

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт физики



**Программа дисциплины**  
Дополнительные главы математики Б2.В.1

Направление подготовки: 222000.62 - Инноватика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Аминова А.В.

**Рецензент(ы):**

Недопекин О.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Сушков С. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 612315

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Аминова А.В. Кафедра теории относительности и гравитации Отделение физики, Asya.Aminova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Дополнительные главы математики" является изучение теоретических основ аналитической геометрии, линейной алгебры, теории вероятности и математической статистики, теории функций комплексного переменного. Современный научный работник или инженер должен в достаточной степени хорошо владеть как классическими, так и современными математическими методами исследования, которые могут применяться в его области. Для этого необходимо, прежде всего, иметь необходимые знания, уметь правильно обращаться с математическим аппаратом, знать границы допустимого использования рассматриваемой математической модели.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.В.1 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 222000.62 Инноватика и относится к вариативной части. Осваивается на 1, 2 курсах, 1, 2, 3, 4 семестры.

Дисциплина находится в программе 1-го, 2-го, 3-го и 4-го семестров по профилю подготовки Б2. Математический и естественно-научный цикл, шифр Б.2.Б1. Для освоения дисциплины необходимы хорошие знания алгебры и геометрии в объеме средней школы. Дисциплина является одной из основных, необходима для изучения всех физических курсов и для успешной профессиональной деятельности.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                     | Расшифровка приобретаемой компетенции                                                                                                                      |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОК-4<br>(общекультурные компетенции) | способностью логически верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь                                                                     |
| ОК-8<br>(общекультурные компетенции) | способностью применять математический аппарат, методы оптимизации, теории вероятностей, математической статистики, системного анализа для принятия решений |
| пк-17                                | способностью разрабатывать компьютерные модели исследуемых процессов и систем                                                                              |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические основы аналитической геометрии, линейной алгебры, теории вероятности и математической статистики, теории функций комплексного переменного

2. должен уметь:

Уметь: использовать знание теоретических основ аналитической геометрии, линейной алгебры, теории вероятности и математической статистики, теории функций комплексного переменного, использовать теоретические понятия и практические методы при решении задач, возникающих в различных физических курсах

3. должен владеть:

Владеть основными понятиями и методами теории систем линейных уравнений, аналитической геометрии и линейной алгебры, теории вероятности и математической статистики, приемами работы с функциями и рядами в комплексной области и интегралами от функций комплексных переменных

использовать теоретические основы аналитической геометрии, линейной алгебры, теории вероятности и математической статистики, теории функций комплексного переменного при решении задач, возникающих в различных физических курсах

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных(ые) единиц(ы) 360 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; зачет во 2 семестре; зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля                    | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|----------------------------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |                                                    |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Системы линейных алгебраических уравнений. | 1       | 1-8                | 8                                                                 | 8                       | 0                      | устный опрос              |
| 2. | Тема 2. Геометрические векторы.                    | 1       | 9-12               | 4                                                                 | 4                       | 0                      | устный опрос              |
| 3. | Тема 3. Аналитическая геометрия.                   | 1       | 12-18              | 6                                                                 | 6                       | 0                      | контрольная работа        |
| 4. | Тема 4. Линейные пространства и операторы.         | 2       | 1-6                | 6                                                                 | 6                       | 0                      | устный опрос              |
| 5. | Тема 5. Евклидовы пространства.                    | 2       | 7-12               | 6                                                                 | 6                       | 0                      | устный опрос              |
| 6. | Тема 6. Тензорный анализ.                          | 2       | 13-18              | 6                                                                 | 6                       | 0                      | контрольная работа        |
| 7. | Тема 7. Случайные события.                         | 3       | 1-3                | 3                                                                 | 3                       | 0                      | устный опрос              |
| 8. | Тема 8. Случайные величины.                        | 3       | 4-6                | 3                                                                 | 3                       | 0                      | устный опрос              |

