

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Вычислительная геометрия

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия, топология и их приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. (Кафедра геометрии, отделение математики), Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru ; Сосов Евгений Николаевич

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики, исследовать математические модели в естествознании, цифровой экономике и управлении
ПК-3	Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия, и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

Должен уметь:

решать задачи вычислительная геометрии.

Должен владеть:

математическим аппаратом в вычислительная геометрия и теории распознавания образов.

Должен демонстрировать способность и готовность:

роль вычислительная геометрии в современной математике

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.06.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Геометрия, топология и их приложения)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 1 курсе в 2 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 29 часа(ов), в том числе лекции - 14 часа(ов), практические занятия - 14 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 1 часа(ов).

Самостоятельная работа - 43 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет во 2 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Операции над					

множествами и расстояния между различными множествами в  $R^n$  с использованием пакета Maxima.

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Относительный чебышевский радиус и центр, диаметральные точки непустого ограниченного множества. Метрическая проекция и обобщенная метрическая проекции точки на множество.	2	2	2	0	10
3.	Тема 3. Отклонение и расстояние Хаусдорфа между непустыми ограниченными множествами.	2	4	4	0	10
4.	Тема 4. Расстояние Громова-Хаусдорфа. Наилучшие аппроксимирующие сети. Метрический подход к распознаванию множеств.	2	4	4	0	9
5.	Тема 5. Обзор различных подходов к распознаванию образов.	2	2	2	0	6
	Итого		14	14	0	43

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### **Тема 1. Операции над множествами и расстояния между различными множествами в $R^n$ с использованием пакета Maxima.**

Краткий обзор возможностей система компьютерной алгебры Maxima.

Объединение, пересечение и разность множеств, сумма и разность множеств Минковского.

Вычисление расстояния от точки до множества, расстояния между множествами, диаметра множества.

Расстояние от точки до гиперплоскости и до выпуклого многогранника.

##### **Тема 2. Относительный чебышевский радиус и центр, диаметральные точки непустого ограниченного множества. Метрическая проекция и обобщенная метрическая проекции точки на множество.**

Свойства относительного чебышевского радиуса и относительного чебышевского центра компактного множества.

Нахождение диаметральных точек различных множеств. Свойства метрической и обобщенной метрической проекции точки на множество. Ортогональная проекция точки на прямую и гиперплоскость, метрическая проекция точки на параллелепипед, выпуклый многогранник с использованием системы компьютерной алгебры Maxima.

##### **Тема 3. Отклонение и расстояние Хаусдорфа между непустыми ограниченными множествами.**

Ортогональная проекция точки на конечное множество метрического пространства.

Свойства отклонения и расстояния Хаусдорфа между непустыми ограниченными множествами.

Нахождение отклонения и расстояния Хаусдорфа между конечными множествами и многогранниками с использованием системы компьютерной алгебры Maxima.

##### **Тема 4. Расстояние Громова-Хаусдорфа. Наилучшие аппроксимирующие сети. Метрический подход к распознаванию множеств.**

Свойства расстояния Громова-Хаусдорфа и его более простых аналогов. Метрический подход к распознаванию конечных множеств и многогранников. Нахождение чебышевских центров и наилучших аппроксимирующих сетей треугольников, прямоугольников, трапеций, кругов, пирамид, призм, цилиндров, шаров, эллипсоидов.

##### **Тема 5. Обзор различных подходов к распознаванию образов.**

Нахождение относительных радиусов, относительных чебышевских центров и относительных наилучших аппроксимирующих сетей

конечных множеств и многогранников.

Обзор подходов к распознаванию молекул, лиц, дактилоскопических отпечатков и других объектов. Сравнение различных подходов к распознаванию образов.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

znanium.com Геометрия и графика, 2014, Том 2. Вып. 1 / Геометрия и графика, Том 2. Вып. 1, 2014 - <http://znanium.com/go.php?id=466643>

Гупал В.М. Математические методы анализа и распознавания генетической информации - <http://znanium.com/bookread.php?book=309338>

Пантина, И. В. Вычислительная математика [Электронный ресурс] : учебник / И. В. Пантина, А. В. Синчуков. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: МФПУ Синергия, 2012. - <http://znanium.com/bookread.php?book=451160>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Лекция по распознаванию образов - [http://it-claim.ru/Persons/Zelencov/Lecture\\_text.pdf](http://it-claim.ru/Persons/Zelencov/Lecture_text.pdf)

Математические методы распознавания образов - <http://www.intuit.ru/studies/courses/2265/243/lecture/6241pdf>

Математические методы распознавания образов - <http://www.ccas.ru/frc/papers/mestetskii04course.pdf>

Обработка изображений. Распознавание образов. - <http://www.computeroptics.smr.ru/KO/PDF/KO32-3/11.pdf>

Чебышевский центр - <http://www.mathnet.ru/links/fd8818ae62b10a52e1896238ec148cd8/ivm1261.pdf>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.
практические занятия	В ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений и оптимальных способов решения различных типов задач. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.
самостоятельная работа	Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ.
зачет	Освоить теоретический материал по всем темам. Для этого выучить все определения основных понятий и все основные формулы, формулировки теорем, затем понять идеи доказательств теорем и выучить эти доказательства. Повторить идеи и методы решения всех стандартных задач по всем темам. Выбрать сложные задачи и решить их.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья



При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе "Геометрия, топология и их приложения".



### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия, топология и их приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

#### Основная литература:

1. Вычислительная геометрия. Алгоритмы и приложения / д. Б. Марк, Ч. Отфрид, в. К. Марк, О. Марк ; перевод с английского А. А. Слинкин. - 3-е изд. - Москва : ДМК Пресс, 2017. - 438 с. - ISBN 978-5-97060-406-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/105833> (дата обращения: 05.08.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Исковских, В.А. Многомерная геометрия [Электронный ресурс] / В.А. Исковских ; ред.-сост. Вик. С. Куликов, Ю.Г. Прохоров, И.А. Чельцов. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2016. - 616 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/80144>
3. Секованов, В. С. Фрактальная геометрия. Преподавание, задачи, алгоритмы, синергетика, эстетика, приложения : учебное пособие / В. С. Секованов. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 180 с. - ISBN 978-5-8114-3264-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/113906> (дата обращения: 05.08.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная литература:

- 1 Ефимов, Н. В. Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн. - 3-е изд. - Москва : Физматлит, 2004 - 464 с. - ISBN 978-5-9221-0386-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544609> (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: по подписке.
- 2 Половинкин, Е. С. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа : учебное пособие / Е. С. Половинкин, М. В. Балашов. - 2-е изд. испр. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007 - 440 с. - ISBN 978-5-9221-0896-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2279> (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей
- 3 Примаков, Д. А. Геометрия и топология [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. А. Примаков, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: МФПА, 2011 - 272 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=451172> (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: открыто
- 4 Селиванова С.В. Метрическая геометрия нерегулярных пространств Карно-Каратеодори [Текст: электронный ресурс] : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук : специальность 01.01.01 -вещественный, комплексный и функциональный анализ / Селиванова Светлана Викторовна ; [Ин-т математики им. С. Л. Соболева СО РАН] .- Электронные данные (1 файл: 511 Кб) . - Новосибирск, 2011.-(Казань : Казанский федеральный университет, 2017). - Режим доступа: <http://libweb.kpfu.ru/referat/2011/0-788271.pdf> (дата обращения: 14.05.2020). - Режим доступа: открыто

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия, топология и их приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.