

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика Б3.Б.3

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование, математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: второе высшее

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Джунгурова О.А. , Шерман Е.Д.

**Рецензент(ы):**

Желтухин В.С.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 999714

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Джунгурова О.А. ; старший преподаватель, б/с Шерман Е.Д. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Evgenyi.Sherman@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является систематическое изучение методов теории вероятностей и математической статистики, которые используются в качестве математических моделей широкого круга процессов физики, техники, экономики и других разделов естествознания. Особое внимание уделяется вероятностным моделям реальных явлений и статистическим методам идентификации этих моделей.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе в 3 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ 1", "Математический анализ 2", "Дифференциальные и разностные уравнения".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные принципы построения вероятностных моделей и методов принятия статистических решений

2. должен уметь:

- ориентироваться в классических и современных методах доказательства предельных теорем теории вероятностей и выводе распределения статистик - функций отклонение выборочных данных

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями, связанными с основными законами теории вероятностей и теории статистического вывода

- навыками построения вероятностных моделей реальных явлений и навыки обработки статистических данных

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.	5	1-3	3	0	3	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.	5	4-6	3	0	3	домашнее задание
3.	Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.	5	7-9	3	0	3	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.	5	10-12	3	0	3	домашнее задание
5.	Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение $B(n, p)$ . Равномерное распределение $U(a, b)$ на отрезке $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом $p$ .	5	13-15	3	0	3	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.	5	16-18	3	0	3	домашнее задание
7.	Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.	6	1-3	6	0	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.	6	4-6	6	0	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.	6	7-9	6	0	6	домашнее задание
10.	Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.	6	10-12	6	0	6	контрольная работа
11.	Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности	6	13-15	6	0	6	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.	6	16-17	4	0	4	домашнее задание
13.	Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.	6	18	2	0	2	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	экзамен
	Итого			54	0	54	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.

**Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.

**Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Парная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Парная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Парная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.

**Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.

**Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение  $B(n, p)$ . Равномерное распределение  $U(a, b)$  на отрезке  $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение  $B(n, p)$ . Равномерное распределение  $U(a, b)$  на отрезке  $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N, M, n)$ . Биномиальное распределение  $B(n, p)$ . Равномерное распределение  $U(a, b)$  на отрезке  $[a, b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .

**Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределений. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределений. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределений. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.

**Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.

**Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.

### **Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.

### **Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Условное математическое ожидание и его свойства.

### **Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Сходимость случайных величин и функций распределения. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности.

### **Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения. Определение характеристической функции (х.ф.). Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения. Определение характеристической функции (х.ф.). Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.

### **Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей. Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Предельные теоремы теории вероятностей. Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.	5	1-3	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
2.	Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.	5	4-6	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	<p>Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.</p>	5	7-9	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа
4.	<p>Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.</p>	5	10-12	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение $GG(N,M,n)$ . Биномиальное распределение $B(n,p)$ . Равномерное распределение $U(a,b)$ на отрезке $[a,b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом $p$ .	5	13-15	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
6.	Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.	5	16-18	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.	6	1-3	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
8.	Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.	6	4-6	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
9.	Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.	6	7-9	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
10.	Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.	6	10-12	подготовка к контрольной работе	9	контрольная работа



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности	6	13-15	подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
12.	Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.	6	16-17	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
13.	Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.	6	18	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
	Итого				108	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Элементарная теория вероятностей Исторические корни теории вероятностей и ее гносеология. Пространство элементарных исходов. Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов. Построение вероятностной модели. Понятие события и вычисление его вероятности. Гипергеометрическое распределение вероятностей.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Распределение вероятностей на конечных или счетных пространствах элементарных исходов

**Тема 2. Вероятностное пространство Булева алгебра событий. Вероятностная интерпретация теоретико-множественных операций. Несовместные события. Булева сигма-алгебра. Определения измеримого и вероятностного пространств. Определения события как измеримого множества.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Определения измеримого и вероятностного пространств

