

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Вычислительные методы в механике деформируемого твердого тела Б1.В.ДВ.4

Направление подготовки: 01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Султанов Л.У.

**Рецензент(ы):**

Егоров А.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Султанов Л. У.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Султанов Л.У. Кафедра теоретической механики отделение механики , Lenar.Sultanov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Вычислительные методы в МДТТ" являются изучение метода конечных элементов (МКЭ), как основного метода решения задач механики сплошных сред в настоящее время, приобретение студентами соответствующих знаний, позволяющих ориентироваться в вопросах построения новых расчетных схем на базе МКЭ и умело применять известные информационные системы (пакеты прикладных программ) в прикладных задачах, получение знаний о проблемах возникающих при использовании МКЭ для расчета пластин и оболочек.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.4 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.03 Механика и математическое моделирование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7, 8 семестры.

Настоящий курс ориентирован на студентов, обладающих фундаментальной подготовкой по математике и механике. Дисциплина основывается на знаниях, полученных при освоении дисциплин: математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения, статика, прикладная механика, механика сплошных сред. Знания и навыки, полученные при изучении курса "Вычислительные методы в МДТТ", используются студентами при выполнении курсовых и дипломных работ.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью к определению общих форм, закономерностей, инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-10 (профессиональные компетенции)	пониманием корректности постановок задач
ПК-12 (профессиональные компетенции)	глубокое понимание сути точности фундаментального знания
ПК-18 (профессиональные компетенции)	умением публично представить собственные и известные научные результаты
ПК-20 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных и инженерно-технических задач
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умением грамотно пользоваться языком предметной области

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

сущность МКЭ как универсального метода дискретизации задач механики деформируемого твердого тела;

требования к аппроксимациям и основные их виды;

проблемы МКЭ, применительно к расчету тонких пластин;

2. должен уметь:

строить конечные элементы для решения типовых задач теории упругости, теории пластин и оболочек;

ориентироваться в особенностях применения МКЭ в задачах динамического анализа и упругопластического деформирования.

3. должен владеть:

современными информационными системами для расчета конструкций;  
инструментами построения конечноэлементных аппроксимаций.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины отсутствует в 6 семестре; зачет в 7 семестре; зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Содержание и задачи курса, связь с другими предметами	6	1-2	2	2	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Основные положения МКЭ. Постановка задачи теории упругости. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца.	6	3-4	2	2	0	Устный опрос
3.	Тема 3. Обобщенные вариационные формулировки.	6	5-6	2	2	0	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Аппроксимации в конечных элементах.	6	7-8	2	2	0	Устный опрос
5.	Тема 5. Одномерные аппроксимации (введение понятий пробных функций и функций формы).	6	9-10	2	2	0	Устный опрос
6.	Тема 6. Двумерные аппроксимации в треугольных и четырехугольных областях различного порядка в глобальных и локальных координатах.	6	11-12	2	2	0	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Аппроксимации в трехмерном случае.	6	13-14	2	2	0	Устный опрос
8.	Тема 8. Конечные элементы задач теории упругости. Плоская задача теории упругости.	6	15-16	2	2	0	Устный опрос
9.	Тема 9. Треугольный элемент с линейной и квадратичной аппроксимацией, четырехугольные элементы с билинейной и квадратичной аппроксимацией.	6	17-18	2	2	0	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Вопросы практической реализации: сборка глобальной матрицы жесткости и вектора сил, учет кинематических граничных условий.	7	1-2	2	2	0	Устный опрос
11.	Тема 11. Способы хранения матрицы жесткости и методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	7	3-4	2	2	0	Устный опрос
12.	Тема 12. Вычисление напряжений, локальное и глобальное сглаживание.	7	5-6	2	2	0	Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Дискретный учет статических граничных условий.	7	7-8	2	2	0	Устный опрос
14.	Тема 14. Специальные КЭ. Гибридные и переходные КЭ.	7	9-10	2	2	0	Устный опрос
15.	Тема 15. МКЭ в задачах динамики.	7	11-12	2	2	0	Устный опрос
16.	Тема 16. Прямое пошаговое интегрирование по времени, различные разностные схемы.	7	13-14	2	2	0	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. МКЭ в задачах упругопластического деформирования.	7	15-16	2	2	0	Устный опрос
18.	Тема 18. Итерационные и шаговые методы решения задач.	7	17-18	2	2	0	Контрольная работа
19.	Тема 19. Конечные элементы изгибаемых пластин Кирхгофа.	8	1-2	2	2	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
20.	Тема 20. Прямоугольные элементы Адини и Богнера-Фокса. Треугольный элемент Белла с аппроксимацией полиномом 5-го порядка.	8	3-4	2	2	0	Устный опрос
21.	Тема 21. Смешанная постановка на основе функционала Рейсснера, конечный элемент с постоянными моментами. Гибридная постановка с заданными изгибающими моментам.	8	5-6	2	2	0	Письменное домашнее задание
22.	Тема 22. Конечные элементы изгибаемых пластин Тимошенко. Треугольный элемент с дискретным наложением гипотез Кирхгофа.	8	7-8	2	2	0	Устный опрос
23.	Тема 23. Расчет оболочек плоскими конечными элементами.	8	9-10	2	2	0	Устный опрос
24.	Тема 24. Искривленные конечные элементы, проблемы представления смещений как твердого целого и состояния чистого изгиба. Проблемы расчета составных оболочечных конструкций с изломом срединной поверхности.	8	11-12	2	2	0	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
25.	Тема 25. Расчет оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига. Расчет оболочек с позиций трехмерной теории упругости.	8	13-14	2	2	0	Контрольная работа
·	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			50	50	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Содержание и задачи курса, связь с другими предметами

