

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Методы решения нелинейных задач М2.ДВ.1

Направление подготовки: 231300.68 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Задворнов О.А.

Рецензент(ы):

-

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 201__ г

Регистрационный No 993014

Казань

2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Задворнов О.А. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики, Oleg.Zadvornov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Основная цель дисциплины "Методы решения нелинейных задач" изучение метода последовательных приближений для поиска

неподвижных точек операторов в гильбертовом пространстве, проективные итерационные методы решения вариационных неравенств второго рода, двойственные методы решения вариационных неравенств второго рода.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.1 Профессиональный" основной образовательной программы 231300.68 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Изучение дисциплины "Методы решения нелинейных задач" основывается на результатах изучения дисциплин "Уравнения математической физики", "Функциональный анализ".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью использовать углубленные теоретические и практические знания, часть которых находится на передовом рубеже данной науки
ОК-7 (общекультурные компетенции)	способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, расширять и углублять свое научное мировоззрение
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способностью ориентироваться в постановке задачи и определять, каким образом следует искать средства ее решения
ОК-9 (общекультурные компетенции)	способностью анализировать, синтезировать и критически резюмировать информацию
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью проводить экономический анализ работ, обосновывать оптимальность решения с учетом различных требований
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью разрабатывать эффективные математические методы решения задач естествознания, техники, экономики и управления
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способностью разрабатывать наукоемкое программное обеспечение работы конкретного предприятия
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способностью и готовностью проводить научные эксперименты, оценивать результаты исследований

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные определения и понятия о методе последовательных приближений, проективных методах, двойственных методах

2. должен уметь:

применять знания об изучаемых методах в теории нелинейных задач

3. должен владеть:

результатами исследований о существовании решений изучаемых задач, сходимости итерационных методов изучаемых в дисциплине

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять знания, полученные при изучении дисциплины, в прикладных задачах

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Нерастягивающий асимптотически регулярный оператор.	1	1	4	4	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Жестко нерастягивающий и сжимающий операторы.	1	2	4	4	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Проективные методы. Постановка задачи и описание итерационного процесса.	1	3	4	4	0	контрольная работа
4.	Тема 4. Проективный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором.	1	4	4	4	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Метод итеративной регуляризации для неравенств с псевдомонотонным потенциальным оператором.	1	5	4	4	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Постановка задачи и описание итерационного процесса для двойственного метода.	1	6	6	6	0	контрольная работа
7.	Тема 7. Двойственный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором.	1	7	4	4	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Двойственный метод для неравенств с сильно монотонным оператором.	1	8	2	2	0	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			32	32	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Нерастягивающий асимптотически регулярный оператор.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Рассматривается метод последовательных приближений для поиска неподвижных точек операторов в гильбертовом пространстве.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Устанавливается слабая сходимость метода последовательных приближений к некоторой неподвижной точке асимптотически регулярного нерастягивающего оператора

Тема 2. Жестко нерастягивающий и сжимающий операторы.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Доказывается асимптотическая регулярность жестко нерастягивающего оператора, в предположении о существовании у метода последовательных приближений неподвижных точек.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Для сжимающего отображения устанавливается существование единственной неподвижной точки и сильная сходимость к ней последовательных приближений.

Тема 3. Проективные методы. Постановка задачи и описание итерационного процесса.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

В данной теме изучаются проективные итерационные методы решения вариационных неравенств второго рода

практическое занятие (4 часа(ов)):

Сведение исходного вариационного неравенства к вариационному неравенству с оператором канонического изоморфизма

Тема 4. Проективный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Рассматриваются неравенства с обратно сильно монотонными операторами.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Исследуется сходимость итерационного процесса для задачи проективного метода с обратно сильно монотонным оператором

Тема 5. Метод итеративной регуляризации для неравенств с псевдомонотонным потенциальным оператором.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Построение метода итеративной регуляризации для вариационных неравенств с псевдомонотонными операторами

практическое занятие (4 часа(ов)):

Исследование сходимости итерационной задачи метода итеративной регуляризации для вариационных неравенств с псевдомонотонными операторами

Тема 6. Постановка задачи и описание итерационного процесса для двойственного метода.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

В настоящей теме предлагается итерационный метод решения вариационных неравенств второго рода с оператором из гильбертова в гильбертово пространство и функционалом в гильбертовом пространстве.

