

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Теория чисел

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) ведущий научный сотрудник, д.н. Скрябин С.М. (Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), Serge.Skryabin@kpfu.ru ; Корешков Николай Александрович

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики
ПК-5	Обладать навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях, высших учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

различные типы расширения полей, основные свойства евклидовых колец и колец главных идеалов, строение группы обратимых элементов кольца вычетов.

Должен уметь:

решать сравнения различных видов, вычислять дискриминанты алгебраических расширений, применять квадратичный закон взаимности.

Должен владеть:

методами алгебраической теории чисел, в том числе техникой разложения идеалов в произведение простых.

Должен демонстрировать способность и готовность:

к решению диофантовых уравнений, сравнений различных видов, использованию конструкций из теории чисел в других разделах математики.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.02.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 37 часа(ов), в том числе лекции - 12 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 71 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 1 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема 1. Евклидовы кольца и кольца					

главных идеалов. Структура группы обратимых элементов кольца вычетов.

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Квадратичный, кубический и другие законы взаимности. Конечные и алгебраические расширения полей.	1	4	8	0	24
3.	Тема 3. Уравнения над конечными полями. Разложение идеала кольца целых алгебраических чисел в произведение простых идеалов.	1	4	8	0	23
	Итого		12	24	0	71

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Евклидовы кольца и кольца главных идеалов. Структура группы обратимых элементов кольца вычетов.

Аксиомы евклидова кольца. Основные понятия теории идеалов. Теорема об идеалах евклидова кольца. Кольца главных идеалов. Существование наибольшего общего делителя в кольцах главных идеалов. Основные понятия теории делимости в областях целостности. Единственность разложения в произведение простых множителей в евклидовых кольцах и кольцах главных идеалов. Цикличность группы обратимых элементов кольца вычетов по простому модулю.

Тема 2. Квадратичный, кубический и другие законы взаимности. Конечные и алгебраические расширения полей.

Расширения полей. Примеры расширений. Алгебраические и трансцендентные элементы. Степень расширения полей. Формула для степени в башне расширений. Связь между алгебраическими и конечными расширениями полей. Порождающие элементы. Строение поля, получаемого из заданного поля присоединением алгебраического элемента. Символы Лежандра. Несколько доказательств квадратичного закона взаимности. Кубический и биквадратичный законы взаимности.

Тема 3. Уравнения над конечными полями. Разложение идеала кольца целых алгебраических чисел в произведение простых идеалов.

Основные свойства конечных полей. Характеристика поля. Автоморфизм Фробениуса. Теорема о существовании и единственности конечных полей с заданным числом элементов. Теорема Шевалле о количестве корней алгебраических уравнений над конечными полями. Понятие дискриминанта и его связь с базисами конечных расширений. Дедекиндовость колец целых алгебраических чисел. Арифметика дедекиндовых колец.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Корешков Н.А., Насрутдинов М.Ф. Сборник задач по теории чисел: учебно-методическое пособие /Н.А. Корешков , М.Ф. Насрутдинов. - Казань, Казан.ун-т, 2016. - 24 с. - <http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F1166572870/number.pdf>

Бухштаб А.А. Теория чисел. Изд. "Лань". - 4-е изд. - 2015. - 384 с. - <https://e.lanbook.com/reader/book/65053/#1>

Ермолаева Н.Н., Козынченко В.А., Курбатова Г.И. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры - <https://e.lanbook.com/reader/book/49469/#1>

Теоретико-численные методы в криптографии: Учеб.пособие / Л. В. Кнауб, Е. А. Новиков, Ю. А. Шитов. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2011. - 160 с. - <http://znaniy.com/bookread.php?book=441493>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Нужно внимательно следить за логическим ходом рассуждений. Необходимо четко осознавать, являются ли выводы доказываемых утверждений из предполагаемых условий правильно обоснованными. Обращать внимание лектора на недостаточно ясно излагаемые детали. Особое значение придавать определениям новых понятий и математических конструкций.

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Практические занятия предполагают умение самостоятельно исследовать математические задачи и находить их решения на основе глубокого знания теоретических фактов по изучаемому предмету. В ходе занятий необходимо совершенствовать владение различными приёмами, используемыми в данной области. Из всего разнообразия методов уметь выбирать нужный для конкретной задачи.
самостоятельная работа	Необходимо критически относиться к изложению материала в учебных пособиях при самостоятельном изучении. Требуется ясно понимать все логические переходы в доказательствах теорем и уметь впоследствии самостоятельно воспроизвести и объяснить эти рассуждения. Нужно понимать, почему условия, накладываемые в формулировках теорем, необходимы, и в какие моменты доказательств они проявляются. Бывает полезно исследовать возможность использования альтернативных методов в доказательствах.
зачет	В основе построения любой математической теории лежат аккуратно вводимые понятия и аксиомы. Поэтому абсолютно необходимым требованием к сдающему зачет является безупречное владение всеми понятиями, изученными в теоретическом курсе, включающее, в частности, умение безукоризненно точно сформулировать их определения. Необходимо знать много примеров на каждое понятие и понимать взаимосвязь между ними. Экзаменатор будет просить студента пояснить те или иные понятия, как при ответе на основные вопросы, так и в качестве дополнительных вопросов. Разумеется, студент-математик также должен хорошо помнить формулировки теорем, проводить их доказательства и свободно пользоваться ими при решении задач.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Основная литература:

1. Корешков Н. А., Насрутдинов М. Ф. Сборник задач по теории чисел: учебно-методическое пособие /Н. А. Корешков, М. Ф. Насрутдинов. - Казань: Казан. ун-т, 2016. - 24 с. - Режим доступа: <http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F1166572870/number.pdf>
2. Бухштаб, А.А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Бухштаб. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 384 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65053>
3. Винберг, Э. Б. Курс алгебры [Электронный ресурс] : учебник. - Электрон. дан. - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2013. - 591 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=56396

Дополнительная литература:

1. Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии / М: Либроком, 2013. - 288 с.
2. Теоретико-численные методы в криптографии [Электронный ресурс]: Учеб. пособие / Л. В. Кнауб, Е. А. Новиков, Ю. А. Шитов. - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2011. - 160 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=441493>
3. Авдошин С.М., Дискретная математика. Модулярная алгебра, криптография, кодирование [Электронный ресурс] / Авдошин С. М., Набебин А. А. - М. : ДМК Пресс, 2017. - 352 с. - ISBN 978-5-94074-408-3 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940744083.html>

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.