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля                                  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |                                                                  |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 9.  | Тема 9. Системы случайных величин.                               | 3       | 7-9                | 3                                                                 | 3                       | 0                      | устный опрос              |
| 10. | Тема 10. Случайные процессы.                                     | 3       | 10-12              | 3                                                                 | 3                       | 0                      | устный опрос              |
| 11. | Тема 11. Статистическое описание результатов наблюдений.         | 3       | 13-15              | 3                                                                 | 3                       | 0                      | устный опрос              |
| 12. | Тема 12. Статистические методы обработки результатов наблюдений. | 3       | 16-18              | 3                                                                 | 3                       | 0                      | контрольная работа        |
| 13. | Тема 13. Элементы теории аналитических функций.                  | 4       | 1-6                | 6                                                                 | 6                       | 0                      | устный опрос              |
| 14. | Тема 14. Ряды в комплексной области и их приложения.             | 4       | 7-12               | 6                                                                 | 6                       | 0                      | устный опрос              |
| 15. | Тема 15. Операционное исчисление.                                | 4       | 13-16<br>17-18     | 4                                                                 | 4                       | 0                      | устный опрос              |
| 16. | Тема 16. Z-преобразование.                                       | 4       |                    | 2                                                                 | 2                       | 0                      | коллоквиум                |
|     | Тема . Итоговая форма контроля                                   | 1       |                    | 0                                                                 | 0                       | 0                      | зачет                     |
|     | Тема . Итоговая форма контроля                                   | 2       |                    | 0                                                                 | 0                       | 0                      | зачет                     |
|     | Тема . Итоговая форма контроля                                   | 3       |                    | 0                                                                 | 0                       | 0                      | зачет                     |
|     | Тема . Итоговая форма контроля                                   | 4       |                    | 0                                                                 | 0                       | 0                      | экзамен                   |
|     | Итого                                                            |         |                    | 72                                                                | 72                      | 0                      |                           |

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Системы линейных алгебраических уравнений.

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Системы линейных алгебраических уравнений CLAU. Определители и их свойства. Определители второго и третьего порядка. Разложение определителя по строке (столбцу). Решение систем линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Системы линейных алгебраических уравнений. Определители и их свойства. Определители второго и третьего порядка. Разложение определителя по строке (столбцу). Решение систем линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.

## **Тема 2. Геометрические векторы.**

### ***лекционное занятие (4 часа(ов)):***

Геометрические векторы. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведений.

### ***практическое занятие (4 часа(ов)):***

Геометрические векторы. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведений.

## **Тема 3. Аналитическая геометрия.**

### ***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка.

### ***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка.

## **Тема 4. Линейные пространства и операторы.**

### ***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

Линейные пространства и операторы. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Формулировка закона инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

### ***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Линейные пространства и операторы. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Формулировка закона инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.



## **Тема 5. Евклидовы пространства.**

### ***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грамма скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы.

### ***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грамма скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы.

## **Тема 6. Тензорный анализ.**

### ***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

Тензорный анализ. Понятие тензора. Его валентность. Операции над тензорами.

### ***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Тензорный анализ. Понятие тензора. Его валентность. Операции над тензорами.

## **Тема 7. Случайные события.**

### ***лекционное занятие (3 часа(ов)):***

Случайные события. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.

### ***практическое занятие (3 часа(ов)):***

Случайные события. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.

## **Тема 8. Случайные величины.**

### ***лекционное занятие (3 часа(ов)):***

Случайные величины. Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

### ***практическое занятие (3 часа(ов)):***

Случайные величины. Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

## **Тема 9. Системы случайных величин.**

### ***лекционное занятие (3 часа(ов)):***

Системы случайных величин. Случайные векторы. Функция распределения. Условные распределения случайных величин. Условные математические ожидания. Ковариационная матрица. Коэффициенты корреляции. Функции случайных величин и случайных векторов, их законы распределения. Характеристические функции и их свойства.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Системы случайных величин. Случайные векторы. Функция распределения. Условные распределения случайных величин. Условные математические ожидания. Ковариационная матрица. Коэффициенты корреляции. Функции случайных величин и случайных векторов, их законы распределения. Характеристические функции и их свойства.