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Содержание и задачи курса. Связь с другими предметами, МКЭ как развитие матричных методов строительной механики стержневых элементов. Принцип возможных перемещений, метод перемещений, получение разрешающих систем уравнений. Принцип возможных сил, метод сил, основная статически определимая система. Метод прямой жесткости, вариационный метод. Возможность обобщения метода сил, метода перемещений и вариационного метода на задачи механики сплошной среды.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Основные этапы реализации МКЭ при решении задач.

### Тема 2. Основные положения МКЭ. Постановка задачи теории упругости. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Основные положения МКЭ. Постановка задачи теории упругости в матрично-векторном виде. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца (общее и различие). Основные этапы реализации МКЭ при решении задач. Применение принципа виртуальных перемещений для получения разрешающих матричных уравнений. Условие сходимости (совместность полнота аппроксимаций). Оценка погрешности для конформных и неконформных элементов.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Принцип виртуальной работы. Приближенный метод решения, основанный на принципе виртуальной работы.

### Тема 3. Обобщенные вариационные формулировки.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Обобщенные вариационные формулировки. Принцип виртуальной и дополнительной работы. Вариационные уравнения Лагранжа и Кастильяно. Методы Ритца и Галеркина.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Принцип дополнительной виртуальной работы. Приближенный метод решения, основанный на принципе дополнительной виртуальной работы.

### Тема 4. Аппроксимации в конечных элементах.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Аппроксимации в конечных элементах. Введение понятий пробных функций и функций формы.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**



Вариационное уравнение Лагранжа.

**Тема 5. Одномерные аппроксимации (введение понятий пробных функций и функций формы).**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Одномерные аппроксимации (введение понятий пробных функций и функций формы).

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вариационное уравнение Кастильяно.

**Тема 6. Двумерные аппроксимации в треугольных и четырехугольных областях различного порядка в глобальных и локальных координатах.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Двумерные аппроксимации в треугольных и четырехугольных областях различного порядка в глобальных и локальных координатах.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Метод Релея-Ритца. Варьирование граничных условий и теорема Кастильяно.

**Тема 7. Аппроксимации в трехмерном случае.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Аппроксимации в трехмерном случае.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Конечные элементы задач теории упругости. Плоская задача теории упругости.

**Тема 8. Конечные элементы задач теории упругости. Плоская задача теории упругости.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Конечные элементы задач теории упругости. Плоская задача теории упругости.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Треугольный элемент с линейной и квадратичной аппроксимацией.

**Тема 9. Треугольный элемент с линейной и квадратичной аппроксимацией, четырехугольные элементы с билинейной и квадратичной аппроксимацией.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Треугольный элемент с линейной и квадратичной аппроксимацией, четырехугольные элементы с билинейной и квадратичной аппроксимацией.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Четырехугольные элементы с билинейной и квадратичной аппроксимацией.

**Тема 10. Вопросы практической реализации: сборка глобальной матрицы жесткости и вектора сил, учет кинематических граничных условий.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вопросы практической реализации: сборка глобальной матрицы жесткости и вектора сил, учет кинематических граничных условий.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вопросы практической реализации: сборка глобальной матрицы.

