

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Математическая логика Б2.ДВ.3**

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование, математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: второе высшее

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Замов Н.К.

**Рецензент(ы):**

Пшеничный П.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Латыпов Р. Х.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9100814

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) главный специалист Замов Н.К. Аналитический отдел  
Центр перспективного развития , Nail.Zamov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

В курсе даются основные понятия и результаты математической логики. Изучается формальная система классической логики 1 порядка и исследуются вопросы полноты и непротиворечивости. Приводятся основные результаты математической логики - теорема Гёделя, теорема Эрбрана, теорема Лёвенгейма - Скулема. Дается понятие о неклассических логиках, о логических системах с равенством.

Приводятся примеры приложений формальной логики в информатике, в частности, для построения систем искусственного интеллекта.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.ДВ.3 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Изучение основывается на результатах изучения дисциплины "Дискретная математика".

Результаты подготовки по дисциплине "Математическая логика и теория алгоритмов" используются при изучении курсов "Языки программирования", "Логическое программирование".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилизацией)
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность применять на практике международные и профессиональные стандарты информационных технологий, современные парадигмы и методологии, инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять на практике современные методологии управления жизненным циклом и качеством систем, программных средства и сервисов информационных технологий

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- роль математической логики в основаниях математики

2. должен уметь:

- ориентироваться в основных результатах математической логики

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями о формальных системах 1 порядка

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- строить формальные доказательства и выводы в исчислении предикатов

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Исчисление высказываний Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ						

рассуждений на естественном языке.

5	1-3	0	0	6	домашнее задание
---	-----	---	---	---	------------------

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Исчисление предикатов Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.	5	4-6	0	0	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Исчисление с равенством. Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством.	5	7-8	0	0	4	домашнее задание
<b>4.2 Содержание дисциплины</b>							
<b>Тема 1. Исчисление высказываний</b> Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.							
<b>Тема 2. Проблемы разрешимости</b> Исчисление высказываний. Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.							
<b>Тема 3. Исчисление предикатов</b> Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предваренная нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.							
<b>Итого</b>							
<b>лабораторная работа (6 часа(ов)):</b>				0	0	18	

Исчисление предикатов Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.

**Тема 3. Исчисление с равенством. Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.**

### лабораторная работа (4 часа(ов)):

Исчисление с равенством. Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.

### Тема 4. Проблемы разрешимости Разрешимость сингулярного исчисления.

Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов.

Теорема Лёвенгейма-Скулема.

### лабораторная работа (2 часа(ов)):

Проблемы разрешимости Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Исчисление высказываний Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связей. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.	5	1-3	подготовка домашнего задания	30	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Исчисление предикатов Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.	5	4-6	подготовка домашнего задания	30	домашнее задание
3.	Тема 3. Исчисление с равенством. Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.	5	7-8	подготовка домашнего задания	20	домашнее задание
4.	Тема 4. Проблемы разрешимости Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.	5	9	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.



Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов математической логики на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Исчисление высказываний** Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 2. Исчисление предикатов** Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 3. Исчисление с равенством.** Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 4. Проблемы разрешимости** Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы для зачета:

1. Предмет математической логики. Логические антиномии.
2. Понятие о формальных системах. Примеры формальных систем.
3. Высказывания. Значения истинности. Элементарные и составные высказывания.
4. Основные логические операции и их свойства.
5. Формулы логики высказываний. Таблицы истинности.
6. Эквивалентные формулы, основные эквивалентности.

7. Общезначимые формулы. Основные общезначимости.
8. Теорема о подстановке.
9. Теорема об эквивалентной замене.
10. Принцип двойственности.
11. Исчисление высказываний. Аксиомы, правило *modus ponens*.
12. Формальные доказательства. Примеры.
13. Формальные выводы из допущений. Примеры.
14. Правила введения и удаления логических связок.
15. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний.
16. Логика предикатов. Кванторы. Формулы логики предикатов.
17. Интерпретации формул. Общезначимые, выполнимые формулы.
18. Основные эквивалентности логики предикатов.
19. Предварённая нормальная форма.
20. Исчисление предикатов. Аксиомы, правила вывода. Формальные доказательства.
21. Формальные выводы в исчислении предикатов.
22. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов.
23. Понятие о теореме Гёделя. Неполнота формальной арифметики.
24. Понятие о теореме Лёвенгейма-Скулема.
25. Понятие о теореме Эрбрана.
26. Понятие о неклассических логиках.
27. Логическое программирование.
28. Исчисление предикатов с равенством.

### 7.1. Основная литература:

1. Клини, Стивен Коул. Математическая логика / С. К. Клини; пер. с англ. Ю. А. Гастева; под ред. Г. Е. Минца; предисл. Ю. А. Гастева и Г. Е. Минца. ?Изд. 4-е.?Москва: URSS: ЛКИ, 2008.?480 с
2. Громкович, Ю. Теоретическая информатика: Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию / Юрай Громкович; Пер. с нем.; Под ред. Б. Ф. Мельникова. ?Издание 3-е.?Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010.?336 с
3. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>
4. Введение в логику: Учебник / В.А. Бочаров, В.И. Маркин. - 2-е изд., доп. и испр. - М.: ИД ФОРУМ: ИНФРА-М, 2011. - 560 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=264965>
5. Методы научного познания: Учебное пособие / С.А. Лебедев. - М.: Альфа-М: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 272 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=450183>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Поздняков, С. Н. Дискретная математика: учебник для студ. вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. ?Москва: Академия, 2008.?448 с
2. Успенский, В. А. Вводный курс математической логики: [учеб. пособие] / В.А.Успенский, Н.К.Верещагин, В.Е.Плиско. ?[2-е изд.].?Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.?125 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>

образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал образовательных математических ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathelp.spb.ru>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Математическая логика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование, математическое моделирование .

Автор(ы):

Замов Н.К. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Пшеничный П.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.