

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Теория алгоритмов БЗ.ДВ.5

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и программное обеспечение вычислительных машин и сетей

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Ахтямов Р.Б.

**Рецензент(ы):**

Бухараев Н.Р.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Регистрационный No 9116214

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Ахтямов Р.Б. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Raouf.Akhiamov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

курс знакомит с фундаментальными результатами теории алгоритмов: неразрешимые проблемы, формализации интуитивного понятия алгоритма, существование универсальной функции, сводимости, степени неразрешимости и решение проблемы Поста.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина относится к профессиональным дисциплинам.

Читается на 4 курсе 7 семестр для студентов, обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	уметь решать поставленные задачи , используя ранее доказанные теоремы
ПК-5 (профессиональные компетенции)	уметь формулировать новые задачи и предлагать методы их решения
ПК-7 (профессиональные компетенции)	для решения задачи способность находить литературу и статьи в научных журналах, анализировать результаты
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность оценить правильность решения задачи , ее непротиворечивость

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные определения и понятия в теории алгоритмов, фундаментальные результаты

2. должен уметь:

строить множества с различными характеристиками с помощью метода начальных сегментов и метода приоритета с конечными нарушениями.

3. должен владеть:

теоретическими знаниями по этому предмету;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен демонстрировать способность оперировать базовыми знаниями в теории алгоритмов, использовать различные методы при решении

проблем.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма.. Примитив-но-рекурсивные функции. Диагонализация. Форма-лизации вычислимых функций. Тезис Черча. Геде-левы номера. Универсальность. S-m-n теорема. Проблема остановки.	7	1-3	0	6	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.	7	4-5	0	4	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.	7	6-7	0	4	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества. Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Иммунные множества.	7	8-12	0	10	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.	7	13-17	0	10	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..	7	18	0	2	0	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			0	36	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма..**

**Примитивно-рекурсивные функции. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча. Геделевы номера. Универсальность. S-m-n теорема. Проблема остановки.**

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Рекурсивные функции: определение, пример рекурсивной функции, примеры нерекурсивных функций. Неформальное определение алгоритма. Существенные черты алгоритма. Примитивно-рекурсивные функции. Примеры примитивно-рекурсивных функций. Примеры непримитивно-рекурсивных функций, но рекурсивных функций. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Вычислимые функции по Тьюрингу. Вычислимые функции по Клини. Вычислимые функции по Маркову. Тезис Черча: класс вычислимых функций совпадает с классом интуитивно вычислимых функций. Геделевы номера. Существует счетное число частично-рекурсивных функций и существует счетное число общерекурсивных функций. S-m-n теорема. Проблема остановки.

**Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем: а) определить по любому  $x$ , является ли частично-рекурсивная функция (ч.р.ф.) с геделевским номером  $x$  постоянной функцией; б) определить по любым  $x$  и  $y$ , входит ли  $y$  в область значений ч.р.ф. с геделевским номером  $x$ . Неразрешимые проблемы в других областях математики. Результаты неразрешимости в теории чисел и алгебре. Рассмотрим полиномы от любого числа переменных с рациональными коэффициентами. Существует ли алгоритм для определения по любому такому полиному, имеет ли он решение в рациональных числах (диофантовы корни). Проблема, связанная с этим вопросом, известна под названием проблемы Гильберта. Доказано, что эта проблема неразрешима. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.

**Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Определение рекурсивного и рекурсивно-перечислимого множества (р.п.м) Примеры рекурсивных и р.п. множеств. Теорема:  $A$  - рекурсивное множество  $\Rightarrow A$  - р.п.м. Теорема (Пост):  $A$  - рекурсивное множество  $\Leftrightarrow A$  - р.п.м. и  $N-A$  - р.п.м. Основная теорема:  $A$  - р.п.м.  $\Leftrightarrow A$  - область определения ч.р.ф. Теорема о проекции.

**Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества. Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Иммунные множества.**

**практическое занятие (10 часа(ов)):**

Сводимости. Одно-одно сводимость (1-). Понятие и примеры множеств 1- сводимых друг к другу. Много-одно сводимость (m-). Понятие и примеры множеств m-сводимых друг к другу. Эквивалентные определения 1- и m- сводимых множеств. Полные множества. Определение полного множества. Примеры полных множеств. Творческие (креативные) множества. Креативные множества являются 1- полными и m- полными. Цилиндры. Определение цилиндра и основные свойства. Продуктивность. Определение продуктивного множества. Дополнение креативного множества является продуктивным. Теоремы о продуктивных множествах. Простые множества. Определение простого множества. Существование простого множества. Иммунные множества. Определение иммунного множества. Свойства иммунных множеств. Примеры иммунных множеств.

**Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.**

**практическое занятие (10 часа(ов)):**

Сводимость по Тьюрингу. Определение интуитивной сводимости одного множества к другому. Примеры интуитивно сводимых множеств. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Определение машины Тьюринга с оракулом. Расширенная клиниева формализация. Множество  $A$  рекурсивно относительно множества  $B$ . Множество  $A$  по тьюрингу сводимо к множеству  $B$ . Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста: существует ли р.п.м. которое не рекурсивно и не  $T$ -полно? Теорема Фридберга-Мучника. Существуют р.п.м.  $A$  и  $B$ , такие, что  $A$  и  $B$  не сравнимы относительно  $T$ -сводимости.

### Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..