**Тема 10. Случайные процессы.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Случайные процессы. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Предельная теорема. Стационарное распределение. Понятие случайного процесса. Процессы с независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Стационарные процессы.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Случайные процессы. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Предельная теорема. Стационарное распределение. Понятие случайного процесса. Процессы с независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Стационарные процессы.

**Тема 11. Статистическое описание результатов наблюдений.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Статистическое описание результатов наблюдений. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки. Принцип максимального правдоподобия. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Статистическое описание результатов наблюдений. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки. Принцип максимального правдоподобия. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки.

**Тема 12. Статистические методы обработки результатов наблюдений.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Статистические методы обработки результатов наблюдений. Определение параметров нелинейных уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен переменных. Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних. Проверка гипотезы о значении параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о виде распределения.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Статистические методы обработки результатов наблюдений. Определение параметров нелинейных уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен переменных. Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних. Проверка гипотезы о значении параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о виде распределения.

**Тема 13. Элементы теории аналитических функций.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**



Элементы теории аналитических функций. Основные понятия функции комплексной переменной. Элементарные функции, их свойства. Дифференцируемость и аналитичность. Условия Коши-Римана. Гармонические и аналитические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Конформные отображения. Теорема Римана. Конформные отображения элементарными функциями: линейной, дробно-линейной, функцией Жуковского. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Интегрирование по комплексной переменной. Регулярность первообразной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Формулы для производных. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Доказательство основной теоремы алгебры.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Элементы теории аналитических функций. Основные понятия функции комплексной переменной. Элементарные функции, их свойства. Дифференцируемость и аналитичность. Условия Коши-Римана. Гармонические и аналитические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Конформные отображения. Теорема Римана. Конформные отображения элементарными функциями: линейной, дробно-линейной, функцией Жуковского. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Интегрирование по комплексной переменной. Регулярность первообразной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Формулы для производных. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Доказательство основной теоремы алгебры.

**Тема 14. Ряды в комплексной области и их приложения.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Ряды в комплексной области и их приложения. Функциональные ряды. Ряды из аналитических функций. Теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды. Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Изолированные особые точки, их классификация. Вычеты, их вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов. Принцип аргумента. Теорема Руше.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Ряды в комплексной области и их приложения. Функциональные ряды. Ряды из аналитических функций. Теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды. Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Изолированные особые точки, их классификация. Вычеты, их вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов. Принцип аргумента. Теорема Руше.

**Тема 15. Операционное исчисление.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, его свойства. Класс оригиналов. Класс изображений. Основные теоремы операционного исчисления. Способы восстановления оригинала по изображению. Свертка оригиналов, ее свойства. Преобразование Лапласа свертки. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом. Применение к описанию линейных моделей. Интеграл Дюамеля, его применение. Формула Меллина. Теорема существования.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, его свойства. Класс оригиналов. Класс изображений. Основные теоремы операционного исчисления. Способы восстановления оригинала по изображению. Свертка оригиналов, ее свойства. Преобразование Лапласа свертки. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом. Применение к описанию линейных моделей. Интеграл Дюамеля, его применение. Формула Меллина. Теорема существования.