**Тема 11. Способы хранения матрицы жесткости и методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Способы хранения матрицы жесткости и методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Сборка матрицы жесткости и вектора сил. Учет кинематических граничных условий, способы хранения матрицы жесткости.

**Тема 12. Вычисление напряжений, локальное и глобальное сглаживание.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление напряжений, локальное и глобальное сглаживание. Аппроксимация напряжений методом наименьших квадратов, использование дополнительных слагаемых в аппроксимации перемещений, использование функций напряжений.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Контрольная работа.

**Тема 13. Дискретный учет статических граничных условий.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Дискретный учет статических граничных условий, возможные варианты.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Специальные КЭ.

**Тема 14. Специальные КЭ. Гибридные и переходные КЭ.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Специальные КЭ (ортотропный материал, многослойный композит, дискретно подкрепленный КЭ). Гибридные и переходные КЭ.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Гибридные и переходные КЭ.

**Тема 15. МКЭ в задачах динамики.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

МКЭ в задачах динамики. Постановка задач динамики в МКЭ. Построение матрицы масс. Решение задач о свободных и вынужденных колебаниях. Учет сил демпфирования, внутренне трение.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач о свободных и вынужденных колебаниях. Учет сил демпфирования, внутренне трение.

**Тема 16. Прямое пошаговое интегрирование по времени, различные разностные схемы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Прямое пошаговое интегрирование по времени, различные разностные схемы.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Прямое пошаговое интегрирование по времени, различные разностные схемы.

**Тема 17. МКЭ в задачах упругопластического деформирования.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

МКЭ в задачах упругопластического деформирования. Основные положения теории пластического течения. Соотношения Прандля-Рейсса.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Основные положения теории пластического течения. Соотношения Прандля-Рейсса.

**Тема 18. Итерационные и шаговые методы решения задач.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Итерационные и шаговые методы решения задач: переменных параметров упругости, начальных напряжений, проецирования напряжений на поверхность текучести и др.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Итерационные и шаговые методы решения задач: переменных параметров упругости, начальных напряжений, проецирования напряжений на поверхность текучести и др. Контрольная работа

**Тема 19. Конечные элементы изгибаемых пластин Кирхгофа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Конечные элементы изгибаемых пластин Кирхгофа. Постановка задачи. Требования к аппроксимациям. Треугольный элемент Зенкевича с кубической аппроксимацией прогиба, способы построения матрицы жесткости, свойства (совместность, сходимости).

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Треугольный элемент Зенкевича с кубической аппроксимацией прогиба, способы построения матрицы жесткости, свойства (совместность, сходимости).

### **Тема 20. Прямоугольные элементы Адина и Богнера-Фокса. Треугольный элемент Белла с аппроксимацией полиномом 5-го порядка.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Прямоугольные элементы Адина и Богнера-Фокса. Треугольный элемент Белла с аппроксимацией полиномом 5-го порядка.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Четырехугольный элемент с билинейной аппроксимацией. Технология построения матрицы жесткости.

### **Тема 21. Смешанная постановка на основе функционала Рейсснера, конечный элемент с постоянными моментами. Гибридная постановка с заданными изгибающими моментами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Смешанная постановка на основе функционала Рейсснера, конечный элемент с постоянными моментами. Гибридная постановка с заданными изгибающими моментами.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Расчет оболочек плоскими конечными элементами. Построение матрицы жесткости в локальной и глобальной системах координат.

### **Тема 22. Конечные элементы изгибаемых пластин Тимошенко. Треугольный элемент с дискретным наложением гипотез Кирхгофа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Конечные элементы изгибаемых пластин Тимошенко. Постановка задачи. Четырехугольный элемент с билинейной аппроксимацией. Технология построения матрицы жесткости. Исследование точности аппроксимаций сдвиговых конечных элементов. Способы борьбы с потерей точности при малых толщинах (сокращенное и выборочно сокращенное интегрирование, метод штрафа, регуляризация и др.). Треугольный элемент с дискретным наложением гипотез Кирхгофа. Четырехугольный конечный элемент с двойной аппроксимацией деформаций по точкам суперсходимости.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Примеры используемых аппроксимаций для треугольных и четырехугольных элементов.

### **Тема 23. Расчет оболочек плоскими конечными элементами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Расчет оболочек плоскими конечными элементами. Постановка задачи. Введение опорной плоскости, локальная система координат. Построение матрицы жесткости в локальной и глобальной системах координат. Введение жесткости на вращение в касательной плоскости.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Численная параметризация поверхности (полиномиальная и сплайн аппроксимации).

