

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Методы решения больших разреженных систем линейных уравнений БЗ.В.3

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Задворнов О.А.

**Рецензент(ы):**

Тимербаев М.Р.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9122114

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Задворнов О.А. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Oleg.Zadvornov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Излагаются вводные понятия и типичные методы решения классических вычислительных задач линейной алгебры.

Основная цель курса - сообщить материал, необходимый при изучении специальных курсов по численным методам решения задач математической физики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 6 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ ".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способностью решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

разделы численных методов линейной алгебры, которые традиционно используются при решении основных классов систем линейных алгебраических, возникающих при аппроксимации задач математической физики.

2. должен уметь:

применять на практике полученные знания.

3. должен владеть:

изученными методами решения поставленных задач.

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применять разделы численных методов линейной алгебры, которые традиционно используются при решении основных классов систем линейных алгебраических, возникающих при аппроксимации задач математической физики.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.	6	1-2	0	6	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Метод квадратного корня	6	3	0	2	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений	6	3-4	0	4	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Примеры и канонический вид итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений	6	5	0	4	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Необходимое и достаточное условие сходимости стационарных итерационных методов	6	6	0	2	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Оценки скорости сходимости стационарных итерационных методов	6	7	0	4	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Многочлены Чебышева	6	8	0	2	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Итерационные методы с чебышевским набором параметров	6	9	0	2	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Итерационные методы вариационного типа	6	9-11	0	6	0	контрольная работа
10.	Тема 10. Интерполирование алгебраическими многочленами	6	11	0	2	0	домашнее задание
11.	Тема 11. Погрешность интерполирования	6	12	0	2	0	домашнее задание
12.	Тема 12. Интерполирование с кратными узлами	6	12	0	2	0	домашнее задание
13.	Тема 13. Интерполирование сплайнами	6	13	0	2	0	домашнее задание
14.	Тема 14. Другие постановки задач интерполирования и приближения функции	6	14	0	4	0	домашнее задание
15.	Тема 15. Наилучшие приближения в гильбертовом пространстве	6	15	0	2	0	домашнее задание
16.	Тема 16. Численное интегрирование	6	16	0	2	0	домашнее задание
17.	Тема 17. Квадратурные формулы интерполяционного типа	6	16	0	2	0	домашнее задание
18.	Тема 18. Метод Гаусса вычисления определенных интегралов	6	17	0	2	0	контрольная работа
19.	Тема 19. Численное дифференцирование	6	18	0	2	0	домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				0	54	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.

#### *практическое занятие (6 часа(ов)):*

Метод Гаусса численного решения систем линейных алгебраических уравнений. Основная идея метода. Расчетные формулы. Подсчет числа действий. Условия применимости метода Гаусса. Связь метода Гаусса с разложением матрицы на множители. Теорема об LU-разложении. Элементарные треугольные матрицы. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Основная идея метода. Матрицы перестановок. Пример. Общий вывод. Доказательство теоремы. Вычисление определителя. Обращение матрицы.

### Тема 2. Метод квадратного корня

#### *практическое занятие (2 часа(ов)):*

Факторизация эрмитовой матрицы. Пример. Общие расчетные формулы. Подсчет числа действий.

### Тема 3. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений

#### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Устойчивость системы линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности. Полная оценка относительной погрешности. Влияние погрешностей округления при решении систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

### Тема 4. Примеры и канонический вид итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений

#### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Итерационные методы Якоби и Зейделя. Матричная запись методов Якоби и Зейделя. Каноническая форма одношаговых итерационных методов. Исследование сходимости итерационных методов.

### Тема 5. Необходимое и достаточное условие сходимости стационарных итерационных методов

#### *практическое занятие (2 часа(ов)):*

Введение. Норма матрицы. Теорема о сходимости итерационного метода. Доказательство.

### Тема 6. Оценки скорости сходимости стационарных итерационных методов

#### *практическое занятие (4 часа(ов)):*

Скорость сходимости итерационного метода. Оценки скорости сходимости в случае симметричных матриц A и B. Правила действий с матричными неравенствами. Доказательство теоремы. Оценка погрешности в случае несимметричной матрицы B.

### Тема 7. Многочлены Чебышева

#### *практическое занятие (2 часа(ов)):*

Многочлен Чебышева на отрезке  $[-1, 1]$ . Случай произвольного отрезка. Другая нормировка многочленов Чебышева. Примеры применения многочленов Чебышева.