**Тема 16. Z-преобразование.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Z-преобразование. Z-преобразование и его свойства. Применение Z-преобразования.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Z-преобразование. Z-преобразование и его свойства. Применение Z-преобразования.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N   | Раздел<br>Дисциплины                                             | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|-----|------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|------------------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------------|
| 1.  | Тема 1. Системы линейных алгебраических уравнений.               | 1       | 1-8                | подготовка к устному опросу                    | 12                        | устный опрос                                |
| 2.  | Тема 2. Геометрические векторы.                                  | 1       | 9-12               | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 3.  | Тема 3. Аналитическая геометрия.                                 | 1       | 12-18              | подготовка к контрольной работе                | 11                        | контрольная работа                          |
| 4.  | Тема 4. Линейные пространства и операторы.                       | 2       | 1-6                | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 5.  | Тема 5. Евклидовы пространства.                                  | 2       | 7-12               | подготовка к устному опросу                    | 12                        | устный опрос                                |
| 6.  | Тема 6. Тензорный анализ.                                        | 2       | 13-18              | подготовка к контрольной работе                | 11                        | контрольная работа                          |
| 7.  | Тема 7. Случайные события.                                       | 3       | 1-3                | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 8.  | Тема 8. Случайные величины.                                      | 3       | 4-6                | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 9.  | Тема 9. Системы случайных величин.                               | 3       | 7-9                | подготовка к устному опросу                    | 12                        | устный опрос                                |
| 10. | Тема 10. Случайные процессы.                                     | 3       | 10-12              | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 11. | Тема 11. Статистическое описание результатов наблюдений.         | 3       | 13-15              | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 12. | Тема 12. Статистические методы обработки результатов наблюдений. | 3       | 16-18              | подготовка к контрольной работе                | 11                        | контрольная работа                          |
| 13. | Тема 13. Элементы теории аналитических функций.                  | 4       | 1-6                | подготовка к устному опросу                    | 12                        | устный опрос                                |
| 14. | Тема 14. Ряды в комплексной области и их приложения.             | 4       | 7-12               | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 15. | Тема 15. Операционное исчисление.                                | 4       | 13-16<br>17-18     | подготовка к устному опросу                    | 11                        | устный опрос                                |
| 16. | Тема 16. Z-преобразование.                                       | 4       |                    | подготовка к коллоквиуму                       | 11                        | коллоквиум                                  |
|     | Итого                                                            |         |                    |                                                | 180                       |                                             |

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Курс лекций и практических занятий, организованных по стандартной технологии в интерактивной форме с живым диалогом между преподавателем и студентом.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Системы линейных алгебраических уравнений.**

устный опрос , примерные вопросы:

Системы линейных алгебраических уравнений CLAU. Определители и их свойства. Определители второго и третьего порядка. Разложение определителя по строке (столбцу). Решение систем линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 2. Геометрические векторы.**

устный опрос , примерные вопросы:

Геометрические векторы. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция на ось. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведений. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 3. Аналитическая геометрия.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Спецификация контрольной работы: 1. Решение систем линейных алгебраических уравнений 2. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. 3. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. 4. Прямая и плоскость в пространстве. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 4. Линейные пространства и операторы.**

устный опрос , примерные вопросы:

Линейные пространства и операторы. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Формулировка закона инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 5. Евклидовы пространства.**

устный опрос , примерные вопросы:

Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 6. Тензорный анализ.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Спецификация контрольной работы: 1. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. 2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. 3. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. 4. Операции над тензорами. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 7. Случайные события.**

устный опрос , примерные вопросы:

Случайные события. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Вероятность. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Методы вычисления вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 8. Случайные величины.**

устный опрос , примерные вопросы:

Случайные величины. Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 9. Системы случайных величин.**

устный опрос , примерные вопросы:

Системы случайных величин. Случайные векторы. Функция распределения. Условные распределения случайных величин. Условные математические ожидания. Ковариационная матрица. Коэффициенты корреляции. Функции случайных величин и случайных векторов, их законы распределения. Характеристические функции и их свойства. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 10. Случайные процессы.**

устный опрос , примерные вопросы:

Случайные процессы. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Предельная теорема. Стационарное распределение. Понятие случайного процесса. Процессы с независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Стационарные процессы. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 11. Статистическое описание результатов наблюдений.**

устный опрос , примерные вопросы:

Статистическое описание результатов наблюдений. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки. Принцип максимального правдоподобия. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 12. Статистические методы обработки результатов наблюдений.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Спецификация контрольной работы: 1. Вероятность: классическое, геометрическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. 2. Основные теоремы (сложение, умножения, условная вероятность). 3. Схема Бернулли. 4. Числовые характеристики случайных величин. 5. Статистические методы обработки результатов наблюдений. О Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

### **Тема 13. Элементы теории аналитических функций.**

устный опрос , примерные вопросы:

Элементы теории аналитических функций. Основные понятия функции комплексной переменной. Элементарные функции, их свойства. Дифференцируемость и аналитичность. Условия Коши-Римана. Гармонические и аналитические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Конформные отображения. Теорема Римана. Конформные отображения элементарными функциями: линейной, дробно-линейной, функцией Жуковского. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Интегрирование по комплексной переменной. Регулярность первообразной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Формулы для производных. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Доказательство основной теоремы алгебры. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

#### **Тема 14. Ряды в комплексной области и их приложения.**

устный опрос , примерные вопросы:

Ряды в комплексной области и их приложения. Функциональные ряды. Ряды из аналитических функций. Теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды. Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Изолированные особые точки, их классификация. Вычеты, их вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

#### **Тема 15. Операционное исчисление.**

устный опрос , примерные вопросы:

Операционное исчисление. Преобразование Лапласа, его свойства. Класс оригиналов. Класс изображений. Основные теоремы операционного исчисления. Способы восстановления оригинала по изображению. Свертка оригиналов, ее свойства. Преобразование Лапласа свертки. Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом. Применение к описанию линейных моделей. Интеграл Дюамеля, его применение. Формула Меллина. Теорема существования. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

#### **Тема 16. Z-преобразование.**

коллоквиум , примерные вопросы:

Элементы теории аналитических функций. Ряды в комплексной области и их приложения. Z-преобразование. Применение Z-преобразования. Раздел способствует формированию компетенций ок-4, ок-8, пк-17.

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

#### **БИЛЕТЫ**

Билет 1.

1. Метод Гаусса для линейных систем.
2. Прямая на плоскости.

Билет 2.

1. Определители  $n$ -го порядка. Свойства.
2. Преобразование декартовой системы координат на плоскости в пространстве.

Билет 3.

1. Алгебраические дополнения и миноры элементов определителя.
2. Кривые 2-го порядка на плоскости и их классификация.

Билет 4.

1. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства.
2. Эллипс, гипербола, парабола.



Билет 5.

1. Теорема о базисном миноре.
2. Цилиндрическая и сферическая системы координат в  $E^3$ .

Билет 6.

1. Теорема Кронекера - Капелли.
2. Уравнения плоскости в пространстве.

Билет 7.

1. Фундаментальная система решений однородных систем уравнений.
2. Уравнения прямой в пространстве.

Билет 8.

1. Неоднородные системы. Множество решений.
2. Поверхности 2-го порядка в  $E^3$ .

Билет 9.

1. Скалярное произведение векторов и его свойства.
2. Уравнения прямой на плоскости.

Билет 10.

1. Векторное произведение векторов и его свойства.
2. Преобразование декартовой системы координат на плоскости и в пространстве.

Билет 11.

1. Смешанное произведение векторов и его свойства.
2. Кривые 2-го порядка на плоскости и их классификация.

Билет 12.

1. Двойное векторное произведение. Тождество Якоби.
2. Эллипс, гипербола, парабола.

Билет 13.

1. Метод Гаусса для линейных систем.
2. Цилиндрическая и сферическая системы координат в  $E^3$ .

Билет 14.

1. Определитель  $n$ -го порядка и его свойства.
2. Уравнения плоскости в пространстве.

Билет 15.

1. Алгебраические дополнения и миноры элементов определителя.
2. Уравнение прямой в пространстве.

Билет 16.

1. Ранг матрицы.
2. Кривые 2-го порядка в  $E^3$ .

Билет 17.

1. Теорема о базисном миноре.
2. Прямая на плоскости.

Билет 18.

1. Теорема Кронекера - Капелли.
2. Преобразование декартовой системы координат на плоскости в пространстве.

Билет 19.

1. Нормальная фундаментальная система решений однородных систем уравнений.



## 2. Нормированное уравнение прямой.

Билет 20.

1. Множество решений неоднородной системы уравнений.
2. Типовые задачи на прямую и плоскость в Е3.

