

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Нелинейные динамические системы, хаос и фракталы М1.ДВ.2

Направление подготовки: 011200.68 - Физика

Профиль подготовки: Теоретическая и математическая физика

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Лысогорский Ю.В.

**Рецензент(ы):**

Нигматуллин Р.Р.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Таюрский Д. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 629914

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) младший научный сотрудник, к.н. Лысогорский Ю.В. НИЛ Новые материалы для квантовых технологий Институт физики, void2003@gmail.com

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Нелинейные динамические системы, хаос и фракталы" является приобретение знаний в области теории динамических систем и нелинейной динамики в приложении к задачам физики, что соответствует основным целям в части получения высшего профессионально профилированного образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности в РФ и за рубежом, обладать универсальными и предметно специализированными компетенциями, способствующими его социальной мобильности, востребованности на рынке труда и успешной профессиональной карьере.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "М1.ДВ.2 Общенаучный" основной образовательной программы 011200.68 Физика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Дисциплина "Нелинейные динамические системы, хаос и фракталы, хаос и фракталы" относится к вариативной части профессионального цикла, курс читается в 2 семестре. Форма итоговой аттестации ? экзамен.

Изучаемый в рамках дисциплины теоретический и практический материал является естественным продолжением, дисциплин, дающих базовую подготовку в области математических методов и призван сформировать знания и умения, обучаемых в области как теоретического, так и численного исследования детерминированной динамики математических моделей сложных систем.

Преподаваемый материал опирается на базовые знания, преподаваемые в рамках модуля "Математика" в таких дисциплинах, как "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление", "Теория функций комплексного переменного".

Для успешного освоения данной дисциплины обучаемый должен владеть знаниями о математических методах получения и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, что и обеспечивается предварительным освоением вышеперечисленных дисциплин.

Преподаваемый в рамках дисциплины "Нелинейные динамические системы, хаос и фракталы" материал создает необходимую теоретическую и методологическую базу для последующего освоения дисциплин вариативной части профессионального цикла.

Полученные в результате освоения данной дисциплины знания и навыки могут быть непосредственно применены обучающимися в их будущей профессиональной деятельности, являются частью базовых знаний по дисциплинам, связанным с применением математических методов в анализе сложных систем.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способностью использовать в познавательной и профессиональной деятельности базовые знания в области математики и естественных наук
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью использовать базовые теоретические знания для решения профессиональных задач

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью применять на практике базовые профессиональные навыки
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способностью применять на практике базовые общепрофессиональные знания
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способностью свободно владеть разделами физики, необходимыми для решения научно- инновационных задач (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью свободно владеть профессиональными знаниями для анализа и синтеза физической информации (в соответствии с профилем подготовки)

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные положения качественной теории дифференциальных уравнений, термины и подходы нелинейной динамики и теории динамических систем, применяемые для анализа поведения динамических систем; включая такие понятия как бифуркация, автоколебания, синхронизация, динамический хаос

2. должен уметь:

формулировать задачи аналитического и численного исследования динамических систем на фазовой плоскости и в трехмерном фазовом пространстве и выбрать адекватные теоретические и численные методы их решения

3. должен владеть:

аналитическим методом локализации и анализа на устойчивость состояний равновесия моделей сложных систем, компьютерными методами анализа устойчивости периодических решений, специализированными методами оценки меры хаотичности движения на аттракторе в фазовом пространстве модельной системы.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

к самостоятельной работе

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение	2	1	2	0	0	устный опрос
2.	Тема 2. Основные понятия теории динамических систем	2	2	2	2	0	устный опрос
3.	Тема 3. Состояния равновесия и их устойчивость	2	3,4	4	2	0	устный опрос
4.	Тема 4. Элементы теории бифуркаций	2	5,6	4	2	0	устный опрос
5.	Тема 5. Бифуркационные механизмы рождения автоколебаний	2	7,8	4	2	0	устный опрос
6.	Тема 6. Синхронизация автоколебаний и бифуркации на торе	2	9,10	4	2	0	устный опрос
7.	Тема 7. Детерминированный хаос	2	11,12	4	1	0	устный опрос
8.	Тема 8. Фракталы	2	13,14	4	1	0	устный опрос
9.	Тема 9. Подготовка к экзамену	2		0	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен
	Итого			28	12	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Введение