**Тема 3. Условная вероятность и независимость событий Независимость двух событий. Несовместность и независимость. Независимость семейства событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Независимость сигма-подалгебр. Биномиальное распределение вероятностей. Аппроксимация гипергеометрического распределения биномиальным распределением.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Условная вероятность и независимость событий

**Тема 4. Случайные величины и функции распределения Случайные величины на вероятностном пространстве и распределение случайной величины, индуцированное распределение на этом пространстве. Функция распределения. Единственность определения распределения на борелевской прямой с помощью функции распределения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Функция распределения

**Тема 5. Построение вероятностных моделей с помощью функций распределения. Гипергеометрическое распределение  $GG(N,M,n)$ . Биномиальное распределение  $B(n,p)$ . Равномерное распределение  $U(a,b)$  на отрезке  $[a,b]$ . Показательное распределение. Геометрическое распределение  $Geo(p)$ . Показательное распределение как предел аппроксимация геометрического при малом  $p$ .**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Равномерное распределение  $U(a,b)$  на отрезке  $[a,b]$ .

**Тема 6. Характеристики распределения случайной величины. Характеристики распределений. Дискретный тип распределений. Непрерывный тип распределения. Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды. Центральные и нецентральные моменты. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Понятие сингулярного распределения. Понятие квантили распределения. Неравенство Чебышева и правило ?трех сигм?.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Определение среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения и моды

**Тема 7. Предельные теоремы в схеме испытаний Бернулли. Нормальное распределение. Закон больших чисел Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Нормальное распределение.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Нормальное распределение

**Тема 8. Векторные случайные величины. Независимость случайных величин. Определение случайного вектора. Независимость случайных величин и критерий независимости.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Определение случайного вектора

**Тема 9. Моментные характеристики многомерных распределений. Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Мультиномиальное и многомерное нормальное распределения

**Тема 10. Условное распределение вероятностей. Условное математическое ожидание. Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Определение условного распределения для дискретных и непрерывных распределений через условные плотности

**Тема 11. Сходимость случайных величин и функций распределения. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел Чебышева. Слабая сходимость распределений и ее соотношение со сходимостью по вероятности**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Закон больших чисел Чебышева

**Тема 12. Характеристические функции. Теоремы единственности и сложения. Определение характеристической функции (х.ф.) Свойства х.ф. Вычисление х.ф. Свойства характеристических функций. Формула обращения Леви. Гамма распределение.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Свойства характеристических функций

**Тема 13. Предельные теоремы теории вероятностей. Формулировка критерия слабой сходимости. Закон больших чисел Хинчина. Усиленный закон больших чисел Колмогорова. Понятие асимптотической нормальности. Вероятностные модели роста.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме: Закон больших чисел Хинчина

## **Тема . Итоговая форма контроля**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена.

Билет I.

1. Вероятностное пространство. Эквивалентность свойств непрерывности вероятности и сигма-аддитивности.
2. Вероятностная модель статистического эксперимента. Статистическая структура. Достаточные статистики.

Билет II.

1. Условная вероятность и независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности.
2. Выборка, выборочные среднее и дисперсия, вариационный ряд, гистограмма. Теорема Гливленко-Кантелли.

Билет III.

1. Формулы полной вероятности и Байеса.
2. Статистическая оценка. Основные требования к оценкам. Качества выборочного среднего и выборочной дисперсии как оценок истинного среднего и дисперсии.

Билет IV.

1. Случайная величина. Типы случайных величин. Теорема о соотношении между совокупностью случайных величин и множеством функций распределения.
2. Метод моментов. Пример с гамма-моделью.

Билет V.

1. Свойства функции распределения.
2. Метод максимального правдоподобия. Пример с нормальной моделью.

Билет VI.

1. Функция плотности. Свойства.
2. Средне-квадратический риск. Неравенство Рао-Крамера. Эффективность оценок. Асимптотическая эффективность.

Билет VII.