### **Тема 24. Искривленные конечные элементы, проблемы представления смещений как твердого целого и состояния чистого изгиба. Проблемы расчета составных оболочечных конструкций с изломом срединной поверхности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Постановка задачи, требования к аппроксимациям. Искривленные конечные элементы тонких оболочек, проблемы представления смещений как твердого целого и состояния чистого изгиба. Примеры используемых аппроксимаций для треугольных и четырехугольных элементов. Построение конечного элемента тонкой оболочки произвольной геометрии по тензорным уравнениям общей теории оболочек (вычисление геометрических характеристик, компонент тензора деформаций, матрицы жесткости, напряжений). Численная параметризация поверхности (полиномиальная и сплайн аппроксимации). Проблемы расчета составных оболочечных конструкций с изломом срединной поверхности.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Примеры треугольных и четырехугольных конечных элементов с различными способами регуляризации.

### Тема 25. Расчет оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига. Расчет оболочек с позиций трехмерной теории упругости.

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Расчет оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига. Теория оболочек типа Тимошенко. Требования к аппроксимациям, проблемы, явления мембранного и сдвигового ?заклинивания?. Примеры треугольных и четырехугольных конечных элементов с различными способами регуляризации. Изопараметрические конечные элементы. Расчет оболочек с позиций трехмерной теории упругости, учет гипотезы о малости напряжений обжатия. Различные технологии вычисления деформаций в локальной системе координат, использование векторных соотношений для деформаций и ковариантных компонент тензора деформаций. Проблемы подготовки исходной информации.

#### практическое занятие (2 часа(ов)):

Различные технологии вычисления деформаций в локальной системе координат, использование векторных соотношений для деформаций и ковариантных компонент тензора деформаций.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Содержание и задачи курса, связь с другими предметами	6	1-2	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
2.	Тема 2. Основные положения МКЭ. Постановка задачи теории упругости. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца.	6	3-4	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
3.	Тема 3. Обобщенные вариационные формулировки.	6	5-6	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
4.	Тема 4. Аппроксимации в конечных элементах.	6	7-8	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
5.	Тема 5. Одномерные аппроксимации (введение понятий пробных функций и функций формы).	6	9-10	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
6.	Тема 6. Двумерные аппроксимации в треугольных и четырехугольных областях различного порядка в глобальных и локальных координатах.	6	11-12	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Аппроксимации в трехмерном случае.	6	13-14	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
8.	Тема 8. Конечные элементы задач теории упругости. Плоская задача теории упругости.	6	15-16	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
9.	Тема 9. Треугольный элемент с линейной и квадратичной аппроксимацией, четырехугольные элементы с билинейной и квадратичной аппроксимацией.	6	17-18	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
10.	Тема 10. Вопросы практической реализации: сборка глобальной матрицы жесткости и вектора сил, учет кинематических граничных условий.	7	1-2	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
11.	Тема 11. Способы хранения матрицы жесткости и методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	7	3-4	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
12.	Тема 12. Вычисление напряжений, локальное и глобальное сглаживание.	7	5-6	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
13.	Тема 13. Дискретный учет статических граничных условий.	7	7-8	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
14.	Тема 14. Специальные КЭ. Гибридные и переходные КЭ.	7	9-10	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
15.	Тема 15. МКЭ в задачах динамики.	7	11-12	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
16.	Тема 16. Прямое пошаговое интегрирование по времени, различные разностные схемы.	7	13-14	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
17.	Тема 17. МКЭ в задачах упругопластического деформирования.	7	15-16	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
18.	Тема 18. Итерационные и шаговые методы решения задач.	7	17-18	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
19.	Тема 19. Конечные элементы изгибаемых пластин Кирхгофа.	8	1-2	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
20.	Тема 20. Прямоугольные элементы Адини и Богнера-Фокса. Треугольный элемент Белла с аппроксимацией полиномом 5-го порядка.	8	3-4	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
21.	Тема 21. Смешанная постановка на основе функционала Рейсснера, конечный элемент с постоянными моментами. Гибридная постановка с заданными изгибающими моментам.	8	5-6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
22.	Тема 22. Конечные элементы изгибаемых пластин Тимошенко. Треугольный элемент с дискретным наложением гипотез Кирхгофа.	8	7-8	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
23.	Тема 23. Расчет оболочек плоскими конечными элементами.	8	9-10	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
24.	Тема 24. Искривленные конечные элементы, проблемы представления смещений как твердого целого и состояния чистого изгиба. Проблемы расчета составных оболочечных конструкций с изломом срединной поверхности.	8	11-12	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
25.	Тема 25. Расчет оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига. Расчет оболочек с позиций трехмерной теории упругости.	8	13-14	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
	Итого				80	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Курсы лекций и семинарских занятий, организованные по стандартной технологии.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Содержание и задачи курса, связь с другими предметами

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

#### Тема 2. Основные положения МКЭ. Постановка задачи теории упругости. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца.

