

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Криптоанализ асимметричных шрифтов Б1.В.ДВ.2

Направление подготовки: 02.04.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Математические основы и программное обеспечение информационной безопасности и защиты информации

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Разинков Е.В.

**Рецензент(ы):**

Ишмухаметов Ш.Т.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Латыпов Р. Х.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Разинков Е.В. кафедра системного анализа и информационных технологий отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Evgenij.Razinkov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

В рамках курса "Криптоанализ асимметричных шифров" рассматриваются математические основы криптографии с открытым ключом, вопросы стойкости асимметричных криптографических систем, возможные атаки на такие криптосистемы.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.2 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Данная дисциплина относится к профессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе в 3 семестре для студентов, обучающихся в магистратуре по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин бакалавриата "Алгебра и геометрия", "Дискретная математика".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОК-2 (общекультурные компетенции)	готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения
ОК-3 (общекультурные компетенции)	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью использовать и применять углубленные теоретические и практические знания в области фундаментальной информатики и информационных технологий
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять своё научное мировоззрение
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
ПК-13 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-14 (профессиональные компетенции)	способность выполнять работу экспертов в ведомственных, отраслевых или государственных экспертных группах по экспертизе проектов, тематика которых соответствует направленности (профилю) программы магистратуры
ПК-16 (профессиональные компетенции)	способность участвовать в деятельности профессиональных сетевых сообществ по конкретным направлениям
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность использовать углубленные теоретические и практические знания в области информационных технологий и прикладной математики, фундаментальных концепций и системных методологий, международных и профессиональных стандартов в области информационных технологий
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач проектной и производственно-технологической деятельности
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Студент должен знать:

- Математические принципы, лежащие в основе асимметричных криптографических алгоритмов.
- Существующие атаки на асимметричные криптосистемы.
- Значения параметров криптосистемы RSA, приводящие к возможности проведения криптоаналитической атаки.

2. должен уметь:

Студент должен уметь:

- Проводить анализ стойкости криптографического алгоритма RSA при заданных параметрах.
- Идентифицировать причины снижения криптостойкости RSA.

3. должен владеть:

Студент должен владеть:

- Криптографической терминологией.

Студент должен демонстрировать способность и готовность:

- Анализировать стойкость асимметричной криптосистемы RSA.
- Вырабатывать рекомендации по повышению стойкости криптосистемы RSA.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

- 86 баллов и более - "отлично" (отл.);  
 71-85 баллов - "хорошо" (хор.);  
 55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);  
 54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Математические основы асимметричной криптографии.	2	1-2	2	2	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Криптосистема RSA.	2	3-4	2	2	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Криптоаналитические атаки на алгоритм RSA.	2	5-6	2	2	0	контрольная работа домашнее задание
4.	Тема 4. Решетки.	2	7-8	2	2	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Криптоанализ RSA с использованием решеток.	2	9-10	2	2	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Тесты на простоту.	2	11-12	2	2	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Методы факторизации.	2	13-14	2	2	0	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен
	Итого			14	14	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Математические основы асимметричной криптографии.

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Расширенный алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Кольца и группы. Кольцо вычетов по модулю. Существование обратного элемента по умножению по модулю. Функция Эйлера. Мультипликативная группа кольца вычетов по модулю  $n$ . Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма. Алгоритм быстрого возведения в степень.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Программная реализация расширенного алгоритма Евклида.

**Тема 2. Криптосистема RSA.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Алгоритм RSA. Генерирование модуля RSA, выбор шифрующей экспоненты, вычисление расшифровывающей экспоненты. Реализация шифрования и расшифрования RSA.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Программная реализация эффективного алгоритма расшифрования RSA.

**Тема 3. Криптоаналитические атаки на алгоритм RSA.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Элементарные атаки: разделенный модуль, малая шифрующая экспонента. Атака Винера. Частичное раскрытие ключа при использовании малой шифрующей экспоненты. Условия успешного проведения атаки Боне-Дерфи. Границы Вегера.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Реализация частичного раскрытия секретного ключа при использовании малой шифрующей экспоненты.

**Тема 4. Решетки.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решетки. Базис решетки. Получение другой матрицы базиса. Ортогонализация Грама-Шмидта. LLL-приведенный базис решетки и его свойства. Алгоритм построения LLL-приведенного базиса решетки и его свойства.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Реализация метода ортогонализации Грама-Шмидта.

**Тема 5. Криптоанализ RSA с использованием решеток.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема Копперсмита. Атака на RSA: известна половина старших битов  $p$  или  $q$ . Формулировка теоремы Копперсмита для двух переменных. Атака на RSA: известна половина младших битов  $p$  или  $q$ .

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Реализация атаки на RSA: известна половина старших битов  $p$  или  $q$ .

**Тема 6. Тесты на простоту.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Тест Ферма. Тест Миллера-Рабина.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Реализация теста Ферма.

**Тема 7. Методы факторизации.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод факторизации Ферма.  $(p-1)$ -метод Полларда.  $p$ -метод Полларда.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Реализация  $p$ -метода Полларда.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Математические основы асимметричной					

криптографии.