### Тема 8. Итерационные методы с чебышевским набором параметров

#### *практическое занятие (2 часа(ов)):*

Явный итерационный метод. Численная устойчивость итерационного метода с чебышевским набором параметров. Неявный чебышевский итерационный метод. Случай, когда точные границы спектра неизвестны.

### Тема 9. Итерационные методы вариационного типа

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Метод минимальных невязок. Метод минимальных поправок. Метод скорейшего спуска. Метод сопряженных градиентов. Минимизация погрешности. Выбор итерационных параметров в методе сопряженных градиентов. Оценка погрешности в методе сопряженных градиентов.

**Тема 10. Интерполирование алгебраическими многочленами**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Интерполяционная формула Лагранжа. Интерполяционная формула Ньютона.

**Тема 11. Погрешность интерполирования**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Остаточный член интерполяционной формулы. Оптимальный выбор узлов интерполирования. О сходимости интерполяционного процесса.

**Тема 12. Интерполирование с кратными узлами**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Интерполяционный многочлен Эрмита. Пример.

**Тема 13. Интерполирование сплайнами**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Построение кубического сплайна. Сходимость процесса интерполирования кубическими сплайнами.

**Тема 14. Другие постановки задач интерполирования и приближения функции**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Примеры. Общая постановка задачи интерполирования. Наилучшее приближение функции, заданной таблично. Сглаживание сеточных функций.

**Тема 15. Наилучшие приближения в гильбертовом пространстве**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Постановка задачи. Сведение к алгебраической задаче о минимуме квадратичного функционала. Следствия.

**Тема 16. Численное интегрирование**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Введение. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Формула Симпсона. Апостериорная оценка погрешности методом Рунге. Автоматический выбор шага интегрирования. Экстраполяция Рундсона.

**Тема 17. Квадратурные формулы интерполяционного типа**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вывод формул. Оценка погрешности. Симметричные формулы. Формулы Ньютона ? Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул

**Тема 18. Метод Гаусса вычисления определенных интегралов**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Постановка задачи. Основная теорема. Существование и единственность квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности. Свойства квадратурных формул Гаусса. Частный случай формул Гаусса.

**Тема 19. Численное дифференцирование**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Некорректность операции численного дифференцирования. Применение интерполирования.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.	6	1-2	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Метод квадратного корня	6	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений	6	3-4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Примеры и канонический вид итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений	6	5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Необходимое и достаточное условие сходимости стационарных итерационных методов	6	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Оценки скорости сходимости стационарных итерационных методов	6	7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Многочлены Чебышева	6	8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Итерационные методы с чебышевским набором параметров	6	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Итерационные методы вариационного типа	6	9-11	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
10.	Тема 10. Интерполирование алгебраическими многочленами	6	11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Погрешность интерполирования	6	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
12.	Тема 12. Интерполирование с кратными узлами	6	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
13.	Тема 13. Интерполирование сплайнами	6	13	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Другие постановки задач интерполирования и приближения функции	6	14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
15.	Тема 15. Наилучшие приближения в гильбертовом пространстве	6	15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Численное интегрирование	6	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Квадратурные формулы интерполяционного типа	6	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Метод Гаусса вычисления определенных интегралов	6	17	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
19.	Тема 19. Численное дифференцирование	6	18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
	Итого				54	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.

домашнее задание , примерные вопросы:

Определение прямого метода. Определение итерационного метода. Основная идея метода Гаусса. Определение верхней треугольной матрицы. Определение нижней треугольной матрицы. Прямой и обратный ход метода Гаусса. Расчетные формулы для реализации метода Гаусса на ЭВМ

## **Тема 2. Метод квадратного корня**

домашнее задание , примерные вопросы:

Основная идея метода квадратного корня. Пример реализации метода квадратного корня для матриц второго порядка. Общие расчетные формулы для метода квадратного корня. Подсчет числа действий метода квадратного корня.

## **Тема 3. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений**

домашнее задание , примерные вопросы:

Понятия устойчивости системы линейных алгебраических уравнений. Норма матрицы  $A$ , подчиненной данной норме вектора. Определение устойчивости по правой части. Показать, что если  $\det A \neq 0$ , то система линейных алгебраических уравнений с матрицей  $A$  устойчива по правой части. Относительная погрешность решения через относительную погрешность правой части. Определение числа обусловленности матрицы. Свойства числа обусловленности. Оценка относительной погрешности для матрицы, имеющей обратную матрицу. Влияние погрешностей округления при решении систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Матрица эквивалентных возмущений. Пример применения оценки накопление погрешностей округления при решении систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса на ЭВМ.

