учебное пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова ; под редакцией Г.И. Курбатовой. - Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 112 с. - ISBN 978-5-8114-1657-8. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/49469>

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Математика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.