

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Математический анализ Б1.Б.7**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: академический бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Желтухин В.С. , Сидоров А.М.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9171914

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Желтухин В.С. ; доцент, к.н. (доцент) Сидоров А.М.  
кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Anatoly.Sidorov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоение дисциплины "Математический анализ 1" являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Дисциплина "Математический анализ 1" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Дисциплине "Математический анализ" предшествует общематематическая подготовка в объеме средней общеобразовательной школы или технического колледжа,

Освоение данной дисциплины как предшествующей необходимо при изучении следующих дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Дифференциальные уравнения;
- Уравнения математической физики;
- Численные методы;

и остальные специальные дисциплины, курсы по выбору.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способность к организации педагогической деятельности в конкретной предметной области (математика и информатика)
ПК-13 (профессиональные компетенции)	способность применять существующие и разрабатывать новые методы и средства обучения
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, геометрии, алгебры и начал математического анализа;
- основные понятия линейной алгебры;

2. должен уметь:

- производить действия с числами;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- использовать тригонометрические тождества для преобразования тригонометрических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- решать тригонометрические уравнения;
- выполнять геометрические построения;
- доказывать математические утверждения;
- вычислять определители;
- выполнять действия над матрицами;

3. должен владеть:

- приемами вычислений на калькуляторе инженерного типа;
- навыками использования математических справочников.

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применять на практике основные методы математического анализа.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных(ые) единиц(ы) 504 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 1 семестре; зачет и экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория						

вещественных чисел

---

1

6

0

5

домашнее

задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Числовые последовательности	1		6	0	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Предел функции в точке	1		6	0	13	домашнее задание
4.	Тема 4. Непрерывность функции в точке	1		6	0	4	контрольная работа домашнее задание
5.	Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной	1		8	0	10	домашнее задание
6.	Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков	1		4	0	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций	1		4	0	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Формула Тейлора	1		6	0	7	домашнее задание
9.	Тема 9. Исследование функций с помощью производной	1		4	0	14	контрольная работа домашнее задание
10.	Тема 10. Неопределенный интеграл	1		4	0	8	домашнее задание
11.	Тема 11. Определённый интеграл Римана и его свойства	2		10	0	4	домашнее задание
12.	Тема 12. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Тейлора	2		6	0	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Геометрические приложения интеграла Римана	2		4	0	10	контрольная работа домашнее задание
14.	Тема 14. Несобственный интеграл	2		6	0	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
15.	Тема 15. Числовые ряды	2		2	0	2	домашнее задание
<b>4.2 Содержание дисциплины</b>							
	Тема 16. Сходимость вещественных чисел	2		4	0	6	домашнее задание
	Тема 16. Знакопостоянные ряды	2		4	0	6	домашнее задание
	Тема 17. Абсолютно и условно сходящиеся ряды	2		4	0	6	домашнее задание
	Тема 17. Точные грани множества. Топология числовой прямой	2		4	0	6	домашнее задание
	Тема 18. Метод математической индукции. Бином Ньютона.	2		4	0	6	домашнее задание
	Тема 19. Числовые последовательности	2		6	0	6	домашнее задание
	Тема 19. Равномерная сходимость	2		6	0	6	домашнее задание
	Тема 19. Монотонные последовательности: признак сходимости, теорема Кантора о вложенных отрезках, теоремы Больцано-Вейерштрасса, верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности	2		6	0	6	домашнее задание
	Тема 19. Критерий Коши сходимости последовательности. Монотонные последовательности сходимости, теорема Кантора о вложенных отрезках, теоремы Больцано-Вейерштрасса, верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности	2		6	0	6	домашнее задание
	Тема 20. Евклидово пространство	2		4	0	2	домашнее задание
	Тема 20. Решение задач на применение критерия Коши и теоремы Вейерштрасса, вычисление пределов числовых последовательностей	2		4	0	2	исчисление
	Тема 21. Отображения в евклидовых пространствах	2		4	0	4	домашнее задание
	Тема 21. Предел функции в точке	2		4	0	4	домашнее задание
	Тема 22. Дифференцируемость функции	2		6	0	8	домашнее задание
	Тема 22. Вычисление пределов функций по определению, с помощью эквивалентностей и "замечательных пределов"	2		6	0	8	домашнее задание
	Тема 23. Производные и дифференциалы высших порядков.	2		6	0	4	домашнее задание
	Тема 23. Непрерывность функции в точке: свойства функций непрерывных в точке, непрерывность сложной функции. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке. Непрерывность элементарных функций.	2		6	0	4	домашнее задание
	Тема 24. Локальный экстремум функции	2		6	0	6	домашнее задание
	Тема 24. Исследования функций на непрерывность. Построение эскизов графиков функций	2		6	0	6	домашнее задание
	Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной	1		0	0	0	экзамен
	Тема 5. Производная функции одной переменной: определение, вычисление производных от элементарных функций. Критерий существования производной в точке. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения и частного; производная обратной функции; производная сложной функции. Дифференциал функции. Критерий дифференцируемости функции; свойства дифференциала. Геометрический смысл производной и дифференциала. Односторонние и бесконечные производные. Дифференцирование параметрически заданных функций.	1		0	0	0	зачет
	Тема 5. Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			126	0	144	экзамен
	<b>лабораторная работа (10 часа(ов)):</b>						