## **Тема 4. Примеры и канонический вид итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений**

домашнее задание , примерные вопросы:

Метод Якоби. Метод Зейделя. Матричная запись методов Якоби и Зейделя. Определение одношагового итерационного метода. Каноническая форма одношаговых итерационных методов. Определение явного и неявного итерационного метода. Определение стационарного и нестационарного итерационного метода. Метод простой итерации. Метод верхней релаксации. Понятие о сходимости итерационных методов. Исследование сходимости итерационных методов.

## **Тема 5. Необходимое и достаточное условие сходимости стационарных итерационных методов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Необходимое условие сходимости стационарных итерационных методов. Норма вектора в пространстве  $H$ , подчиненная ей норма матрицы. Теорема о сходимости итерационного метода. Показать, что можно найти такую норму вектора, для которой подчиненная норма матрицы станет сколь угодно близкой к ее спектральному радиусу.

## **Тема 6. Оценки скорости сходимости стационарных итерационных методов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Определение минимального числа итераций, необходимого для получения заданной точности. Определение скорости сходимости итерационного метода. Оценки скорости сходимости в случае симметричных матриц  $A$  и  $B$ . Следствия из теоремы. Правила действий с матричными неравенствами. Оценки скорости сходимости в случае симметричных матриц  $A$  и  $B$ . Доказательство основной теоремы сходимости стационарных итерационных методов. Оценка погрешности в случае несимметричной матрицы  $B$ .

## **Тема 7. Многочлены Чебышева**

домашнее задание , примерные вопросы:

Многочлен Чебышева на отрезке  $[-1, 1]$ . Доказать, что среди всех многочленов степени  $n$  со старшим коэффициентом 1 многочлен Чебышева наименее уклоняется от нуля на отрезке  $[-1, 1]$ . Случай произвольного отрезка для многочлена Чебышева. Другая нормировка многочленов Чебышева. Доказать, что среди всех многочленов степени  $n$ , принимающих при  $x = 0$  значение 1, наименее уклоняется от нуля на отрезке  $[a, b]$  многочлен Чебышева. Примеры применения многочленов Чебышева.

## **Тема 8. Итерационные методы с чебышевским набором параметров**

домашнее задание , примерные вопросы:

Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров. Оптимальный выбор итерационных параметров. Число итераций, достаточное для получения заданной точности при использовании явного метода с чебышевским набором параметров. Численная устойчивость итерационного метода с чебышевским набором параметров. Неявный чебышевский итерационный метод. Оптимальный выбор итерационных параметров. Случай, когда точные границы спектра неизвестны.

### **Тема 9. Итерационные методы вариационного типа**

контрольная работа , примерные вопросы:

Варианты вопросов на контрольную работу. Метод минимальных невязок. Оценки погрешности метода минимальных невязок. Метод минимальных поправок. Оценки погрешности метода минимальных поправок. Метод скорейшего спуска. Оценки погрешности. Неявный метод скорейшего спуска. Оценки погрешности. Метод сопряженных градиентов. Минимизация погрешности в методе сопряженных градиентов. Выбор итерационных параметров в методе сопряженных градиентов. Оценка погрешности в методе сопряженных градиентов.

### **Тема 10. Интерполирование алгебраическими многочленами**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задача интерполирования алгебраическими многочленами. Интерполяционная формула Лангранжа. Интерполяционная формула Ньютона.

### **Тема 11. Погрешность интерполирования**

домашнее задание , примерные вопросы:

Остаточный член интерполяционной формулы. Оптимальный выбор узлов интерполирования. О сходимости интерполяционного процесса.

### **Тема 12. Интерполирование с кратными узлами**

домашнее задание , примерные вопросы:

Интерполирование с кратными узлами Интерполяционный многочлен Эрмита. Пример интерполяционного многочлена Эрмита.

### **Тема 13. Интерполирование сплайнами**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение кубического сплайна. Сходимость процесса интерполирования кубическими сплайнами. Оценки погрешности интерполяции для функции  $f(x)$  и ее производных  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ .

