

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский



» 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Квантовая теория меры

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия, топология и их приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

### **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) директор института математики и механики Турилова Е.А. (директорат ИМиМ, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен организовывать научно-исследовательскую и научно-производственную работу, управлять научным коллективом, публично представлять собственные и известные научные результаты
ПК-7	
ПК-9	

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

Основные типы операторных алгебр, теорему Глисона и ее обобщения, основные принципы квантовой теории меры

Должен уметь:

осуществлять линейное продолжение меры для алгебр различных типов, строить ортоморфизмы решетки ортопроекторов

Должен владеть:

основными методами и приемами работы с мерами в контексте квантовой теории, навыками представления научных результатов

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.08.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Геометрия, топология и их приложения)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 37 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 80 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 27 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Операторные алгебры	3	0	6	0	15
2.	Тема 2. Терема Глисона и ее обобщения	3	0	12	0	25

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Основные понятия квантовой теории меры	3	0	8	0	18
4.	Тема 4. Преобразование ортопроекторов	3	0	5	0	10
5.	Тема 5. Продолжения состояний	3	0	5	0	12
	Итого		0	36	0	80

## 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

### Тема 1. Операторные алгебры

Основные понятия теории операторных алгебр. Основные свойства  $C^*$ -алгебр и алгебр фон Неймана, конструкция Гельфанда-Наймарка-Сигала, элементы теории состояний, классификация алгебр фон Неймана с точки зрения геометрии ортопроекторов, элементы теории йордановых алгебр, упорядоченных банаховых пространств и ортомодулярных множеств.

### Тема 2. Терема Глисона и ее обобщения

Реперные функции в трехмерном пространстве, геометрические свойства геометрическая лемма Пирона, ограничение реперных функций. Теорема Дорофеева-Шерстнева. Проблема Макки-Глисона. Обобщение теоремы Глисона. Линейные продолжения меры на алгебры типа  $I_n$ , бесконечные алгебры, конечные алгебры. Варианты теоремы Глисона для указанных типов алгебр.

### Тема 3. Основные понятия квантовой теории меры

Перенос базовых свойств стандартной теории меры на решетку ортопроекторов. Ограниченность вполне аддитивных мер на решетке ортопроекторов алгебр фон Неймана различных типов. Теорема Дорофеева о строении меры. Разложение квантовой меры Йосиды-Хевитта. Теоремы о поточечной сходимости последовательностей мер: теорема Никодима, теорема Витали-Хан-Сакса

### Тема 4. Преобразование ортопроекторов

Обобщение теоремы Вигнера на решетку ортопроекторов, гомоморфизмы множества ортопроекторов, теореме Дайя об автоморфизмах решетки ортопроекторов алгебры фон Неймана, свойства сохранения точных граней семейств ортопроекторов, описание динамики и симметрий квантовой системы непосредственно в терминах элементарных положений этой системы

### Тема 5. Продолжения состояний

Состояния на  $C^*$ -алгебрах, определение системы чистых состояний в терминах элементов  $C^*$ -алгебр, связь между операторной теорией и топологией компактных пространств, связь между последовательностями чистых состояний и максимальными абелевыми подалгебрами  $C^*$ -алгебр, теорема типа Глисона для квантовых логик

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Монография А.С.Холево - <https://www.mccme.ru/free-books/holevo-quantum.pdf>

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Математический портал - <http://www.allmath.com/>

Образовательный математический портал - <http://www.exponenta.ru/>

Российский квантовый центр - <http://www.rqc.ru>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	В ходе подготовки к занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений и оптимальных способов решения различных типов задач. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.
самостоятельная работа	Включает в себя такие виды работ, как работа над лекционным материалом, включающая в себя проработку основных теоретических понятий, подготовку к практическим занятиям, изучение литературы, построение плана, конспектирование в процессе подготовки к научному докладу, который также подразумевает самостоятельное доказательство отдельных пунктов, а также подготовку к промежуточной аттестации. Курс построен таким образом что только методичная и регулярная самостоятельная работа приведет к успешному усвоению дисциплины

Вид работ	Методические рекомендации
экзамен	Освоить теоретический материал по всем темам. Для этого выучить все определения основных понятий и все основные формулы, формулировки теорем, затем понять идеи доказательств теорем и выучить эти доказательства. Повторить идеи и методы решения всех стандартных задач по всем темам. Выбрать сложные задачи и решить их.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Геометрия, топология и их приложения".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.08.02 Квантовая теория меры

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия, топология и их приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

**Основная литература:**

- 1.Хелемский, А. Я. Квантовый функциональный анализ в бескоординатном изложении : монография / А. Я. Хелемский. - Москва : МЦНМО, 2009. - 304 с. - ISBN 978-5-94057-507-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9433> (дата обращения: 15.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 2.Белинский, А. В. Квантовые измерения : учебное пособие / А. В. Белинский. - 4-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 185 с. - ISBN 978-5-00101-691-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/135495> (дата обращения: 07.08.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 3.Шерстнев, А. Н. Методы билинейных форм в некоммутативной теории меры и интеграла / А. Н. Шерстнев. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 264 с. - ISBN 978-5-9221-0911-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59501> (дата обращения: 07.08.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Дополнительная литература:**

1. Борисёнок, С. В. Квантовая статистическая механика : учебное пособие / С. В. Борисёнок, А. С. Кондратьев. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 136 с. - ISBN 978-5-9221-1277-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2672> (дата обращения: 07.08.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 2.Наймарк, М. А. Нормированные кольца [Электронный ресурс] / М. А. Наймарк. - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 688 с., 3 ил. - ISBN 978-5-9221-1273-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544789> (дата обращения: 15.05.2020). - Режим доступа: по подписке.
3. Хелемский, А. Я. Лекции по функциональному анализу : учебник / А. Я. Хелемский. - 2-е изд. - Москва : МЦНМО, 2014. - 560 с. - ISBN 978-5-4439-2043-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56415> (дата обращения: 15.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.08.02 Квантовая теория меры

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия, топология и их приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.