1. Случайный вектор. Функция распределения, плотность. Частные распределения.
2. Доверительное множество. Доверительный интервал. Доверительная граница. Метод опорной функции.

Билет VIII.

1. Независимость случайных величин. Критерии независимости через функцию распределения и плотность.
2. Теорема Фишера о совместном распределении выборочного среднего и выборочной дисперсии при выборе из нормального распределения.

Билет IX.

1. Математическое ожидание случайной величины (схема определения). Способы вычисления для различных типов сл.в.
2. Доверительные интервалы для среднего значения нормального распределения.

Билет X.

1. Свойства среднего значения и дисперсии случайной величины.
2. Доверительные интервалы для дисперсии нормального распределения.

Билет XI.

1. Числовые характеристики случайной величины - медиана, мода, асимметрия, эксцесс, квантили распределения.

2. Асимптотические доверительные интервалы. Пример с моделью Бернулли.

Билет XII.

1. Коэффициент корреляции. Свойства.

2. Проверка гипотез. Простая и сложная гипотеза. Критерий, критическая область, функция мощности, уровень значимости, вероятности ошибок I и II рода.

Билет XIII.

1. Уравнение линейной регрессии в двумерном случае.

2. Одновыборочный критерий Стьюдента.

Билет XIV.

1. Закон больших чисел Чебышева.

2. Двухвыборочный критерий Стьюдента.

Билет XV.

1. Теоремы Муавра-Лапласа.

2. Критерий Фишера проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных совокупностей.

Билет XVI.

1. Теорема Пуассона.

2. Наиболее мощный критерий проверки двух простых гипотез.

Билет XVII.

1. Многомерное нормальное распределение.

2. Равномерно наиболее мощный критерий для моделей с монотонным отношением правдоподобия.

Билет XVIII.

1. Типы сходимости случайных величин. Соотношения между ними.

2. Критерий хи-квадрат в случае полностью определенного гипотетического распределения.

Билет XIX.

1. Характеристическая функция случайной величины. Свойства.

2. Критерий хи-квадрат для параметрической модели.

Билет XX.

1. Теорема единственности для характеристических функций.

2. Проверка независимости двух величин - критерий сопряженности.

Билет XXI.

1. Теоремы непрерывности для характеристических функций.

2. Критерий однородности хи-квадрат.

Билет XXII.

1. Закон Больших Чисел Хинчина и Колмогорова.

2. Асимптотическое распределение оценок по методу максимального правдоподобия.

Билет XXIII.

1. Центральная Предельная Теорема.

2. Асимптотическое распределение оценок по методу моментов.

Билет XXIV.

1. Случайный процесс. Конечномерные распределения. Теорема Колмогорова.

2. Асимптотическое распределение выборочной медианы.

## Билет XXV.

1. Процесс Пуассона. Постулаты и конечномерные распределения.
2. Найти достаточную статистику для нормальной модели с двумя параметрами.

