

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Краевые задачи теории гетерогенных сред

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Обносов Ю.В. (Кафедра математического анализа, отделение математики), yurii.obnosov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны:

- понимать физическую постановку рассматриваемых задач и место, которое аналитические методы занимают в общем спектре подходов к их исследованию

- обладать теоретическими знаниями о методах исследования трехэлементных краевых задач, связанных с применением методов симметрии, аналитического продолжения, элементами теории спец. функций и конформных отображений

- ориентироваться в современном состоянии теории гетерогенных сред и проблемах этой теории, допускающих замкнутое решение с использованием методов теории функций комплексного переменного

- приобрести навыки самостоятельного исследования простейших задач теории плоских композитов

- уметь обрабатывать полученные аналитические результаты с помощью современных вычислительных средств

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.10.06 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 40 часа(ов), в том числе лекции - 20 часа(ов), практические занятия - 20 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 32 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Постановка краевых задач					

теории гетерогенных сред

---

8

2

2

0

4

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Задача об эллиптическом включении	8	4	2	0	6
3.	Тема 3. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай эллиптического включения	8	4	4	0	6
4.	Тема 4. Задача о параболическом включении	8	4	4	0	6
5.	Тема 5. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения	8	4	4	0	6
6.	Тема 6. Задача о гиперболическом включении	8	2	4	0	4
	Итого		20	20	0	32

## 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

### Тема 1. Постановка краевых задач теории гетерогенных сред

Основные понятия и определения. Плоские задачи теории гетерогенных сред. Приведение задачи сопряжения силовых полей в гетерогенных средах к краевой задаче R-линейного сопряжения в классе кусочно-голоморфных функций, эквивалентность, единственность решения. Теорема о двухфазных средах - приведение задачи в случае комплексных коэффициентов к соответствующей задаче в случае вещественных коэффициентов.

### Тема 2. Задача об эллиптическом включении

Приведение исходной задачи к задаче для кольца и сведение последней к функциональному уравнению. Доказательство четности искомого решения и его представление в виде линейной комбинации двух частных решений, удовлетворяющих соответствующему условию симметрии. Решение в случае вещественных и комплексных коэффициентов. Предельные и вырожденные случаи.

### Тема 3. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай эллиптического включения

Решение задачи о возмущении произвольно заданного комплексного потенциала путем внесения в однородную среду инородного эллиптического включения. Случай отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала. Случай граничных особенностей. Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного конечным набором мультиполей.

### Тема 4. Задача о параболическом включении

Построение частных решений задачи, удовлетворяющих условиям симметрии относительно мнимой и вещественной оси. Приведение задачи о параболическом включении к задаче о полосе и ее решение методом аналитического продолжения. Решение задачи в вещественном случае. Теорема единственности. Предельные и вырожденные случаи.

### Тема 5. Обобщение теоремы Милн-Томсона на случай параболического включения

Решение в случае отсутствия граничных особенностей у заданной главной части искомого комплексного потенциала. Случай наличия у невозмущенного потенциала сингулярных особенностей на линии сопряжения разнородных сред. Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного конечным набором мультиполей.

### Тема 6. Задача о гиперболическом включении

Приведение задачи о гиперболическом включении методами симметрии и конформного отображения к задаче о "клине". Сведение задачи к системе двух трансцендентных уравнений и выделение случаев, когда последние допускают точное решение в квадратурах. Решение в вещественном и комплексном случаях. Выделение случая поля, порожденного заданным диполем в бесконечно удаленной точке. Построение с помощью пакета Математика (Wolfram) линий тока и эквипотенциалей потока, порожденного диполем в конечной точке.

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Евграфов М.А. Аналитические функции. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань", 2008. - 448 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/134/>

И.И. Привалов. Введение в теорию функций комплексного переменного. Издательство: Лань, 2009. - 432 с - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1344](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1344).

Ф.Д. Гахов, Н. И. Мухелишвили. Сингулярные интегральные уравнения - [www.mathnet.ru/zvmmf9305](http://www.mathnet.ru/zvmmf9305)

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Обязательное посещение лекций ведущего преподавателя; лекции - основное методическое руководство при изучении дисциплины, наиболее оптимальным образом структурированное и скорректированное на современный материал; в лекции глубоко и подробно, аргументировано и методологически строго рассматриваются главные проблемы темы; в лекции даются необходимые разные подходы к исследуемым проблемам.
практические занятия	Основной целью практических (семинарских) занятий по дисциплине "Краевые задачи теории гетерогенных сред" является умение применять полученные лекционные знания и методы на практике, более глубокое и детальное изучение основных понятий, объектов и их свойств, отработка практических навыков решения задач. Разбор и самостоятельное решение ряда задач повышенной трудности.
самостоятельная работа	Основой самостоятельной работы студентов является проработка лекционного материала и выполнение домашних практических заданий. Вне аудиторная самостоятельная работа студентов включает следующие ее виды: <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> проработку и повторение лекционного материала, используя конспекты лекций, учебники, учебные пособия, методические указания, специальную литературу и ресурсы сети Интернет;</li> <li><input type="checkbox"/> выполнение домашнего практического задания;</li> <li><input type="checkbox"/> подготовка к устному опросу.</li> </ul>
зачет	На зачете проводится комплексная проверка как практических, так и теоретических знаний и умений, полученных студентами в учебном году. Необходимо обратить особое внимание умение поставить математическую задачу соответствующую данному физическому процессу в плоском композиционном материале. Доказать единственность решения поставленной задачи и найти это решение.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.10.06 Краевые задачи теории гетерогенных сред

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

**Основная литература:**

1. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной : учебник / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; под редакцией В. А. Ильина. - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. - ISBN 978-5-9221-0133-2. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48167> (дата обращения: 19.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е.С. Половинкин. - Москва : ИНФРА-М, 2017. - 254 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - [www.dx.doi.org/10.12737/6014](http://www.dx.doi.org/10.12737/6014). - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/752312> (дата обращения: 19.08.2019). - Режим доступа : по подписке.
3. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник / И. И. Привалов. - 15-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 432 с. - ISBN 978-5-8114-0913-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/322> (дата обращения: 19.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Дополнительная литература:**

1. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике / Н. И. Мухелишвили. - изд. 3-е, испр. и доп. - Москва : Наука, 1968. - 511с.
2. Волковьский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / Л. И. Волковьский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - 4-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. - ISBN 5-9221-0264-8. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2763> (дата обращения: 19.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Кулиев, В. Д. Сингулярные краевые задачи : монография / В. Д. Кулиев. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 720 с. - ISBN 5-9221-0588-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2745> (дата обращения: 19.08.2019). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Гахов Ф.Д. Краевые задачи / Ф. Д. Гахов. - изд.3-е перераб. и доп. - Москва : Наука, 1977. - 640 с.

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.10.06 Краевые задачи теории гетерогенных сред

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2019

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.