#### практическое занятие (2 часа(ов)):

Индексные множества. Определение индексного множества. Теоремы Райса и Райса-Шапиро. Применение индексных множеств в доказательствах теорем в теории алгоритмов. Теорема о рекурсии или теорема о неподвижной точке. Примеры использования теоремы о неподвижной точки при доказательстве теорем.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма.. Примитив-но-рекурсивные функции. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча. Геде-левы номера. Универсальность. $S-m-n$ теорема. Проблема остановки.	7	1-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.	7	4-5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.	7	6-7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества. Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Иммунные множества.	7	8-12	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
5.	Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.	7	13-17	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
6.	Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..	7	18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
	Итого				36	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторно-практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Рекурсивные функции. Неформальное определение алгоритма..**  
**Примитив-но-рекурсивные функции. Диагонализация. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча. Геделевы номера. Универсальность. S-m-n теорема. Проблема остановки.**

домашнее задание , примерные вопросы:



Изучение материала данной темы. Решение задач Написать примитивно-рекурсивную схему для функции  $f(x,y)=x+y$ .

**Тема 2. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем. Неразрешимые проблемы в других областях математики. Существование некоторых частично-рекурсивных функций.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач Написать программу на языке машины Тьюринга , вычисляющую функцию  $f(x)=2^x$

**Тема 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Основная теорема. Теорема о проекции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач Покажите , что объединение и пересечение рекурсивно-перечислимых множеств является рекурсивно перечислимым множеством. Покажите , что рекурсивные множества замкнуты относительно операций объединения , пересечения и дополнения. Покажите что р.п.м. не замкнуты относительно операции дополнения

**Тема 4. Одно-одно сводимость. Много-одно сводимость. Полные множества. Творческие (креативные) множества . Цилиндры. Продуктивность. Простые множества. Именные множества.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач Покажите что три определения сводимости являются эквивалентными.

**Тема 5. Сводимость по Тьюрингу. Относительная рекурсивность. Машина Тьюринга с оракулом. Тьюринговы степени и оператор скачка. Метод конечных сегментов. Оракульные конструкции не рекурсивно перечислимых степеней, теорема Клини. Метод приоритета с конечными нарушениями. Проблема Поста и теорема Фридберга-Мучника.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач

**Тема 6. Индексные множества. Теорема о рекурсии..**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материала данной темы. Решение задач Покажите, что индексные множества семейств конечных множеств не являются рекурсивно-перечислимыми.

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета. Полный список вопросов к зачету в Приложении 1.

Примерные вопросы для зачета

1. Рекурсивные функции.
2. Неформальное определение алгоритма.
3. Примитивно-рекурсивные функции.
4. Формализации вычислимых функций. Тезис Черча.
5. Проблема остановки.
6. Неразрешимые проблемы. Новые примеры неразрешимых проблем.
7. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.
8. Основная теорема.
9. Теорема о проекции.

Контрольная работа.

Написать примитивно-рекурсивную схему для функции  $f(x,y)=x+y$ .

Написать программу на языке машины Тьюринга , вычисляющую функцию  $f(x)=2^x$

## Контрольная работа

Покажите , что объединение и пересечение рекурсивно-перечислимых множеств является рекурсивно перечислимым множеством.

Покажите , что рекурсивные множества замкнуты относительно операций объединения , пересечения и дополнения.

Покажите что р.п.м. не замкнуты относительно операции дополнения

### 7.1. Основная литература:

1. Громкович, Юрай. Теоретическая информатика : Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию.– Издание 3- е .– СПб : БХВ- Петербург, 2010 .– 336 с.
2. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. пособие для студ.высш.учеб.заведений / В. И. Игошин .? М. : Академия, 2004 .? 448 с. ? ISBN 5-7695-1363-2
3. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>
4. Теория алгоритмов: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 318 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=241722>
- 5.Зверев Г.Н. Теоретическая информатика и её основания. Том 2. - М.:Физматлит, 2008. - 576 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2378](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2378)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Теория алгоритмов / А. А. Марков, Н. М. Нагорный .? Москва : Наука, 1984 .? 432 с.
2. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость / Х. Роджерс ; Под ред. В. А. Успенского; Пер.с англ. В. А. Душского; Пер. М. И. Кановича; Пер. Е. Ю. Ногиной .? Москва : Мир, 1972 .? 624с.
3. Вычислимо перечислимые множества и степени : изучение вычислимых функций и вычислимо перечислимых множеств / Роберт И. Соар ; пер. с англ. под ред. М. М. Арсланова .? Казань : Казанское математическое общество, 2000 .? 576 с. : ил. ; 22 .? Загл. и авт. ориг.: Resursively enumerable sets and degrees / Robert I. Soare .? Библиогр.: с. 510-548 .? Предм. указ.: с. 562-576.
4. Марченков, С. С. Рекурсивные функции [Электронный ресурс] / С. С. Марченков. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 64 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=439978>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Лавров, И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Электронный ресурс] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. - 5-е изд., исправл. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=410509>
- Теория алгоритмов Полный конспект лекций по курсу1 Доцент кафедры ДМИ, к. ф.-м. н. С. Ю. Подзоров НГУ, 2003 ? 2004. - [nsu.ru>education/podzorov/Alg/Course.pdf](http://nsu.ru/education/podzorov/Alg/Course.pdf)
- Х.Роджерс Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость Мир,1972 - <http://mexalib.com/view/27223>
- 1.Теория алгоритмов: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 318 с. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=241722>
  - 4.Марченков, С. С. Рекурсивные функции [Электронный ресурс] / С. С. Марченков. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 64 с. - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=439978>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теория алгоритмов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером), а так же в специализированных компьютерных кабинетах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое и программное обеспечение вычислительных машин и сетей .

Автор(ы):

Ахтямов Р.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бухараев Н.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.