### **Тема 14. Другие постановки задач интерполирования и приближения функции**

домашнее задание , примерные вопросы:

Пример постановки задач интерполирования и приближения функций. Тригонометрическая интерполяция. Пример постановки задач интерполирования и приближения функций. Приближение рациональными функциями. Пример постановки задач интерполирования и приближения функций. Дробно-линейная интерполяция. Пример постановки задач интерполирования и приближения функций. Двумерная интерполяция. Общая постановка задачи интерполирования. Наилучшее приближение функции, заданной таблично. Пример построения наилучшего среднеквадратичного приближения для случая  $n=1$ ,  $m=1$ , когда заданы  $f_i=f(x_i), i=0,1,2$ ? Сглаживание сеточных функций.

### **Тема 15. Наилучшие приближения в гильбертовом пространстве**

домашнее задание , примерные вопросы:

Постановка задачи наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Сведение к алгебраической задаче о минимуме квадратичного функционала. Оценки отклонения решения задачи о минимуме квадратичного функционала , которое получается в результате использования наилучшего приближения в гильбертовом пространстве.

### **Тема 16. Численное интегрирование**

домашнее задание , примерные вопросы:

Формулы численного интегрирования. Квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Погрешность. Формула трапеций. Погрешность. Формула Симпсона. Погрешность. Апостериорная оценка погрешности методом Рунге. Автоматический выбор шага интегрирования. Экстраполяция Ричардсона.

### **Тема 17. Квадратурные формулы интерполяционного типа**

домашнее задание , примерные вопросы:

Квадратурные формулы интерполяционного типа. Вывод формул. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Оценка погрешности. Симметричные формулы. Показать, что наличие симметрии повышает точность квадратурных формул. Формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул.

### **Тема 18. Метод Гаусса вычисления определенных интегралов**

контрольная работа , примерные вопросы:

Варианты вопросов на контрольную работу. Метод Гаусса вычисления определенных интегралов. Основная теорема метода Гаусса вычисления определенных интегралов. Существование и единственность квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности. Свойства квадратурных формул Гаусса. Частный случай формул Гаусса.

### **Тема 19. Численное дифференцирование**

домашнее задание , примерные вопросы:

Операции численного дифференцирования. Некорректность операции численного дифференцирования. Применение интерполирования.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Примеры вопросов для текущего контроля.

1. Основная идея метода Гаусса.
2. Определение верхней треугольной матрицы.
3. Определение нижней треугольной матрицы.
4. Прямой и обратный ход метода Гаусса.
5. Теорема об LU-разложении.
6. Основная идея метода квадратного корня.
7. Определение устойчивости по правой части.
8. Метод Якоби.
9. Метод Зейделя.
10. Определение одношагового итерационного метода.
11. Определение явного и неявного итерационного метода.
12. Определение стационарного и нестационарного итерационного метода.
13. Метод простой итерации.
14. Метод верхней релаксации.
15. Многочлен Чебышева на отрезке  $[-1, 1]$ .
16. Случай произвольного отрезка для многочлена Чебышева.
17. Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров.
18. Неявный чебышевский итерационный метод.
19. Метод минимальных невязок.
20. Метод минимальных поправок.
21. Метод скорейшего спуска.
22. Неявный метод скорейшего спуска.
23. Метод сопряженных градиентов.
24. Интерполяционная формула Лангранжа.
25. Интерполяционная формула Ньютона.

26. Интерполяционный многочлен Эрмита.
27. Построение кубического сплайна.
28. Формула прямоугольников.
29. Формула трапеций.
30. Формула Симпсона.
31. Апостериорная оценка погрешности методом Рунге.
32. Экстраполяция Ричардсона.
33. Формулы Ньютона-Котеса.
34. Метод Гаусса вычисления определенных интегралов.

Примерные вопросы для контрольных работ

Метод минимальных невязок.

Оценки погрешности метода минимальных невязок.

Метод минимальных поправок.

Оценки погрешности метода минимальных поправок.

Метод скорейшего спуска. Оценки погрешности.

Неявный метод скорейшего спуска. Оценки погрешности.

Метод сопряженных градиентов.

Минимизация погрешности в методе сопряженных градиентов.

Выбор итерационных параметров в методе сопряженных градиентов.

Оценка погрешности в методе сопряженных градиентов.

Метод Гаусса вычисления определенных интегралов.

Основная теорема метода Гаусса вычисления определенных интегралов.

Существование и единственность квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности.

Свойства квадратурных формул Гаусса.

Частный случай формул Гаусса.

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена.

Билет 1

Метод простой итерации.

Оценки отклонения решения задачи о минимуме квадратичного функционала, которое получается в результате использования наилучшего приближения в гильбертовом пространстве.