### Примерные задачи на контрольной работе по ТВ

- 1 Какова вероятность того, что на выборах победит планируемая тройка лидеров из девяти зарегистрированных кандидатов на выборные должности, если предположить, что из девяти человек отбирают случайно трех на три должности?
2. Студент два раза извлекает по одному билету из 34-х предложенных на экзамене. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил 30 билетов и первый раз вытянул неудачный билет?
3. В классе обучаются 20 девочек и 10 мальчиков. К уроку не выполнили домашнее задание 4 девочки и 3 мальчика. Наудачу вызванный ученик оказался неподготовленным к уроку. Какова вероятность того, отвечать был вызван мальчик?
- 4 Вероятность своевременного прибытия поезда равна 0.95. Найти вероятность того, что из пяти прибывших поездов четыре поезда придут вовремя.
- 5 Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0.7. Составить закон распределения числа попаданий при одном выстреле.  
Найти математическое ожидание и дисперсию полученной случайной величины.
- 6 Декан факультета вызвал через старосту трех студентов из пяти задолженников. Староста забыл фамилии вызванных студентов и послал к декану наудачу выбранных троих студентов из этой пятерки.  
Какова вероятность того, что к декану явятся вызванные им студенты?
- 7 Вероятность для данного спортсмена улучшить свой предыдущий результат с одной попытки равна 0.3.  
Определить вероятность того, что на соревнованиях спортсмен улучшит свой результат, если разрешается делать две попытки.
- 8 В школе 60% учащихся - девочки. Известно, что 80% девочек и 75% мальчиков имеют по одному билету в театр. Из всех учеников случайно выбрали одного. Оказалось, что у этого ученика есть билет. Какова вероятность, что это была девочка? Мальчик?
- 9 Вероятность того, что изделие не пройдет контроля, равна 0.125.  
Какова вероятность того, что среди 12 изделий не будет ни одного забракованного контролером?
- 10 Вероятность того, стрелок попадет в цель при одном выстреле, равна 0.8.  
Стрелку выдано пять патронов, и стрельба производится до первого попадания либо до окончания патронов.  
Составить закон распределения числа использованных патронов. Найти мат.ожидание и дисперсию.

### 7.1. Основная литература:

1. Спирина, М. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студ. вузов / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - Москва: Академия, 2007. - 352 с
2. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистики/ И.Н. Володин. - Казань: Изд-во КГУ, 2006. - 271 с.
3. Володин, Игорь Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1937-) . Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс] : [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" / И. Н. Володин ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики. - Электронные данные (1 файл: 1,5 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2013). - Режим доступа: открытый.  
<URL:http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\_66%20\_ds006.pdf>.



5. Симушкин С.В. Задачи по теории вероятностей / С.В. Симушкин, Л.Н. Пушкин. - Казань: Изд-во КГУ, 2011. - 222с.
6. Симушкин, Сергей Владимирович (канд. физ.-мат. наук ; 1956-) . Задачи по теории вероятностей [Текст: электронный ресурс] : учебное пособие / С. В. Симушкин, Л. Н. Пушкин .? Электронные данные (1 файл: 1,48 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .  
<URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-787673.pdf>>.
7. Теоретические аспекты заданий курсового проекта по математической статистике / Казан. гос. ун-т. Каф. мат. статистики; [Сост. С.В. Симушкин].?Казань: Казан. гос. ун-т, 2004.?67с.: ил..?Библиогр.: с.3.
8. Как выполнить курсовой проект по математической статистике в Excel / Казан. гос. ун-т. Каф. мат. статистики; [Сост. С.В. Симушкин].?Казань: Казан. гос. ун-т, 2004.?78с.: ил.
9. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)
10. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)
11. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика = Probability theory and mathematical statistics: учеб. для студентов вузов, обучающихся по экон. спец. / Н.Ш. Кремер.?2-е изд., перераб. и доп..?Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2006.?573 с.
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман.?12-е изд., перераб..?Москва: Высш. образование: Юрайт-Издат, 2009.?478 с.
3. Володин, И. Н. Математические основы вероятности [Текст: электронный ресурс]: [учебное пособие] / Володин И. Н., Тихонов О. Е., Турилова Е. А.; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики.?Электронные данные (1 файл: 0,73 Мб). URL: [http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds005.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds005.pdf)
4. Большев, Логин Николаевич. Таблицы математической статистики / Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов.?Изд.3-е.?Москва: Наука, 1983.?416 с.: табл.; 27 см.?3 р. 10 к
5. Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика: перевод с немецкого / ; Пер. Л. Н. Большева; Под ред. И. В. Смирнова.?Москва: Изд-во иностранной литературы, 1960.?434 с

## 7.3. Интернет-ресурсы:

- Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Сайт с материалами по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>  
Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером), практические занятия по дисциплине проводятся в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование, математическое моделирование .



Автор(ы):

Джунгурова О.А. \_\_\_\_\_

Шерман Е.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Желтухин В.С. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.