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие динамической системы (ДС). Линейные и нелинейные ДС. Роль методов качественной теории дифференциальных уравнений в естествознании. Задание ДС с непрерывным временем моделями в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных. ДС с дискретным временем в виде систем итерируемых отображений.

### Тема 2. Основные понятия теории динамических систем

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Существование и единственность решения. Фазовое пространство, фазовая траектория, особые точки, особые и не особые траектории.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Понятие интегральной кривой. Предельные множества: аттракторы, репеллеры и седла. Задачи качественного исследования динамической системы.

### Тема 3. Состояния равновесия и их устойчивость

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение состояния равновесия. Примеры устойчивых и неустойчивых состояний равновесия в системах. Анализ изменения количества и устойчивости состояний равновесия с помощью механической аналогии. Катастрофы складки и сборки.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Процедура аналитического поиска и анализа на устойчивость состояний равновесия в двумерных и трехмерных системах.

**Тема 4. Элементы теории бифуркаций**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие структурной устойчивости и бифуркации. Понятие о точке бифуркации и ее коразмерности. Бифуркации предельных циклов и неподвижных точек итерированных отображений. Нелокальные бифуркации.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Нормальные формы. Бифуркации состояний равновесия на фазовой плоскости.

**Тема 5. Бифуркационные механизмы рождения автоколебаний**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Мягкое рождение автоколебаний и суперкритическая бифуркация Андронова-Хопфа. Жесткое рождение автоколебаний, субкритическая бифуркация Андронова-Хопфа и седлоузловая бифуркация предельных циклов.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Седлоузловая бифуркация состояний равновесия на предельном цикле. Гомоклиническая бифуркация.

**Тема 6. Синхронизация автоколебаний и бифуркации на торе**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Модельные системы для изучения синхронизации. Эргодический тор как образ двухчастотных колебаний. Отображение окружности и кольца.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Бифуркации циклов на торе и синхронизация захватом частот/фаз. Бифуркация рождения тора и синхронизация гашением. Седлоузловые бифуркации торов.

**Тема 7. Детерминированный хаос**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

История открытия динамического хаоса - краткая справка. Основное свойство хаоса - неустойчивость фазовых траекторий. Экспоненциальное нарастание малых возмущений, непредсказуемость, перемешивание элементов фазового объема. Примеры модельных систем с хаотической динамикой: преобразование пекаря, Cat map, логистическое отображение, отображение окружности, отображение Хенона, бильярд Синая, неавтономные осцилляторы типа Дуффинга, система Лоренца, система Ресслера. Сценарии перехода к хаосу: Ландау, Релея-Такенса, Фейгенбаума. Иллюстрация сценария Фейгенбаума с помощью спектров и фазовых портретов. Сценарий Помо-Маневилля. Переход к хаосу через разрушение двумерного тора.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Удвоения периода в отображении. Явление перемежаемости и его иллюстрация на примере модельного отображения.

**Тема 8. Фракталы**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Задача об измерении береговой линии. Наивное определение фрактальной размерности. Примеры фрактальных множеств: Канторово множество, снежинка Коха, салфетка и ковер Серпинского, губка Менгера, кривые Пеано, вселенная Фурье. Лист папортника. Нелинейные комплексные отображения.

**практическое занятие (1 часа(ов)):**

Фракталы как аттракторы двумерных итерированных отображений. Метод случайных итераций. Сжимающие аффинные преобразования. Множества Жюлиа и Мандельброта.