практическое занятие (6 часа(ов)):

предполагается, что этот функционал представляется в виде суммы двух функционалов, один из которых является суперпозицией некоторого выпуклого функционала и линейного непрерывного оператора

Тема 7. Двойственный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Рассматривается двойственный метод для случая, когда оператор является обратно сильно монотонным

практическое занятие (4 часа(ов)):

Исследование сходимости двойственного метода проводится для случая, когда оператор является обратно сильно монотонным

Тема 8. Двойственный метод для неравенств с сильно монотонным оператором.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Рассматривается двойственный метод для случая, когда оператор является сильно монотонным

практическое занятие (2 часа(ов)):

Исследование сходимости двойственного метода проводится для случая, когда оператор является сильно монотонным

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Нерастягивающий асимптотически регулярный оператор.	1	1	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Жестко нерастягивающий и сжимающий операторы.	1	2	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Проективные методы. Постановка задачи и описание итерационного процесса.	1	3	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
4.	Тема 4. Проективный метод для неравенств с обратнo сильно монотонным оператором.	1	4	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Метод итеративной регуляризации для неравенств с псевдомонотонным потенциальным оператором.	1	5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
6.	Тема 6. Постановка задачи и описание итерационного процесса для двойственного метода.	1	6	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
7.	Тема 7. Двойственный метод для неравенств с обратнo сильно монотонным оператором.	1	7	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
8.	Тема 8. Двойственный метод для неравенств с сильно монотонным оператором.	1	8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
	Итого				44	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Курс лекций по данной дисциплине предполагает основные знания по математическому и функциональному анализу у студентов.

Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Нерастягивающий асимптотически регулярный оператор.

домашнее задание , примерные вопросы:

Нерастягивающий асимптотически регулярный оператор. Определение нерастягивающего оператора. Определение асимптотически регулярного оператора. Теорема о сходимости последовательности с нерастягивающимся асимптотически регулярным оператором.

Тема 2. Жестко нерастягивающий и сжимающий операторы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Жестко нерастягивающий и сжимающий операторы. Определение жестко нерастягивающегося оператора. Теорема о свойствах жестко нерастягивающегося оператора. Определение сжимающегося оператора. Теорема ?Принцип сжимающих отображений?.

Тема 3. Проективные методы. Постановка задачи и описание итерационного процесса.

контрольная работа , примерные вопросы:

Проективные методы. Постановка задачи и описание итерационного процесса. Постановка задачи для проективного метода. Описание итерационного процесса для задачи проективного метода. Теорема о совпадении решений итерационного процесса для задачи проективного метода со множеством неподвижных точек оператора перехода.

Тема 4. Проективный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проективный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором. Свойства оператора перехода при обратно сильно монотонном операторе в проективном методе. (нерастягивающий оператор перехода) Теорема сходимости итерационного процесса для задачи проективного метода с обратно сильно монотонным оператором. Свойства оператора перехода при сильно монотонном, липшиц-непрерывном операторе в проективном методе. (сжимающий оператор перехода) Теорема сходимости итерационного процесса для задачи проективного метода с сильно монотонном, липшиц-непрерывным оператором.

Тема 5. Метод итеративной регуляризации для неравенств с псевдомонотонным потенциальным оператором.

домашнее задание , примерные вопросы:

Метод итеративной регуляризации для неравенств с псевдомонотонным потенциальным оператором. Рассмотрение неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором. Описание итерационного процесса. Лемма о пределе числовой последовательности. Теорема об ограниченности итерационной последовательности для неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором.

Тема 6. Постановка задачи и описание итерационного процесса для двойственного метода.

контрольная работа , примерные вопросы:

Постановка задачи и описание итерационного процесса для двойственного метода. Постановка задачи для двойственного метода. Описание итерационного процесса для двойственного метода. Теорема о связи решения задачи для двойственного метода и оператора перехода итерационного процесса.

Тема 7. Двойственный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором.

