

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д. А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Дополнительные главы теории случайных процессов

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Симушкин С.В. (кафедра математической статистики, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского), Sergey.Simushkin@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4	Проведение исследований, направленных на решение актуальных задач математической статистики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа.

Должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;
- вычислять условные вероятности;
- находить основные характеристики случайных величин;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- находить интегралы и производные;
- доказывать математические утверждения.

Должен владеть:

- методами теории вероятностей, математической статистики, функционального анализа и теории меры;
- приемами вычислений интегралов и производных;
- навыками использования математических справочников.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- изучать сложный математический материал;
- проводить самостоятельную исследовательскую работу;
- применять на практике основные методы теории случайных процессов.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.07 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.02 "Прикладная математика и информатика (Методы прикладной математической статистики)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 1 курсе в 2 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 42 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 42 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 30 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет во 2 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов. Стохастическое интегрирование	2	0	0	11	7
2.	Тема 2. Стохастические дифференциальные уравнения. Функционалы от броуновского движения	2	0	0	11	8
3.	Тема 3. Диффузионные процессы.	2	0	0	10	8
4.	Тема 4. Диффузии со скачками. Принцип инвариантности для случайных блужданий.	2	0	0	10	7
	Итого		0	0	42	30

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов. Стохастическое интегрирование

Случайные величины. Случайные процессы. Критерий непрерывности. Моменты остановки. Гауссовские процессы. Стационарные случайные процессы. Процесс броуновского движения. Стохастическое интегрирование по броуновскому движению. Стохастические интегралы с переменным верхним пределом. Расширение класса интегрируемых функций. Формула Ито.

##### Тема 2. Стохастические дифференциальные уравнения. Функционалы от броуновского движения

Стохастические дифференциальные уравнения. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений. Зависимость решений стохастических дифференциальных уравнений от начальных данных. Вероятностное решение задачи Коши. Распределения интегральных функционалов от броуновского движения. Совместное распределение интегрального функционала, инфимума и супремума броуновского движения. Распределения функционалов от броуновского движения с линейным сносом.

##### Тема 3. Диффузионные процессы.

Диффузионные процессы, их определение, свойства и характеристики. Обратное и прямое уравнения Колмогорова. Диффузионные процессы как решения стохастических уравнений, определение, вывод и свойства. Распределения интегральных функционалов от диффузий и их инфимума и супремума, определение, вывод и свойства.

##### Тема 4. Диффузии со скачками. Принцип инвариантности для случайных блужданий.

Диффузии со скачками. Примеры диффузий со скачками. Распределения интегральных функционалов и функционалов инфимума и супремума. Случайная замена времени. Постановка задач. Схема вложения Скорохода. Принцип инвариантности для случайных блужданий. Оценки для вероятностей максимумов сумм случайных величин.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. - М.: МЦНМО, 2010. - 560 с. -

<http://e.lanbook.com/view/book/9354/>

Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей и случайные процессы. - м.: МЦНМО, 2013. - 408 с. -

<http://e.lanbook.com/view/book/56404/>

Соколов Г.А. Теория случайных процессов для экономистов. - М.: Физматлит, 2010. - 208 с. -

<http://e.lanbook.com/view/book/59535/>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

контрольная работа -

[http://www.coolreferat.com/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7\\_%D0%B2%D1%80%D0%B5%D0%BC%](http://www.coolreferat.com/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B2%D1%80%D0%B5%D0%BC%)

курс лекций - [http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures\\_time\\_series\\_analysis.pdf](http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf)

учебник -

<http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/09/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7-%D0%B2%D1%80%D0%B5%D0%BC.pdf>

учебное пособие - <http://www.bestreferat.ru/referat-208334.html>

Учебный класс Teams -

<https://teams.microsoft.com/l/team/19%3ae3b324edf5524298aaa2945d2cbe8464%40thread.tacv2/conversations?groupId=494>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	<p>В ходе прохождения цикла занятий лабораторного типа по дисциплине обучающемуся слушателю для лучшего и полноценного усвоения осваиваемого материала и теории необходимо усердно и с инициативным рвением выполнять все задания для выполнения на лабораторных занятиях, анализировать соответствие выполненных работ с заданием и теорией.</p> <p>Предполагается, как очная, так и дистанционная формы обучения</p>
самостоятельная работа	<p>В ходе выполнения цикла самостоятельных работ по дисциплине обучающемуся слушателю курса рекомендуется с целью лучшего и более полного усвоения осваиваемого материала и теории выполнять все работы для домашнего исполнения, изучать дополнительную литературу, формулировать вопросы на не полностью освоенные части курса.</p>
зачет	<p>При подготовке к зачету и экзамену обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, вывода и доказательств утверждений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Не рекомендуется в процессе подготовки использовать непроверенные источники информации. Для подготовки к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.</p>

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе "Методы прикладной математической статистики".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.07 Дополнительные главы теории случайных процессов

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

**Основная литература:**

1. Бородин, А.Н. Случайные процессы [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Бородин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 640 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12935>
2. Плотников, А.Н. Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Плотников. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 220 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72992>
3. Симушкин, С.В. Методы теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.В. Симушкин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 548 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/110911>

**Дополнительная литература:**

1. Коралов, Л.Б. Теория вероятностей и случайные процессы [Электронный ресурс] / Л.Б. Коралов, Я.Г. Синай ; под ред. Б.М. Гуревича ; пер. с англ. Э.В. Переходцевой. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 408 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71821>
2. Кельберт, М.Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.Я. Кельберт, Ю.И. Сухов. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2010. - 560 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9354>
3. Соколов, Г.А. Теория случайных процессов для экономистов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.А. Соколов. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2010. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59535>



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.07 Дополнительные главы теории случайных процессов

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.