## Тема 9. Подготовка к экзамену

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение	2	1	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
2.	Тема 2. Основные понятия теории динамических систем	2	2	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
3.	Тема 3. Состояния равновесия и их устойчивость	2	3,4	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
4.	Тема 4. Элементы теории бифуркаций	2	5,6	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
5.	Тема 5. Бифуркационные механизмы рождения автоколебаний	2	7,8	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
6.	Тема 6. Синхронизация автоколебаний и бифуркации на торе	2	9,10	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
7.	Тема 7. Детерминированный хаос	2	11,12	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
8.	Тема 8. Фракталы	2	13,14	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
9.	Тема 9. Подготовка к экзамену	2		подготовка к экзамену	15	экзамен
	Итого				59	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Лекционные занятия с использованием мультимедийных средств.

Самостоятельная работа студентов выполняется в форме вычислительного эксперимента с помощью предоставляемого обучающимся специализированного программного обеспечения в классе оборудованном персональными компьютерами.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Введение

устный опрос , примерные вопросы:

Дайте развернутое определение понятия ?динамическая система?

#### Тема 2. Основные понятия теории динамических систем

устный опрос , примерные вопросы:

Что такое мультистабильность?

#### Тема 3. Состояния равновесия и их устойчивость

устный опрос , примерные вопросы:

Охарактеризуйте метод анализа на устойчивость состояний равновесия трехмерных систем. Охарактеризуйте известные вам подходы к определению устойчивости предельных циклов.

#### **Тема 4. Элементы теории бифуркаций**

устный опрос , примерные вопросы:

Перечислите возможные бифуркации состояний равновесия на фазовой плоскости.

#### **Тема 5. Бифуркационные механизмы рождения автоколебаний**

устный опрос , примерные вопросы:

Что является математическим образом двухчастотных колебаний в фазовом пространстве?

#### **Тема 6. Синхронизация автоколебаний и бифуркации на торе**

устный опрос , примерные вопросы:

Что является математическим образом автоколебаний? Дайте развернутое пояснение.

#### **Тема 7. Детерминированный хаос**

устный опрос , примерные вопросы:

Перечислите и охарактеризуйте свойства фазового пространства, необходимые для формирования хаотического аттрактора. Охарактеризуйте известные сценарии рождения детерминированного хаоса.

#### **Тема 8. Фракталы**

устный опрос , примерные вопросы:

Дайте определение фрактальной размерности.

#### **Тема 9. Подготовка к экзамену**

экзамен, примерные вопросы:

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Список билетов к экзамену

1. Динамическая система
2. мультистабильность
3. физическая интерпретация непрерывности фазовой траектории
5. бифуркации состояний равновесия на фазовой плоскости.
6. устойчивость состояний равновесия трехмерных систем.
7. автоколебания
8. Предельные циклы.
9. Двухчастотные колебания в фазовом пространстве
10. Формирования хаотического аттрактора в фазовом пространстве
11. Сценарии рождения детерминированного хаоса.
12. Фрактальной размерности.

#### **7.1. Основная литература:**

- 1) Усыченко В.Г.Гриднев С.А., Калинин Ю.Е., Ситников А.В., Стогней О.В. Нелинейные явления в нано - и микрогетерогенных системах. - М.: "Бином. Лаборатория знаний", 2012. - 448 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3137](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3137)
- 2) Усыченко В.Г. Электронная синергетика. Физические основы самоорганизации и эволюции материи: Курс лекций /. - М.: "Лань", 2010. - 240 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=553](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=553)
- 3) Колесниченко А.В., Маров М.Я. Турбулентность и самоорганизация. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. - 632 с. <http://e.lanbook.com/view/book/4382/>





Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Мультимедийный проектор, компьютер преподавателя, доступ в Интернет, специализированное программное обеспечение для демонстрационных вычислительных экспериментов.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 011200.68 "Физика" и магистерской программе Теоретическая и математическая физика.

Автор(ы):

Лысогорский Ю.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Нигматуллин Р.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.