Техника дифференцирования.

### **Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.

### **Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Основные теоремы для дифференцируемых функций: теорема Ферма; теорема Ролля о нулях производной; теорема Лагранжа, следствия; обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на применение теорем Ролля, Лагранжа и Коши.

### **Тема 8. Формула Тейлора**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Формула Тейлора: с остаточным членом в форме Лагранжа; с остаточным членом в форме Пеано; теорема о единственности разложения по формуле Тейлора; разложение элементарных функций в ряд Маклорена; вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Правило Лопиталья.

**лабораторная работа (7 часа(ов)):**

Разложение функций по формуле Тейлора. Вычисление пределов по правилу Лопиталья.

### **Тема 9. Исследование функций с помощью производной**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Исследование функций с помощью производной: возрастание и убывание функции, монотонность функции, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты.

**лабораторная работа (14 часа(ов)):**

Исследование функций с помощью производной.

### **Тема 10. Неопределенный интеграл**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Неопределенный интеграл: определение, теорема об общем виде первообразной, свойства определенного интеграла. Интегрирование с помощью замены переменной. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Техника интегрирования.

### **Тема 11. Определённый интеграл Римана и его свойства**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Определённый интеграл Римана: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, определение, необходимое условие интегрируемости функции. Интегральные суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла Римана.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.

### **Тема 12. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Тейлора**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Интеграл с переменным верхним пределом, свойства (непрерывность, дифференцируемость, существование первообразной непрерывной функции). Вычисление определенных интегралов: формула Ньютона - Лейбница, замена переменной, формула интегрирования по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Оценка интегралов с помощью теоремы о среднем

### **Тема 13. Геометрические приложения интеграла Римана**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Площадь криволинейной трапеции в декартовой и полярной системах координат. Длина дуги плоской и пространственной кривой. Объем и площадь поверхности тела вращения.

**лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Вычисление площадей, длин дуг, объёмов, площадей поверхностей вращения с помощью интеграла Римана.

### **Тема 14. Несобственный интеграл**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Определение. Сходимость. Критерий Коши. Арифметические свойства. Признаки сравнения. Абсолютно сходящиеся несобственные интегралы. Интеграл с несколькими особенностями. Интеграл в смысле главного значения.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Вычисление несобственных интегралов. Исследование интегралов на сходимость, на абсолютную и условную сходимость.

### **Тема 15. Числовые ряды**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Числовые ряды: необходимое условие сходимости числового ряда, свойства сходящихся числовых рядов, критерий Коши сходимости числового ряда.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Числовые ряды: необходимое условие сходимости числового ряда, свойства сходящихся числовых рядов, критерий Коши сходимости числового ряда.