2

1-2

подготовка  
домашнего

задания

10

домашнее  
задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Криптосистема RSA.	2	3-4	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
3.	Тема 3. Криптоаналитические атаки на алгоритм RSA.	2	5-6	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
4.	Тема 4. Решетки.	2	7-8	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
5.	Тема 5. Криптоанализ RSA с использованием решеток.	2	9-10	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
6.	Тема 6. Тесты на простоту.	2	11-12	подготовка домашнего задания	15	домашнее задание
7.	Тема 7. Методы факторизации.	2	13-14	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
	Итого				80	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает овладение теоретическим материалом и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Криптоанализ асимметричных шифров" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Математические основы асимметричной криптографии.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Программная реализация алгоритма быстрого возведения в степень по модулю.

### **Тема 2. Криптосистема RSA.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Программная реализация алгоритма RSA.

### **Тема 3. Криптоаналитические атаки на алгоритм RSA.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Программная реализация атаки Винера.

контрольная работа , примерные вопросы:

Программная реализация схема Optimal Asymmetric Encryption Padding.

### **Тема 4. Решетки.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Программная реализация алгоритма нахождения LLL-приведенного базиса решетки.

### **Тема 5. Криптоанализ RSA с использованием решеток.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Программная реализация алгоритма нахождения малых корней полинома по модулю.

### **Тема 6. Тесты на простоту.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Программная реализация теста Миллера-Рабина.

### **Тема 7. Методы факторизации.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Программная реализация метода факторизации Ферма.

контрольная работа , примерные вопросы:

Реализация (p-1)-метода факторизации Полларда.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену:

1. Кольцо, определение.
2. Группа, определение.
3. Кольцо вычетов.
4. Мультипликативная группа.
5. Алгоритм Евклида с доказательством.
6. Функция Эйлера.
7. Теорема Эйлера с доказательством.
8. Китайская теорема об остатках.
9. Алгоритм шифрования RSA.
10. Алгоритм расшифрования RSA.
11. Эффективная реализация расшифрования RSA.
12. Атака на RSA: разделенный модуль.
13. Атака на RSA: малая шифрующая экспонента.
14. Атака на RSA: метод факторизации Ферма.

15. Решетки.
16. LLL-приведенный базис решетки.
17. Свойства LLL-приведенного базиса решетки.
18. Алгоритм нахождения LLL-приведенного базиса решетки.
19. Теорема Копперсмита.
20. Атаки на RSA с использованием решеток.

Типовой билет:

1. Китайская теорема об остатках.
2. Алгоритм нахождения LLL-приведенного базиса решетки.

### 7.1. Основная литература:

1. Громкович, Ю. Теоретическая информатика: Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию / Юрий Громкович; Пер. с нем.; Под ред. Б. Ф. Мельникова. ?Издание 3-е. ?Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010. ?336 с.
2. Латыпов Р.Х., Разинков Е.В. Электронный образовательный ресурс "Теория кодирования информации и криптография", 2015. - URL: <http://tulpar.kfu.ru/enrol/index.php?id=2422>
3. Червяков Н.И., Евдокимов А.А., Галушкин А.И. Применение искусственных нейронных сетей и системы остаточных классов в криптографии. - - М.: Физматлит, 2012. - 280 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=5300](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=5300)
4. Кнауб, Л. В. Теоретико-численные методы в криптографии [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / Л. В. Кнауб, Е. А. Новиков, Ю. А. Шитов. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2011. - 160 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=441493>
5. Информационная безопасность: Учебное пособие / Т.Л. Партыка, И.И. Попов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 432 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=420047>
6. Столов Е.Л. Генераторы случайных чисел в системах компьютерной безопасности[Электронный ресурс]. - Казань, .2014 - Режим доступа: <http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F833856100/FinalGen.pdf>.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Маскаева А. М. Основы теории информации: Учебное пособие / А.М. Маскаева. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 96 с. - ЭБС "Знаниум": <http://znanium.com/bookread.php?book=429571>
2. Жук А. П. Защита информации: Учебное пособие / А.П. Жук, Е.П. Жук, О.М. Лепешкин, А.И. Тимошкин. - 2-е изд. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 392 с. - ЭБС "Знаниум": <http://znanium.com/bookread.php?book=474838>
3. Каратунова, Н. Г. Защита информации. Курс лекций [Электронный ресурс] : Учебное пособие / Н. Г. Каратунова. - Краснодар: КСЭИ, 2014. - 188 с. - ЭБС "Знаниум": <http://znanium.com/bookread.php?book=503511>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Материалы онлайн-курсов Массачусетского Технологического Института - <http://ocw.mit.edu/index.htm>
- Онлайн-курсы лучших университетов мира - <https://www.coursera.org>
- Онлайн-курсы лучших университетов мира - <https://www.edx.org>

Онлайн-курсы лучших университетов мира - <https://www.udacity.com>

Онлайн-курсы Стенфордского Университета - <http://online.stanford.edu>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Криптоанализ асимметричных шрифтов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Практические занятия по дисциплине проводятся в компьютерных классах.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и магистерской программе Математические основы и программное обеспечение информационной безопасности и защиты информации .

Автор(ы):

Разинков Е.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Ишмухаметов Ш.Т. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.