

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский



» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Методы решения сингулярных интегральных уравнений

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Киясов С.Н. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Sergey.Kijasov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

теорию функций комплексного переменного и основные сведения из теории краевых задач для аналитических функций .

Должен уметь:

находить главные значения интегралов типа Коши и решать простейшие задачи теории аналитических функций.

Должен владеть:

методами теории функций комплексного переменного.

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять теорию краевых задач для аналитических функций и общую теорию сингулярных интегральных уравнений к построению решения в замкнутой форме определенных классов сингулярных интегральных уравнений.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.01.04 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 37 часа(ов), в том числе лекции - 12 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 53 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Интеграл типа Коши по замкнутому контуру. Функции, удовлетворяющие условию Гельдера. Главное значение интеграла типа Коши. Формулы					

Сохоцкого. Перестановка порядка интегрирования в повторном особом интеграле.

1

3

3

0

10

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Краевая задача Римана для односвязной области. Картина разрешимости задачи. Задача Римана с рациональными коэффициентами.	1	1	4	0	10
3.	Тема 3. Интеграл типа Коши по действительной оси. Краевая задача Римана для полуплоскости.	1	2	3	0	10
4.	Тема 4. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши для замкнутого контура. Решение характеристического уравнения и союзного с характеристическим.	1	2	4	0	10
5.	Тема 5. Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.	1	2	4	0	8
6.	Тема 6. Уравнения на действительной оси.	1	1	2	0	2
7.	Тема 7. Классы полных сингулярных интегральных уравнений, разрешимых в замкнутой форме.	1	1	4	0	3
	Итого		12	24	0	53

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### **Тема 1. Интеграл типа Коши по замкнутому контуру. Функции, удовлетворяющие условию Гельдера. Главное значение интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Перестановка порядка интегрирования в повторном особом интеграле.**

Интеграл типа Коши по замкнутому контуру. Функции, удовлетворяющие условию Гельдера. Главное значение интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Необходимое и достаточное условие того, что функция, удовлетворяющая условию Гельдера является краевым значением функции аналитической во внутренней или внешней области. Перестановка порядка интегрирования в повторном особом интеграле и некоторые ее частные случаи.

##### **Тема 2. Краевая задача Римана для односвязной области. Картина разрешимости задачи. Задача Римана с рациональными коэффициентами.**

Постановка краевой задачи Римана. Решение задачи о "скачке". Решение краевой задачи Римана в случае нулевого индекса. Каноническая функция однородной краевой задачи Римана в общем случае. Картина разрешимости неоднородной краевой задачи Римана. Решение краевой задачи Римана с рациональными коэффициентами.

##### **Тема 3. Интеграл типа Коши по действительной оси. Краевая задача Римана для полуплоскости.**

Определение условия Гельдера на бесконечности. Главное значение интеграла типа Коши по действительной оси. Формула Коши. Формулы Сохоцкого. Краевая задача Римана для полуплоскости. Решение задачи о "скачке". Решение краевой задачи Римана в случае нулевого индекса. Каноническая функция однородной краевой задачи Римана в общем случае. Картина разрешимости неоднородной краевой задачи Римана. Решение краевой задачи Римана с рациональными коэффициентами.

##### **Тема 4. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши для замкнутого контура. Решение характеристического уравнения и союзного с характеристическим.**

Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши для замкнутого контура. Понятие союзного уравнения. Характеристические интегральные уравнения и союзное с характеристическим.

Метод аналитического продолжения (сведение к краевой задаче Римана) решения характеристического уравнения и уравнения, союзного с характеристическим.

#### **Тема 5. Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.**

Композиция сингулярных интегральных операторов с ядром Коши. Регуляризирующий оператор. Способы регуляризации. Связь между решениями полного сингулярного интегрального уравнения с ядром Коши и регуляризованного уравнения.

Свойства союзных операторов Основнве теоремы об особых интегральных уравнениях (Теоремы Нетера).

#### **Тема 6. Уравнения на действительной оси.**

Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши на действительной оси. Сведение к краевой задаче Римана. Условие равносильности уравнения и краевой задачи. Решение уравнения в классе исчезающие на бесконечности функций..

Решение в классе ограниченных на бесконечности функций. Картина разрешимости уравнения.

#### **Тема 7. Классы полных сингулярных интегральных уравнений, разрешимых в замкнутой форме.**

Сингулярные интегральные уравнения с  $n$  ядрами на замкнутом контуре..

Сведение к задаче линейного сопряжения для  $n$ -мерного кусочно-аналитического вектора. Связь между их решениями. Понятие канонической матрицы однородной задачи линейного сопряжения. Классы уравнений с двумя и тремя ядрами, разрешимые в замкнутой форме.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

? Волковський Л.И. и др. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2763](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2763)

? Карасев И.П. Теория функций комплексного переменного - ? [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2190](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2190)

? Петрушко И.М. и др. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=526](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=526)

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие суть тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля для пометок. Не следует стесняться задавать лектору вопросы, если какие-либо аспекты лекционного материала оказались непонятными.
практические занятия	Работа на практических занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует ознакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> .
экзамен	При подготовке к ЭКЗАМЕНУ необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на дополнительную литературу и источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)



Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.01.04 Методы решения сингулярных интегральных  
уравнений

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

**Основная литература:**

1.Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс] : учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов ; под ред. В.А. Ильина. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2010. - 336 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48167>

2.Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учебник / И.И. Привалов. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 432 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/322>

**Дополнительная литература:**

1.Краевые задачи / Ф. Д. Гахов. - Изд.3-е перераб. и доп. - Москва: Наука, 1977. - 640 с.

2.Краевые задачи теории голоморфных функций: Учеб. пособие. 2. Основные краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения / Сост. Ю.В. Обносков; Науч. ред. В.И. Жегалов. - Казань: КГУ, 2000. - 55 с.

3.Полянин, А.Д. Справочник по интегральным уравнениям [Электронный ресурс] : справочник / А.Д. Полянин, А.В. Манжиров. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2003. - 608 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2278>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.01.04 Методы решения сингулярных интегральных  
уравнений

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.