

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Дополнительные главы теории гладких многообразий

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. (Кафедра геометрии, отделение математики), Pyotr.Ivanshin@krfu.ru ; профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. (Кафедра геометрии, отделение математики), vadim.shurygin

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Основные определения и понятия теории симплектических многообразий.

Способы применения данных понятий к решению актуальных задач дифференциальной геометрии и математической физики

Должен уметь:

Формулировать основные определения и понятия теории симплектических многообразий.

Применять данные понятия к решению актуальных задач дифференциальной геометрии и математической физики

Должен владеть:

Основными определениями и понятиями теории симплектических многообразий.

Умением применять данные понятия к решению актуальных задач дифференциальной геометрии и математической физики

Должен демонстрировать способность и готовность:

Основные определения и понятия теории симплектических многообразий.

Уметь применять данные понятия к решению актуальных задач дифференциальной геометрии и математической физики

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.01.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 37 часа(ов), в том числе лекции - 12 часа(ов), практические занятия - 24 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 53 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 54 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение и основные определения. Симплектическая линейная алгебра	1	1	2	0	6
3.	Тема 3. Кокасательные расслоения и форма Лиувилля	1	1	2	0	6
4.	Тема 4. Изотопии и векторные поля	1	1	2	0	6
5.	Тема 5. Лемма Пуанкаре	1	1	2	0	6
6.	Тема 6. Теорема Лагранжа о вложении	1	1	2	0	4
7.	Тема 7. Теорема о трубчатой окрестности	1	1	2	0	4
9.	Тема 9. Почти комплексные структуры и лагранжевы вложения	1	1	2	0	4
10.	Тема 10. Гамильтонов формализм. Уравнения Эйлера-Лагранжа	1	1	2	0	4
11.	Тема 11. Преобразование Лежандра	1	1	2	0	4
12.	Тема 12. Алгебры Ли и Пуассона	1	1	2	0	4
13.	Тема 13. Группы Ли	1	1	2	0	4
4.2	Содержание дисциплины (модуля)					
	Тема 1. Введение и основные определения. Симплектическая линейная алгебра					
	Симплектическое многообразие, невырожденная форма, симплектическое векторное пространство, гамильтоново векторное поле. Симплектическое подпространство. Изотропное и лагранжево подпространства. Симплектоморфизм двух пространств. Симплектическая линейная алгебра. Эрмитовы формы. Алгебра внешних форм.					1

Тема 3. Кокасательные расслоения и форма Лиувилля

Симплектическая структура на кокасательном расслоении над гладким многообразием. Контактная структура, ассоциированная с симплектической структурой на кокасательном расслоении над гладким многообразием. Теорема Дарбу (формулировка и схема доказательства). Скобка Пуассона двух функций. Тензорные структуры, интегрируемость.

Тема 4. Изотопии и векторные поля

Изотопия. Векторные поля и потоки. Интегральные кривые. Производные Ли. Сингулярная гомология. Интегрирование по сингулярным цепочкам и теорема Стокса. Теорема де Рама (эквивалентность двух определений алгебры внешних форм). Интеграция на ориентированных многообразиях и двойственность Пуанкаре. Теорема Мозера.

Тема 5. Лемма Пуанкаре

Теорема Дарбу (доказательство). Интегрируемость комплексной структуры. Лемма Пуанкаре. Симплектические многообразия. Римановы многообразия. Симплектические многообразия. Расслоения (главные и ассоциированные с главными) над многообразиями. Касательное и кокасательное расслоения. Геодезические потоки. Многообразия Келера.

Тема 6. Теорема Лагранжа о вложении

Лагранжево подмногообразие. Теорема Лагранжа. Векторные расслоения. Форма Маслова. Индекс пересечения лагранжевых подмногообразий. Изотропные подмногообразия. Основные примеры. Лагранжевы подмногообразия в $T X$ (касательном расслоении многообразия X). Конормальные расслоения. Приложение к симплектоморфизмам.

Тема 7. Теорема о трубчатой окрестности

Трубчатая окрестность. Нормальное расслоение. Различные формулировки теоремы о трубчатой окрестности. Теорема Вайнштейна о трубчатых окрестностях. Наблюдение от линейной алгебры. Трубчатые окрестности. Приложение 1:

Касательное пространство к группе симплектоморфизмов. Приложение 2:

Неподвижные точки симплектоморфизмов.

Тема 9. Почти комплексные структуры и лагранжевы вложения

Основная теорема существования п.к. структуры на симплектическом многообразии. Теорема о лагранжевом вложении. Почти комплексные структуры. Три геометрии. Комплексные структуры на векторных пространствах. Совместимые структуры. Совместимые линейные структуры. Совместимые тройки. Совместимость. Тройки из структур. Первые следствия.

Тема 10. Гамильтонов формализм. Уравнения Эйлера-Лагранжа

Система N частиц в пространстве. Лагранжиан. Вариационная постановка задачи. Принцип Гамильтона. Системы с ограничениями и принцип Даламбера. Вариационные принципы. Уравнения движения. Принцип наименьшего действия. Вариационные проблемы. Решение уравнений Эйлера-Лагранжа. Свойства минимизации функционала энергии.