Билет 2

Теорема о теоретическом обосновании метода Гаусса с выбором главного элемента

Оптимальный выбор узлов интерполирования.

Билет 3

Каноническая форма одношаговых итерационных методов.

Влияние погрешностей округления при решении систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Билет 4

Понятия устойчивости системы линейных алгебраических уравнений.

Оценки погрешности метода минимальных поправок.

Билет 5

Многочлен Чебышева на отрезке  $[-1, 1]$ .

Явный итерационный метод с чебышевским набором параметров. Оптимальный выбор итерационных параметров.

Билет 6



Норма вектора в пространстве  $N$ , подчиненная ей норма матрицы.

Оценки скорости сходимости в случае симметричных матриц  $A$  и  $B$ . Доказательство основной теоремы сходимости стационарных итерационных методов.

Билет 7

Теорема об LU-разложении.

Формулы численного интегрирования. Квадратурные формулы.

Билет 8

Интерполяционная формула Лангранжа.

Пример построения наилучшего среднеквадратичного приближение для случая  $n=1, m=1$ , когда заданы  $f_i=f(x_i), i=0,1,2$ ?

Билет 9

Прямой и обратный ход метода Гаусса.

Подсчет числа действий метода квадратного корня.

Билет 10

Исследование сходимости итерационных методов.

Минимизация погрешности в методе сопряженных градиентов.

Билет 11

Теорема о сходимости итерационного метода.

Интерполяционный многочлен Эрмита.

Билет 12

Другая нормировка многочленов Чебышева. Доказать, что среди всех многочленов степени  $n$ , принимающих при  $x = 0$  значение 1, наименее уклоняется от нуля на отрезке  $[a, b]$  многочлен Чебышева.

Формула Симпсона. Погрешность.

Билет 13

Квадратурные формулы интерполяционного типа. Вывод формул.

Интерполяционная формула Ньютона.

Билет 14

Существование и единственность квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности.

Наилучшее приближение функции, заданной таблично.

Билет 15

Оценка погрешности в методе сопряженных градиентов.

Симметричные формулы. Показать, что наличие симметрии повышает точность квадратурных формул.

### 7.1. Основная литература:

1. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н. Н. Калиткин. ? 2-е изд., исправленное. ? СПб.: БХВ-Петербург, 2011. ? 586 с.: ил. ? (Учебная литература для вузов). - ISBN 978-5-9775-0500-0. [www.znaniium.com](http://www.znaniium.com) <http://znaniium.com/catalog.php?bookinfo=350803>
2. Численные методы и программирование: Учебное пособие / В.Д. Колдаев; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 336 с.: ил.; 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0333-9, 300 [www.znaniium.com](http://www.znaniium.com) <http://www.znaniium.com/catalog.php?bookinfo=452274>
3. Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство "Лань", 2010. - 208 с. ISBN 978-5-8114-1014-9 [e.lanbook.com](http://e.lanbook.com) [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=378](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=378)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Воеводин В.В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. Учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" / В. В. Воеводин; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. ?2-е изд., стер..?Москва: Изд-во Московского университета, 2010.?166 с.: ил.; 21 см.?(Серия Суперкомпьютерное образование: СКО / Суперкомпьютерный консорциум университетов России).?Библиогр.: с. 161 (3 назв.).?ISBN 978-5-211-05933-7
2. Петров, Игорь Борисович. Лекции по вычислительной математике: учебное пособие / И. Б. Петров, А. И. Лобанов.?Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.?522 с.: ил.; 22.?(Основы информационных технологий).?Библ. в конце лекций.?ISBN 978-5-94774-542-9(БИНОМ. ЛЗ).
3. Самарский А. А. Введение в численные методы: учебное пособие для вузов / А. А. Самарский.?3-е изд., стер..?СПб.: Лань, 2005.?288 с..?(Учебники для вузов. Спец. литература).?ISBN 5-8114-0602-9: р.183.00.
4. Самарский А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев.?Москва: Наука, 1978.?591с.
5. Самарский А. А. Численные методы математической физики: учеб. пособие / А. А. Самарский, А.В. Гулин.?2-е изд..?Москва: Науч. мир, 2003.?315 с..?Библиогр.: с.311-312.?Предм. указ.: с.313-315.?ISBN 5-89176-196-3.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методы решения больших разреженных систем линейных уравнений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .



Автор(ы):

Задворнов О.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Тимербаев М.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.