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

#### Тема 3. Обобщенные вариационные формулировки.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

#### Тема 4. Аппроксимации в конечных элементах.

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

#### Тема 5. Одномерные аппроксимации (введение понятий пробных функций и функций формы).

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 6. Двумерные аппроксимации в треугольных и четырехугольных областях различного порядка в глобальных и локальных координатах.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема 7. Аппроксимации в трехмерном случае.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 8. Конечные элементы задач теории упругости. Плоская задача теории упругости.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 9. Треугольный элемент с линейной и квадратичной аппроксимацией, четырехугольные элементы с билинейной и квадратичной аппроксимацией.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема 10. Вопросы практической реализации: сборка глобальной матрицы жесткости и вектора сил, учет кинематических граничных условий.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 11. Способы хранения матрицы жесткости и методы решения систем линейных алгебраических уравнений.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 12. Вычисление напряжений, локальное и глобальное сглаживание.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема 13. Дискретный учет статических граничных условий.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 14. Специальные КЭ. Гибридные и переходные КЭ.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 15. МКЭ в задачах динамики.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 16. Прямое пошаговое интегрирование по времени, различные разностные схемы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема 17. МКЭ в задачах упругопластического деформирования.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 18. Итерационные и шаговые методы решения задач.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема 19. Конечные элементы изгибаемых пластин Кирхгофа.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 20. Прямоугольные элементы Адина и Богнера-Фокса. Треугольный элемент Белла с аппроксимацией полиномом 5-го порядка.**



устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 21. Смешанная постановка на основе функционала Рейсснера, конечный элемент с постоянными моментами. Гибридная постановка с заданными изгибающими моментами.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема 22. Конечные элементы изгибаемых пластин Тимошенко. Треугольный элемент с дискретным наложением гипотез Кирхгофа.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 23. Расчет оболочек плоскими конечными элементами.**

устный опрос , примерные вопросы:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски

**Тема 24. Искривленные конечные элементы, проблемы представления смещений как твердого целого и состояния чистого изгиба. Проблемы расчета составных оболочечных конструкций с изломом срединной поверхности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема 25. Расчет оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига. Расчет оболочек с позиций трехмерной теории упругости.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка решенных задач

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Итоговый контроль проводится в виде зачета. Зачет ставится на основании выполнения заданий практикума.

Примерные вопросы на зачет:

1. Вариационная постановка задачи в МКЭ.
2. Учет кинематических граничных условий.
3. Основные требования к аппроксимациям.
4. Структура глобальной матрицы жесткости.
5. Основные требования к аппроксимациям.
6. Изопараметрический искривленный четырехугольник.
7. Оценка погрешности аппроксимаций.
8. Постановка динамических задач в МКЭ.
9. Аппроксимации в треугольной области, координаты.
10. Схемы пошагового интегрирования по времени: метод центральных разностей.
11. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений МКЭ.
12. L - координаты, построение функций формы.
13. Решение задачи о вынужденных колебаниях методом разложения по собственным формам.
14. Основы теории пластического течения.
15. Схемы пошагового интегрирования по времени: метод Хоболта,
16. Учет кинематических граничных условий.
17. Схемы пошагового интегрирования по времени: схемы Вилсона.
18. Структура глобальной матрицы жесткости.