домашнее задание , примерные вопросы:

Двойственный метод для неравенств с обратнo сильно монотонным оператором. Описание двойственного метода для неравенств с обратнo сильно монотонным оператором. Свойства оператора перехода для обратнo сильно монотонного оператора в двойственном методе. О слабой сходимости итерационной последовательности с оператором перехода для задачи с обратнo сильно монотонным оператором.

Тема 8. Двойственный метод для неравенств с сильно монотонным оператором.

домашнее задание , примерные вопросы:

Двойственный метод для неравенств с сильно монотонным оператором. Описание двойственного метода для неравенств с сильно монотонным оператором. Свойства оператора перехода для сильно монотонного оператора в двойственном методе. О слабой сходимости итерационной последовательности с оператором перехода для задачи с сильно монотонным оператором.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы для текущего контроля

Нерастягивающий асимптотически регулярный оператор.

Определение нерастягивающего оператора.

Определение асимптотически регулярного оператора.

Теорема о сходимости последовательности с нерастягивающимся асимптотически регулярным оператором.

Жестко нерастягивающий и сжимающий операторы.

Определение жестко нерастягивающегося оператора.

Теорема о свойствах жестко нерастягивающегося оператора.

Определение сжимающегося оператора.

Теорема "Принцип сжимающих отображений".

Проективные методы. Постановка задачи и описание итерационного процесса.

Постановка задачи для проективного метода.

Описание итерационного процесса для задачи проективного метода.

Теорема о совпадении решений итерационного процесса для задачи проективного метода со множеством неподвижных точек оператора перехода.

Проективный метод для неравенств с обратнo сильно монотонным оператором.

Свойства оператора перехода при обратнo сильно монотонном операторе в проективном методе. (нерастягивающий оператор перехода)

Теорема сходимости итерационного процесса для задачи проективного метода с обратнo сильно монотонным оператором.

Свойства оператора перехода при сильно монотонном, липшиц-непрерывном операторе в проективном методе. (сжимающий оператор перехода)

Теорема сходимости итерационного процесса для задачи проективного метода с сильно монотонном, липшиц-непрерывным оператором.

Метод итеративной регуляризации для неравенств с псевдомонотонным потенциальным оператором.

Рассмотрение неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором. Описание итерационного процесса.

Лемма о пределе числовой последовательности.

Теорема об ограниченности итерационной последовательности для неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором.

Постановка задачи и описание итерационного процесса для двойственного метода.

Постановка задачи для двойственного метода.

Описание итерационного процесса для двойственного метода.

Теорема о связи решения задачи для двойственного метода и оператора перехода итерационного процесса.

Двойственный метод для неравенств с обратно сильно монотонным оператором.

Описание двойственного метода для неравенств с обратно сильно монотонным оператором
Свойства оператора перехода для обратно сильно монотонного оператора в двойственном методе.

О слабой сходимости итерационной последовательности с оператором перехода для задачи с обратно сильно монотонным оператором.

Двойственный метод для неравенств с сильно монотонным оператором.

Описание двойственного метода для неравенств с сильно монотонным оператором.

Свойства оператора перехода для сильно монотонного оператора в двойственном методе.

О слабой сходимости итерационной последовательности с оператором перехода для задачи с сильно монотонным оператором.

Вопросы для контрольных работ

Проективные методы. Постановка задачи и описание итерационного процесса.

Постановка задачи для проективного метода.

Описание итерационного процесса для задачи проективного метода.

Теорема о совпадении решений итерационного процесса для задачи проективного метода со множеством неподвижных точек оператора перехода.

Постановка задачи и описание итерационного процесса для двойственного метода.

Постановка задачи для двойственного метода.

Описание итерационного процесса для двойственного метода.

Теорема о связи решения задачи для двойственного метода и оператора перехода итерационного процесса.

Билеты на экзамен

Билет 1

1. Описание итерационного процесса для двойственного метода.

2. Свойства оператора перехода при сильно монотонном, липшиц-непрерывном операторе в проективном методе. (сжимающий оператор перехода)

Билет 2

1. Постановка задачи для проективного метода.

2. Лемма о пределе числовой последовательности (используется для доказательства теоремы об ограниченности итерационной последовательности для неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором).

Билет 3

1. Жестко нерастягивающий оператора.

2. Теорема о связи решения задачи для двойственного метода и оператора перехода итерационного процесса.

Билет 4

1. Описание итерационного процесса для задачи проективного метода.

2. Теорема "Принцип сжимающих отображений".

Билет 5

1. Нерастягивающий асимптотически регулярный оператор.

2. Теорема об ограниченности итерационной последовательности для неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором.

Билет 6

1. Рассмотрение неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором. Описание итерационного процесса.

2. Теорема сходимости итерационного процесса для задачи проективного метода с сильно монотонным, липшиц-непрерывным оператором.

Билет 7

1. Описание двойственного метода для неравенств с обратнo сильно монотонным оператором.

2. Теорема о совпадении решений итерационного процесса для задачи проективного метода со множеством неподвижных точек оператора перехода.

Билет 8

1. Описание двойственного метода для неравенств с сильно монотонным оператором.

2. Теорема о сходимости последовательности с нерастягивающимся асимптотически регулярным оператором.

Билет 9

1. Свойства оператора перехода для обратнo сильно монотонного оператора в двойственном методе.

2. Теорема о свойствах жестко нерастягивающегося оператора.

Билет 10

1. Свойства оператора перехода при обратнo сильно монотонном операторе в проективном методе. (нерастягивающий оператор перехода)

2. О слабой сходимости итерационной последовательности с оператором перехода для задачи с обратнo сильно монотонным оператором.

Билет 11

1. Свойства оператора перехода для сильно монотонного оператора в двойственном методе.

2. Теорема сходимости итерационного процесса для задачи проективного метода с обратнo сильно монотонным оператором.

Билет 12

1. Постановка задачи для двойственного метода.

2. Теорема "Принцип сжимающих отображений".

Билет 13

1. Рассмотрение неравенства с псевдомонотонным потенциальным оператором. Описание итерационного процесса.

2. О слабой сходимости итерационной последовательности с оператором перехода для задачи с сильно монотонным оператором.

Билет 14

1. Описание двойственного метода для неравенств с сильно монотонным оператором.

2. Теорема о свойствах жестко нерастягивающегося оператора.

Билет 15

1. Описание итерационного процесса для двойственного метода.

2. Теорема о совпадении решений итерационного процесса для задачи проективного метода со множеством неподвижных точек оператора перехода.

7.1. Основная литература:

1. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов, [Учебное пособие]. - Казань: Казан. ун-т., 2012. - 240 с. (с грифом УМО).

http://kpfu.ru/publication?p_id=80891

2. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения. [Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с. http://kpfu.ru/publication?p_id=21045

3. Даутов Р.З. Практикум по методам решения задачи Коши для систем ОДУ . Учебно-методическое пособие. - Казань, 2010. - 89 с. http://kpfu.ru/publication?p_id=21046
4. Ф. Г. Авхадиев Численные методы анализа [Учебное пособие] Казань: КФУ, 2013 http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_039_000398.pdf
5. Елизаров А. М. Краевые задачи механики жидкости и газа: Учебное пособие. - Казань, Казанский университет, 2013. - 197 с. http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_038_000450.pdf

7.2. Дополнительная литература:

1. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики: учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. ?7-е изд., стер. ?СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2009. ?672 с. ?(Учебники для вузов. Специальная литература). ?ISBN 978-5-8114-0695-1: p.489.94.
2. Самарский А. А. Численные методы решения задач конвекции-диффузии / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. ?Издание 3-е. ?Москва: Едиториал УРСС, 2004. ?248 с.; 21 см. ?Предыдущее издание 1999г. ?Библиогр.: с. 238-244 (174 назв.). ?Предм. указ.: с. 245-246. ?ISBN 5-354-00991-X, 300.
3. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач/ Лионс Ж.-Л.- М. Мир 1972- 588 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

- учебное пособие - http://kpfu.ru/publication?p_id=80891
учебное пособие - http://kpfu.ru/publication?p_id=21046
учебное пособие - http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_038_000450.pdf
учебное пособие - http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_039_000398.pdf
учебное пособие - http://kpfu.ru/publication?p_id=21045

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методы решения нелинейных задач" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером). Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 231300.68 "Прикладная математика" и магистерской программе Математическое моделирование .

Автор(ы):

Задворнов О.А. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

"__" _____ 201__ г.