### **Тема 16. Сходимость знакопостоянных рядов**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Ряды с неотрицательными членами: критерий сходимости числового ряда с неотрицательными членами; теорема сравнения. Признаки сходимости числового ряда с неотрицательными членами: интегральный признак, признак Даламбера, радикальный признак Коши, следствие.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование сходимости числовых рядов со знакопостоянными членами.

### **Тема 17. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды: определение, свойства сходящихся рядов. Знакопеременные ряды, теорема Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля сходимости числовых рядов. Теорема Римана, иллюстрирующий пример.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование числовых рядов на абсолютную и условную сходимость.

### **Тема 18. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Сходимость функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Нахождение области сходимости функциональных рядов. Исследование функциональных рядов и последовательностей на равномерную сходимость.

### **Тема 19. Степенные ряды**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Свойства степенных рядов.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Нахождение радиуса и интервала сходимости степенных рядов. Разложение функции в степенные ряды.

**Тема 20. Евклидово пространство**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие  $n$ -мерного евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Сходимость последовательностей в  $n$ -мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Проверка аксиом нормы, вычисление пределов векторных последовательностей.

**Тема 21. Отображения в евклидовых пространствах**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Предел и непрерывность функций, заданных в  $D$ : пределы функции в точке, по множеству, по направлению, повторные пределы; непрерывность функции в точке, непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных функций на компакте: теорема Вейерштрасса, теорема Кантора, теорема Больцано-Коши.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление пределов отображений. Исследование отображений на непрерывность.

**Тема 22. Дифференцируемость отображения. Частные производные.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Частные производные и дифференцируемость функций в  $D$ : определение частной производной в  $D$ ; необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке; дифференцируемость сложной функции; первый дифференциал, его свойства; формула конечных приращений. Касательная плоскость, вектор нормали к графику функции; производная по направлению, градиент. Производные и дифференциалы высших порядков, теорема Шварца. Инвариантность дифференциалов высших порядков относительно замены переменных. Формула Тейлора.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Вычисление производных и дифференциалов функций.

**Тема 23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о смешанных производных. формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано для функций многих переменных.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков. Замена переменных в выражениях, содержащих обыкновенные и частные производные.

**Тема 24. Локальный экстремум функции многих переменных**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Экстремумы функций многих переменных: необходимое условие существования экстремума в точке; необходимое условие существования локального минимума (локального максимума) в точке; достаточное условие существования экстремума в точке.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование функций на локальный экстремум.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория вещественных чисел	1		выполнение домашнего задания	10	домашнее задание
2.	Тема 2. Числовые последовательности	1		выполнение домашнего задания	14	домашнее задание
3.	Тема 3. Предел функции в точке	1		выполнение домашнего задания	14	домашнее задание
4.	Тема 4. Непрерывность функции в точке	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	12	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
5.	Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	16	домашнее задание
6.	Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков	1		выполнение домашнего задания	14	домашнее задание
7.	Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций	1		выполнение домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
8.	Тема 8. Формула Тейлора	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	14	домашнее задание
9.	Тема 9. Исследование функций с помощью производной	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	16	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Неопределенный интеграл	1		выполнение домашнего задания	16	домашнее задание
	Итого				144	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Теория вещественных чисел

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач методом математической индукции. Доказательство свойств точных граней числовых множеств.

### Тема 2. Числовые последовательности

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление пределов числовых последовательностей. Решение задач на теорему Вейерштрасса, критерий Коши.

### Тема 3. Предел функции в точке

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление пределов основных элементарных функций.

### Тема 4. Непрерывность функции в точке

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва функций, исследование характера этих точек.

контрольная работа , примерные вопросы:

1-2. Найти предел последовательности 3. Найти предел рациональной функции в точке 4. Найти предел тригонометрической функции в точке 5-6. Найти пределы трансцендентных функций в точке

### **Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на понятие производной и дифференциала. Техника дифференцирования. Производная обратной функции. Производная функций, заданных параметрически неявно.