19. Схемы пошагового интегрирования по времени: схемы Ньюмарка,
20. Конечные элементы двумерной задачи теории упругости: треугольник с постоянными деформациями
21. Схемы пошагового интегрирования по времени: схема Кранка-Николса.
22. Конечные элементы двумерной задачи теории упругости: прямоугольник с билинейной аппроксимацией.
23. Устойчивость разностных схем.
24. Трехмерные аппроксимации.
25. Конечные элементы двумерной задачи теории упругости: изопараметрический искривленный четырехугольник.
26. Соотношения Прандля-Рейсса.
27. Аппроксимации в четырехугольной области.
28. Построение матрицы масс для типовых конечных элементов
29. Структура глобальной матрицы жесткости.
30. Метод переменных параметров упругости.
31. Проверка совместности различных конечных элементов.
32. Метод начальных напряжений.
33. Решение задачи о свободных колебаниях, метод итераций подпространств.
34. Пошаговое нагружение.
35. Сборка глобальной матрицы жесткости, матрица индексов.
36. Метод проецирования напряжений на поверхность текучести.
37. Вычисление напряжений. Осреднение и сглаживание напряжений.
38. Условие сходимости неконформных конечных элементов.
39. Прямое пошаговое интегрирование по времени.
40. Постановка задачи о пластическом деформировании в МКЭ.

#### ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ (8 СЕМЕСТР).

1. Постановка задачи об изгибе пластин по теории Кирхгофа. Требования к аппроксимациям.
2. Три способа построения матрицы жесткости.
3. Кубическая аппроксимация прогиба (особенности).
4. Совместные КЭ на основе кубической аппроксимации (составные элементы, сингулярные и с принудительной совместностью).
5. Прямоугольные элементы Адина и Богнера-Фокса.
6. Треугольный элемент Белла с аппроксимацией 5-го порядка.
7. Смешанная постановка с самостоятельной аппроксимацией изгибающих моментов.
8. Гибридные конечные элементы.
9. Постановка задачи об изгибе пластин с учетом деформации поперечного сдвига.
10. Четырехугольник с билинейной аппроксимацией.
11. Исследование свойств аппроксимации деформации поперечного сдвига.
12. Способы улучшения свойств сдвиговых КЭ.
13. Треугольный элемент с дискретным наложением гипотез Кирхгофа.
14. Четырехугольный конечный элемент с двойной аппроксимацией деформаций по точкам суперсходимости.
15. Расчет оболочек плоскими КЭ.
16. Искривленные КЭ тонких непологих оболочек, требования к аппроксимациям.
17. Учет смещения как твердого целого.
18. Примеры используемых конечных элементов. Конечный элемент произвольной тонкой оболочки, построенный по общим тензорным соотношениям (вычисление геометрических характеристик, компонент тензора деформаций, матрицы жесткости, напряжений).

19. Параметризация поверхности полиномами и сплайнами.
20. Расчет оболочек с позиций 3-мерной теории упругости, изопараметрический КЭ, учет гипотезы о малости напряжений обжатия.
21. Различные технологии вычисления деформаций в локальной системе координат, использование векторных соотношений для деформаций и ковариантных компонент тензора деформаций.
22. Проблемы подготовки исходной информации.

### 7.1. Основная литература:

Голованов, Александр Иванович. Теоретические основы вычислительной нелинейной механики деформируемых сред: курс лекций / А. И. Голованов, Л. У. Султанов; Казан. гос. ун-т. Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2008. - 163 с.

Волков, Е.А. Численные методы [Электронный ресурс] : учеб. ? Электрон. дан. ? Санкт-Петербург : Лань, 2008. ? 256 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/54>

Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство 'Лань', 2010. - 208 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=378](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378)

### 7.2. Дополнительная литература:

Нигматулин Р.И., Механика сплошной среды, Кинематика. Динамика. Термодинамика. Статистическая динамика: учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010701 'Фундаментальная механика и механика' и направлению подготовки 010800 'Механика и математическое моделирование' / Р. И. Нигматулин. Москва: ГЭОТАР-Медиа, 2014. 639 с.

Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; Моск. гос. ун-т. 5-е изд.. Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2007. ? 636 с.

Самарский, Александр Андреевич. Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. 3-е изд., стер.. Санкт-Петербург: Лань, 2005. 288 с.

Самогин Ю.Н., Хроматов В.Е., Чирков В.П. Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов / Под ред. В. П. Чиркова. ?

М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. ? 200 с. [https://e.lanbook.com/book/59633#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/59633#book_name)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Интернет-портал систем автоматизации инженерных расчетов - <http://www.cadfem-cis.ru/>

Поисковая система - [www.google.ru](http://www.google.ru)

Форум САПР-2000 - <http://fsapr2000.ru/>

Электронная библиотека - [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

Электронная библиотека - <http://mech.math.msu.su>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Вычислительные методы в механике деформируемого твердого тела" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.03 "Механика и математическое моделирование" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Султанов Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Егоров А.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.