### 7.1. Основная литература:

1. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. ? Издание 6-е, стереотипное. ? Москва : Физматлит, 2010. ? 336 с. : ил. ; 21. ? (Курс высшей математики и математической физики / Под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; Вып. 5). ? Библиогр.: с. 331 (12 назв.). ? Предм. указ.: с. 332-335. ? ISBN 978-5-9221-0133-2 ((в пер.)), 700. ? ISBN 978-5-9221-0134-9. 91 экз
2. Сборник задач по теории функций комплексного переменного и операционному исчислению : учебное пособие для студентов мех.-мат., физ. фак., фак. ВМК ун-та и фак-та повышения квалификации преподавателей / Л. А. Аксентьев. ? Казань : Казанский государственный университет, 2005. ? 124 с. ; 21 см. ? Посвящается 200-летию Казанского университета. ? Библиогр.: с. 114-115. ? ISBN 5-98180-150-6, 200. 180 экз.
3. Теория функций комплексного переменного/Половинкин Е.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 272 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-004864-2  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=487040>
4. В. А. Попов, М. Х. Бренерман. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Казань: Изд-во КГУ. 2008. 145 экз.
- 5 В. А. Попов. Теория вероятностей. Часть 1. Элементарная теория вероятностей. Казань: Изд-во КФУ. 2013. 70 экз.
6. В. А. Попов. Теория вероятностей. Часть 2. Случайные величины. Казань: Изд-во КФУ. 2013 71 экз.
7. Остыловский, А. Н. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. Н. Остыловский. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2011. - 92 с. - ISBN 978-5-7638-2196-3.  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=443221>
8. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебно-методическое пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 168 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-005479-7  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=318084>
9. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Под ред. Ю. М. Смирнова. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Логос, 2005. - 369 с. - ISBN 5-94010-375-8  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469055>
- 10 Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Под ред. Ю. М. Смирнова. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Логос, 2005. - 369 с. - ISBN 5-94010-375-8  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469055>
11. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с.  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=363158>
12. Шершнев В. Г. Линейная алгебра. Часть I. Основы линейной алгебры: Учебно-методическое пособие для студентов I курса. - М.: Издательство "Менеджер", 2007. - 128 с. ISBN 5-8346-0097-2  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=347840>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Б. В. Гнеденко. Курс теории вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2005. 1 экз.

2. Задачи с решениями по математической статистике : учеб. пособие для вузов / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, А. В. Чистяков .? 2-е изд., испр. и доп. ? М. : Дрофа, 2007 .? 318 с. ? (Высшее образование) .? ISBN 978-5-358-00772-7 : р.239.94. 10 экз.
3. Исаева, С. И. Математика [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / С. И. Исаева, Л. В. Кнауб, Е. В. Юрьева. - Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011. - 156 с. - ISBN 978-7638-2405-6.  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=441942>
4. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович .? Москва : АСТ : Астрель, 2007 .? 558, [2] с. : ил. ; 22 .? ISBN 5-17-010062-0 ((АСТ)) .? ISBN 5-271-03601-4 (( Астрель)) . 91 экз.
5. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнеv. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005487-2, 500 экз.  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=342088>
6. Протасов, Ю. М. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. М. Протасов. - М.: Флинта : Наука, 2012. - 168 с. - ISBN 978-5-9765-1234-4 (Флинта), ISBN 978-5-02-037708-0 (Наука).  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=455635>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- В. А. Попов, М. Х. Бренерман Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике - [http://www.ksu.ru/f6/k6/bin\\_files/ppmanual!5.pdf](http://www.ksu.ru/f6/k6/bin_files/ppmanual!5.pdf)
- Международный научно-образовательный сайт EqWorld - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>
- НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА - <http://webmath.exponenta.ru/ax/aj/ta/index.html>
- Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://old.kpfu.ru/f6/k6/index.php?id=1>
- ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ - <http://zyurvas.narod.ru/bibtver.html>
- ЭБС КнигаФонд - <http://www.knigafund.ru/>
- Электронная Библиотека - <http://www.plib.ru/library/subcategory/32.html>
- Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета - <http://lib.mexmat.ru/allbooks.php>
- Электронно-библиотечная система ?Издательства ?Лань? - <http://e.lanbook.com/>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы математики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий. Мультимедийное оборудование

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 222000.62 "Инноватика" и профилю подготовки не предусмотрено .

Автор(ы):

Аминова А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Недопекин О.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.