### **Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление производных и дифференциалов высших порядков. Формула Лейбница.

### **Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на применение теорем Ролля, Лагранжа и Коши.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти производную функции в точке 2. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя 3. Вычислить предел функции, используя формулу Тейлора 4. Исследовать функцию и построить график

### **Тема 8. Формула Тейлора**

домашнее задание , примерные вопросы:

Разложение функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов.

### **Тема 9. Исследование функций с помощью производной**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование функций на возрастание и убывание. Нахождение точек перегиба. Экстремумы функций. Построение графиков функций по характерным точкам.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти производную функции в точке 2. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя 3. Вычислить предел функции, используя формулу Тейлора 4. Исследовать функцию и построить график

### **Тема 10. Неопределенный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

Техника интегрирования.

### **Тема 11. Определённый интеграл Римана и его свойства**

### **Тема 12. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Тейлора**

### **Тема 13. Геометрические приложения интеграла Римана**

### **Тема 14. Несобственный интеграл**

### **Тема 15. Числовые ряды**

### **Тема 16. Сходимость знакопостоянных рядов**

### **Тема 17. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды**

### **Тема 18. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.**

### **Тема 19. Степенные ряды**

### **Тема 20. Евклидово пространство**

### **Тема 21. Отображения в евклидовых пространствах**

### **Тема 22. Дифференцируемость отображения. Частные производные.**

### **Тема 23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.**

### **Тема 24. Локальный экстремум функции многих переменных**



## Тема . Итоговая форма контроля

## Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Примерные вопросы к экзамену:

1 семестр

Множества. Операции над множествами. Функция. Образ и прообраз множества при отображении. Биекция. Равномощные множества. Счетные множества и их свойства. График числовой функции. Функции, заданные неявно. Обратная функция. Монотонная функция и обратная к ней. Операции над числовыми функциями.

Аксиоматическое определение действительных чисел. Точная верхняя и точная нижняя грани числового множества. Характеристическое свойство точной верхней грани. Топология числовой прямой (окрестности, проколотые окрестности, открытые и замкнутые множества, предельные и изолированные точки множества). Теорема Вейерштрасса. Расширенная числовая прямая.

Предел числовой последовательности. Подпоследовательность. Свойство подпоследовательностей сходящейся последовательности. Элементарные свойства предела последовательности (единственность, свойство "зажатой" последовательности, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические свойства). Сходимость монотонных ограниченных последовательностей. Лемма о вложенных отрезках. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности. Число  $e$ . Фундаментальные последовательности и критерий Коши. Теорема Кантора о несчетности множества действительных чисел. Пределы в расширенной числовой прямой.

Предел функции в точке. Эквивалентность определений. Свойства предела: единственность, свойство "зажатой" функции, ограниченность функции в окрестности точки существования предела, арифметические свойства, критерий Коши существования предела функции в точке, свойство сохранения знака. Первый и второй замечательные пределы. Асимптотические равенства. Эквивалентные функции и их свойства. Основные эквивалентности.

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных в точке функций: ограниченность в окрестности точки непрерывности, сохранение знака, арифметические свойства, непрерывность суперпозиции. Точки разрыва. Свойства непрерывной на отрезке функции: ограниченность, достижение точных граней, обращение функции в нуль, свойство промежуточных значений. Равномерная непрерывность. Лемма о подпоследовательности. Непрерывность обратной функции.

## II. Дифференцирование.

Касательная к кривой. Дифференцируемость функции в точке. Определение производной функции в точке. Касательное отображение. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Однозначная определенность производной. Арифметические свойства операции дифференцирования. Дифференцирование суперпозиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля и Коши, формула Лагранжа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа. Локальная формула Тейлора. Единственность представления функции локальной формулой Тейлора. Формулы Тейлора для основных элементарных функций. Возрастание и убывание функций на отрезке. Необходимое условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума (2 условия). Выпуклость кривой в точке. Точки перегиба. Асимптоты.