Тема 11. Преобразование Лежандра

Векторное поле Эйлера-Лагранжа. Преобразование Лежандра. Переход от функции Лагранжа к функции Гамильтона. Примеры. Отображения и моменты. Действия. Однопараметрические группы диффеоморфизмов. Группы Ли. Гладкие действия. Симплектические и гамильтоновы действия. Сопряженные и коприсоединенные представления.

Тема 12. Алгебры Ли и Пуассона

Постоянные движения и первые интегралы. Скобка Пуассона. Алгебра Ли, скобка Ли. Симплектическое векторное поле. Алгебра Пуассона. Контактная динамика. Векторные поля Роба. Симплектизации. Гипотезы Зайферта и Вайнштейна. Слоения на симплектических многообразиях. Лагранжевы слоения. Трансверсальное многообразие.

Тема 13. Группы Ли

Группа Ли. Общая линейная группа. Лево-инвариантное векторное поле. Подгруппы и подалгебры Ли. Гомоморфизмы. Экспоненциальное отображение. Симплектическая группа. Гамильтоновы действия. Карты моментов и комоментов. Пространства орбит. Предварительная Редукция. Классические примеры. Многообразия торов.

Тема 14. Действия групп, лифт действия группы

Действие группы, гладкое действие группы. Примеры. Лифт действия группы. Симплектическое действие. (Симплектическое) Представление группы Ли. Существование и уникальность моментов отображений. Алгебры Ли векторных полей. Когомологии алгебры Ли. Существование моментов отображений. Единственность моментов отображений.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);

- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Ana C. Da Silva, Symplectic geometry - <https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~acannas/Books/lsg.pdf>

D. McDuff, What is symplectic geometry - <http://www.math.stonybrook.edu/~dusa/ewmcambrevjn23.pdf>

G. Heckman, Symplectic geometry - <http://www.math.ru.nl/~heckman/symplgeom.pdf>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.
практические занятия	На практических занятиях необходимо разбирать задачи, являющиеся естественным продолжением уже известных задач из основного курса теории многообразий. В частности, нужно указать на связь структуры групп Ли и многообразий. Поиск инвариантных векторных полей можно увязать с поиском геодезических полей. Изучение симплектической структуры можно связать с механическими задачами.
самостоятельная работа	В самостоятельной работе приветствуется изучение любой доступной литературы по смежным направлениям математики. Полезно разобрать содержание ряда классических монографий, рекомендованных для самостоятельного изучения. Рекомендовать данную литературу, сообразуясь с направлением курсовых исследований студентов.
экзамен	На экзамене студент обязан решать стандартные задачи из данной области. Кроме того, необходимо знать формулировки основных утверждений теории. Также студент должен уметь строить стандартные алгоритмы и применять их для решения вычислительных задач. В частности, необходимо уметь проверять совместность стандартных структур на многообразиях.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Анализ на многообразиях".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.01.01 Дополнительные главы теории гладких
многообразий

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Основная литература:

1. Игнатъев Ю. Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве [Текст: электронный ресурс]: учебное пособие: курс лекций для студентов математического факультета: специальности: (математика и информатика, математика и иностранный язык)/ проф. Ю. Г. Игнатъев. - Казань: Казанский федеральный университет, 2013. - 203 с. Режим доступа: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000327.pdf (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: открыто

2 Сандракова, Е. В. Дифференциальные формы на гладких многообразиях : учебное пособие / Е. В. Сандракова, Е. В. Сумин. - Москва : НИЯУ МИФИ, 2014. - 140 с. - ISBN 978-5-7262-2005-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/103230> (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Онищук, Н. М. Тензоры и тензорные поля на гладком многообразии : учебное пособие / Н. М. Онищук. - Томск : ТГУ, 2012. - 104 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/44926> (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Гаврилов С. П. Дифференцируемые многообразия и риманова геометрия [Текст: электронный ресурс] : [учебно-методическое пособие] / Гаврилов С.П., Егоров А. И. - (Казань : Казанский государственный университет, 2004) . [Ч.] 2: Элементы теории гладких многообразий [Текст: электронный ресурс] : [цикл лекций] .- Электронные данные (1 файл: 0,46 Мб) .- (Казань : Казанский государственный университет, 2010). - Загл. с экрана. - Режим доступа: открытый. - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/06-IPh/06_48_2010_kl-000198.pdf

(дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: открыто

2. Корешков, Н. А. Конечномерные алгебры [Текст: электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрыбин ; Казан. федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. - Электронные данные (1 файл: 0,634 Мб). - (Казань : Казанский федеральный университет, 2014). - Загл. с экрана. - Для 6-го семестра. - Режим доступа: только для студентов и сотрудников КФУ. Оригинал копии: Конечномерные алгебры: учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков, С. М. Скрыбин. - Казань : [Казанский университет], 2014. - 55 с. URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_035_A5-000542.pdf

(дата обращения: 14.05.2020- Режим доступа: открыто

3. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию : учебное пособие / В. И. Паньженский. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 240 с. - ISBN 978-5-8114-1979-1. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/67459> (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

*Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.01.01 Дополнительные главы теории гладких
многообразий*

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows