

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Численные методы БЗ.Б.6

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З. , Тимербаев М.Р.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 964014

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Rafail.Dautov@kpfu.ru ; профессор, д.н. (доцент) Тимербаев М.Р. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Marat.Timerbaev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие разделы, как численные методы решения задач математического анализа, линейной алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений. Разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.6 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 6 семестре и на 4 курсе в 7 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия, приемы и методы вычислительной математики

2. должен уметь:

- аппроксимировать функции

- вычислять интегралы численными методами

- применять итерационные методы для решения нелинейных уравнений

- применять численные методы для решения систем линейных уравнений
- применять численные методы для решения проблемы собственных значений
- применять разностные методы для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

3. должен владеть:

- математическим аппаратом решения задач вычислительной математики

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.	6	1	3	0	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.	6	2-3	4	0	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.	6	4-5	4	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.	6	6-7	4	0	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Наилучшее приближение в номерованном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.	6	8-9	5	0	0	контрольная работа домашнее задание
6.	Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.	6	10-11	4	0	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.	6	12-13	4	0	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Интерполяционные квadrатурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.	6	14-15	4	0	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.	6	16-17	2	0	0	контрольная работа домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.	7	1-2	6	0	0	домашнее задание
11.	Тема 11. LU-разложение для профильных матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.	7	3-4	6	0	0	домашнее задание
12.	Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.	7	5-6	6	0	0	домашнее задание
13.	Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.	7	7-8	6	0	0	домашнее задание
14.	Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.	7	9-10	6	0	0	контрольная работа домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
15.	Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.	7	11-12	6	0	0	домашнее задание
16.	Тема 16. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.	7	13-14	6	0	0	домашнее задание
17.	Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.	7	15-16	6	0	0	домашнее задание
18.	Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.	7	17-18	4	0	0	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен
	Итого			86	0	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Постановка задачи об интерполировании функций одной переменной. Алгебраическое интерполирование, интерполяционный полинома Лагранжа. Построение. Разделенные разности и их основные свойства. Построение интерполяционного полинома Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Представление погрешности интерполяционного полинома Лагранжа. Оценка погрешности интерполирования для равномерно распределенных узлов. Определение и основные свойства полиномов Чебышева. Оценка погрешности интерполирования для узлов Чебышева.

Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Постановка задачи интерполирования с кратными узлами. Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционная формула Эрмита. Представление погрешности интерполяционного полинома Эрмита.

Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Пространство кусочных полиномов. Интерполирование кусочными полиномами. Оценка погрешности кусочно-полиномиальной интерполяции. Определение и построение кубического сплайна. Различные типы граничных условий для вычисления сплайна.

Тема 5. Наилучшее приближение в нормированном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Существование наилучшего приближения, условия единственности. Единственность наилучшего приближения в евклидовом пространстве. Сведение задачи о наилучшем приближении в евклидовом пространстве к системе линейных алгебраических уравнений.

Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения на интервале. Исследование существования и единственности. Построение. Оценка погрешности приближения гладких функций. Метод наименьших квадратов.

Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие об ортогональных системах функций. Ортогональные полиномы и их основные свойства. Рекуррентные формулы вычисления ортогональных полиномов. Примеры ортогональных полиномов: полиномы Лежандра, полиномы Чебышева. Свойства нулей ортогональных полиномов.

Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Приближенное вычисление интегралов. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Простые и составные квадратуры прямоугольников и трапеций, их погрешность. Простая и составная квадратура парабол (формула Симпсона). Остаточный член формулы Симпсона.

Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности, квадратурные формулы Гаусса. Критерий квадратуры Гаусса. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности с частично фиксированными узлами, квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Критерий квадратуры Гаусса-Лобатто. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса-Лобатто. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях. Вычисление несобственных интегралов: замена переменных, мультипликативное выделение особенностей, аддитивное выделение особенностей.

Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема о возможности применения метода Гаусса. Метод Гаусса с выбором главных элементов и его модификации. Понятие о применении метода Гаусса для систем с разреженными матрицами. Метод Гаусса и разложение матриц на треугольные множители.

Тема 11. LU-разложение для профильных матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Учет структуры профильных матриц в LU-разложении, наследование профильности матрицы в ее треугольной факторизации. Оптимизация треугольного разложения за счет перенумерации строк и столбцов.

Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Эффективные методы решения систем линейных уравнений с 3-х диагональными матрицами. Метод квадратного корня для систем с симметричными матрицами. Метод квадратного корня для систем с профильными симметричными матрицами.

Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Каноническая форма двуслойного итерационного процесса. Достаточные условия сходимости итерационного процесса. Исследование двуслойных итерационных методов для систем с симметричными положительно определенными матрицами. Оптимальный выбор итерационного параметра. Методы Якоби, Зейделя и метод релаксации. Минимизация невязки на каждой итерации, итерационные методы вариационного типа. Метод покоординатного спуска. Метод наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.

Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Методы решения алгебраической проблемы собственных значений. Метод прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений для симметричных матриц. Метод обратной итерации со сдвигом. Метод Якоби (метод вращений) решения полной проблемы собственных значений для симметричных матриц.

Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Решение нелинейных уравнений и систем. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости, геометрическая интерпретация. Понятие о методах высоко-го порядка. Метод хорд, касательных, секущих. Методы типа Якоби и Зейделя для решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации решения нелинейных систем уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона.

Тема 16. Метод Рунге-Кутты решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Метод разложения по формуле Тейлора решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы типа Рунге-Кутты. Простейшие варианты методов Рунге-Кутты. Общий способ построения методов Рунге-Кутты. Теорема о сходимости методов Рунге-Кутты.

Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Методы типа Адамса. Построение методов типа Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод типа Адамса.

Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Разностный метод аппроксимации двухточечной краевой задачи. Разрешимость разностной задачи. Условия выбора коэффициентов разностного оператора, обеспечивающие второй порядок аппроксимации. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости и сходимости схем. Понятие об экономичных схемах для многомерных параболических уравнений.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.	6	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.	6	2-3	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.	6	4-5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.	6	6-7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Наилучшее приближение в нормированном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.	6	8-9	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.	6	10-11	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.	6	12-13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.	6	14-15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
9.	Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.	6	16-17	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
10.	Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.	7	1-2	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
11.	Тема 11. LU-разложение для профильных матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.	7	3-4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
12.	Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.	7	5-6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.	7	7-8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.	7	9-10	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
15.	Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.	7	11-12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Метод Рунге-Кутты решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.	7	13-14	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
17.	Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.	7	15-16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.	7	17-18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				58	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Вычислительные методы" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

домашнее задание, примерные вопросы:

Для заданных узлов интерполяции и заданной функции оценить погрешность интерполяции.

Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.

домашнее задание , примерные вопросы:

Оценить остаточный член. Сравнить результат со случаем чебышевского набора узлов.

Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданных кратных узлов и узловых значений построить интерполяционный полином Эрмита. Для ряда специальных случаев выписать базис Эрмита.

Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданной функции построить кусочно-линейный и кусочно-квадратические интерполянты.

Тема 5. Наилучшее приближение в нормированном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.

домашнее задание , примерные вопросы:

Оценить погрешность интерполянтов.

контрольная работа , примерные вопросы:

Для заданной функции в заданных точках построить интерполяционный полином Лагранжа.

Для заданной функции и ее производной в заданных точках построить интерполяционный полином Эрмита. Для заданной функции найти полином 1-й степени наилучшего равномерного приближения.

Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Наилучшее среднеквадратическое приближение на интервале. Наилучшее среднеквадратическое приближение на дискретном множестве точек. Для заданной функции найти полином 1-й степени, являющийся наилучшим среднеквадратическим приближением.

Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить первые несколько ортогональных полиномов Лежандра. Разложить заданный полином в ряд по полиномам Чебышева. Разложить заданный полином в ряд по полиномам Лежандра.

Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.

домашнее задание , примерные вопросы:

Заданный интеграл вычислить приближенно с помощью составной квадратуры прямоугольников, оценить погрешность. Заданный интеграл вычислить приближенно с помощью составной квадратуры трапеций, оценить погрешность. Заданный интеграл вычислить приближенно с помощью составной квадратуры Симпсона, оценить погрешность. Сравнить полученные результаты приближенных вычислений.

Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить узлы и коэффициенты квадратуры Гаусса для заданных весовых функций при 1-м, 2-х, 3-х узлах. Вычислить узлы и коэффициенты квадратуры Гаусса-Лобатто для заданных весовых функций при 1-м, 2-х, 3-х и 4-х узлах.

контрольная работа , примерные вопросы:

Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры прямоугольников, оценив необходимое число отрезков разбиения. Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры трапеций, оценив необходимое число отрезков разбиения. Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры Симпсона, оценив необходимое число отрезков разбиения. Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры Гаусса с 2-мя узлами на элементе, оценив необходимое число отрезков разбиения.

Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.

домашнее задание, примерные вопросы:

Прямые методы. Метод Гаусса и его модификации (LU, LDL'- разложения). Число арифметических операций для их реализации. Применения метода Гаусса к вычислению определителей и обратных матриц. Решение 3-х диагональных систем уравнений. Метод прогонки.

Тема 11. LU-разложение для профильных матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.

домашнее задание, примерные вопросы:

Вычислить LU-разложение заданной полной и профильной матриц.

Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.

домашнее задание, примерные вопросы:

Вывод формул метода прогонки, подсчет числа арифметических операций. Решить заданную систему с трехдиагональной матрицей методом прогонки.

Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.

домашнее задание, примерные вопросы:

Связь решения СЛАУ с экстремумом квадратичного функционала. Метод покоординатного спуска решения СЛАУ. Метод градиентного (наискорейшего) спуска, его сходимость и оценка погрешности.

Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.

домашнее задание, примерные вопросы:

Изучить литературу по теме: Полная и частичная проблема собственных чисел.

контрольная работа, примерные вопросы:

Вычислить приближенно максимальное собственное значение степенным методом. Для заданной симметричной матрицы с диагональным преобладанием вычислить несколько итераций метода вращений Якоби.

Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.

домашнее задание, примерные вопросы:

Применяя итерационные методы простой итерации, Ньютона и секущих вычислить с заданной точностью квадратный корень данного числа. Сравнить результаты.

Тема 16. Метод Рунге-Кутты решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

домашнее задание, примерные вопросы:

Применить 2-х этапный метод Рунге-Кутты для решения тестовых задач Коши. Сравнить с точными решениями. Убедиться, что полученные результаты подтверждают теоретическую оценку погрешности.

Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

домашнее задание, примерные вопросы:

Построение методов типа Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод типа Адамса.

Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.

домашнее задание, примерные вопросы:

Для данного дифференциального оператора 2-го порядка выписать соответствующий ему разностный оператор, применяя различные способы построения сеточных приближений. Аппроксимация, устойчивость и сходимости разностной схемы. Проверить выполнимость основных требований, предъявляемых к методу сеток.

контрольная работа, примерные вопросы:

Применяя метод Ньютона, решить нелинейное уравнение. Применяя метод секущих, решить нелинейное уравнение. Применяя метод Эйлера, решить задачу Коши. Для заданной 2-х точечной краевой задачи написать ее сеточную аппроксимацию.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена - Приложение 1.

Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

Оценка остаточного члена интерполирования. Полиномы Чебышева, их основные свойства.

Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита.

Вывод оценки погрешности эрмитовой интерполяции. Наилучшее приближение в нормированном и в евклидовом пространствах.

Среднеквадратическое приближение функций. Ортогональные полиномы, их основные свойства.

Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, их погрешность.

Квадратурные формулы повышенной алгебраической точности - квадратуры Гаусса и Гаусса-Лобатто.

Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение, разложение Холецкого.

Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона,

метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.

Методы Рунге-Кутты и Адамса решения задачи Коши для систем ОДУ.

Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.

7.1. Основная литература:

1. Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство "Лань", 2010. - 208 с.

ISBN 978-5-8114-1014-9 e.lanbook.com

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378

2. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова

- М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат).

(обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 экз. www.znaniium.com

<http://znaniium.com/go.php?id=364601>

3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2012. - 636 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397

4. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: 3. учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский;

Казан. федер. ун-т. Казань: Казанский университет, 2012. 121 с.

5. Бахвалов Н. С. Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; Моск. гос. ун-т. 4-е изд.. Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2006. 636 с.

6. Самарский А. А. Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов /

А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. 3-е изд., стер.. Санкт-Петербург: Лань, 2005. 288 с.

7. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. -

М.:Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 240 с. URL:

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4399

7.2. Дополнительная литература:

1. Лапчик, М. П. Численные методы: учеб. пособие для студ. вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер ; под ред. М. П. Лапчика. 5-е изд., стер.. М.: Академия, 2009. 384 с

2. Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков; Под ред. В. А. Садовниченко. Москва: Высшая школа, 2000. 190 с. (Высшая математика). Библиогр.: с.188. ISBN 5-06-003684-7: 29.00.

3. Каханер, Дэвид. Численные методы и программное обеспечение: перевод с английского / Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш; Пер. Х. Д. Икрамова. Издание 2-е, стереотипное. Москва: Мир, 2001. 575 с.: ил.. Пер. изд.: Numerical Methods and Software / D. Kahaner, C. Moler, St. Nash (Prentice-Hall International, 1989). Библиогр.: с. 554-559. Указ.: с. 560-570. ISBN 5-03-003392-0 (рус). ISBN 0-13-626672-X (англ).

7.3. Интернет-ресурсы:

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Лекции в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером), лабораторные занятия по дисциплине проводятся в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____

Тимербаев М.Р. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М. _____

"__" _____ 201__ г.