2 семестр

Задача, приводящие к понятию интеграла Римана. Определения интеграла Римана (на языке последовательностей, на языке " $\epsilon - \delta$ "). Необходимое условие интегрируемости функции. Множества лебеговой меры нуль и их свойства. Теорема Лебега (формулировка). Интегрируемость монотонной функции. Свойства интеграла Римана: линейность, интегрируемость произведения и модуля. Свойство аддитивности интеграла Римана относительно области интегрирования. Свойства интеграла, связанные с неравенствами. Теорема о среднем. Свойство непрерывности интеграла как функции своего верхнего предела. Теорема о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям и замена переменной в интеграле Римана. Верхний и нижний интегралы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывной функции. Геометрические приложения интеграла Римана.

Несобственные интегралы: определение, свойства, критерий Коши, формула Ньютона-Лейбница. Интегралы от неотрицательных функций: признаки сравнения. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Дирихле и Абеля.

Евклидовы пространства (основные понятия). Топология евклидова пространства. Компактные множества в евклидовых пространствах. Критерий компактности, теорема Вейерштрасса. Векторные последовательности. Характеризация замкнутых множеств и предельных точек в терминах последовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел отображения в точке, равносильность определений, свойства. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных функций на компактных множествах: ограниченность и равномерная непрерывность, достижение точных граней, достижение промежуточных значений.

Числовые ряды: определение, арифметические свойства, критерий Коши, необходимое условие сходимости. Ряд Лейбница. Признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, признак Раабе. Абсолютно сходящиеся ряды. Признаки Абеля и Дирихле. Связь несобственных интегралов с рядами. Интегральный признак сходимости ряда.

Равномерная сходимость функциональных последовательностей, критерий равномерной сходимости, непрерывность предельной функции. Равномерная сходимость функциональных рядов: критерий Коши, признак Вейерштрасса, признаки Дирихле и Абеля. Операции над функциональными рядами. Степенные ряды: первая теорема Абеля, формулы для нахождения радиуса сходимости. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование степенного ряда. Ряд Тейлора.

Линейные отображения в евклидовых пространствах и их представление матрицей. Обратимые линейные отображения. Норма линейного отображения и ее свойства. Касательное отображение и его свойства: однозначность, непрерывность дифференцируемого отображения, дифференцируемость сложной функции. Частные производные. Матрица Якоби, формула полной производной. Арифметические свойства функций многих переменных. Условия дифференцируемости отображений. Касательная плоскость. Непрерывно дифференцируемые отображения. Непрерывные вектор-функции. Интеграл от непрерывной вектор-функции. Необходимое условие локального экстремума. Оценочная формула Лагранжа. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования. Достаточные условия локального экстремума.

## 7.1. Основная литература:

1. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. ? Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .? (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый. <URL:http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223.pdf>.

2. Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) .



Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .?

[http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)

3. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу. Часть 3. - Казань: Казан. ун-т, 2014. - 166 с.

<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-805700.pdf>

4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. - М.: Физматлит, 2010. - 496 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2226/>

5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. - М.: Физматлит, 2009. - 504 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2227/>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Фигтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 1. - СПб.: Лань, 2008. - 448 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/410/>

2. Фигтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Часть 2. - СПб.: Лань, 2008. - 464 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/411/>

3. Злобина С.В., Посицельская Л.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях. - М.: Физматлит, 2009. - 360 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2377/>

4. Зорич В.А. Математический анализ задач естествознания. - М.: МЦНМО, 2008. - 136 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9343/>

5. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - СПб.: Лань, 2005. - 160 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=377](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377)

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Интернет-ресурсы по математике - <http://exponenta.ru>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algotlist.manual.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по специальности: 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и специализации Системное программирование .

Автор(ы):

Желтухин В.С. \_\_\_\_\_

Сидоров А.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.