

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Татарский Да



20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Дискретные и вероятностные модели Б1.В.ОД.3

Направление подготовки: 02.04.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль подготовки: Математические основы и программное обеспечение информационной безопасности и защиты информации

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Гайнутдинова А.Ф.

**Рецензент(ы):**

Салимов Ф.И.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный № 954216

Казань  
2016

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Гайнутдинова А.Ф. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Aida.Gainutdinova@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

Данный курс предназначен для студентов-магистров первого года обучения. Целью данного курса является изучение различных детерминированных и вероятностных вычислительных моделей. Курс направлен на расширение и углубление образования студентов в области компьютерных наук, формирования у них системного мышления путем изучения подходов в проблематике построения дискретных и вероятностных вычислительных моделей, понимания проблем и современного состояния предметной области, умения анализировать и самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения, формирование у студентов профессиональных компетенций.

Дискретные вычислительные модели могут быть классифицированы по объему используемой памяти как модели без памяти (схемы), модели с конечной памятью (автоматы), модели с потенциально бесконечной памятью (машины Тьюринга); по способу функционирования как детерминированные, недетерминированные, вероятностные модели.

Вычислительные модели также могут рассматриваться как формализация понятия алгоритм. Известно, что вычислительные задачи могут быть разбиты на классы в соответствии со сложностью их решения. Классы задач, которые могут быть решены на рассматриваемой вычислительной модели с определенными ограничениями на память и время составляют соответствующий класс сложности. Крайне важно понимать, каким образом соотносятся между собой основные сложностные классы, а также, какие вопросы в данной области на сегодняшний день пока не решены. Так, известно, что один из таких открытых вопросов о соотношении классов P и NP входит в список важнейших нерешенных проблем тысячелетия. Решение данной проблемы будет иметь важное значение для различных областей науки и практики.

В данном курсе рассматриваются такие вычислительные модели, как детерминированные, недетерминированные и вероятностные машины Тьюринга, автоматы и схемы из функциональных элементов. На основе моделей машин Тьюринга вводятся классы сложности, определяющие языки, распознаваемые с различными ограничениями на время и память. Рассматриваются соотношения между классами сложности и методы их доказательства. Приводятся примеры языков, принадлежащих рассматриваемым сложностным классам.

Для вероятностных вычислительных моделей рассматриваются классы сложности, определяемые различными критериями распознавания языков и соотношения между ними и детерминированными классами.

Также в курсе рассматривается понятие С-трудного и С-полного языка, признаки NP-полноты языков и методы доказательства NP-полноты. Рассматриваются однородные и неоднородные классы сложности, обсуждается разница между однородными и неоднородными вычислительными моделями.

Программа курса предусматривает лекции и практические занятия (28 часов). В самостоятельную работу студентов входит освоение теоретического материала, изучение основной литературы, знакомство с дополнительной литературой, выполнение домашних заданий и подготовка к экзамену.

Также в курсе рассматривается понятие С-трудного и С-полного языка, примеры NP-полноты языков и методы доказательства NP-полноты. Рассматриваются однородные и неоднородные классы сложности, обсуждается разница между однородными и неоднородными вычислительными моделями.

Программа курса предусматривает лекции. В самостоятельную работу студентов входит освоение теоретического материала, изучение основной литературы, знакомство с дополнительной литературой, выполнение домашних заданий и подготовка к зачету.

## **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.3 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и относится к обязательные дисциплины. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

"Дискретные и вероятностные модели" входит в состав профессиональных дисциплин, М2.Б.2. Читается на 1 курсе, в 1 семестре.

Для освоения материала данного курса студент должен прослушать курсы "Дискретная математика", "Автоматы и грамматики", "Теория информации и кодирования", быть знаком с теорией сложности вычислений.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОК-2 (общекультурные компетенции)	готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения
ОК-3 (общекультурные компетенции)	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способность использовать и применять углубленные теоретические и практические знания в области фундаментальной информатики и информационных технологий
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять своё научное мировоззрение
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
ПК-13 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий
ПК-14 (профессиональные компетенции)	способность выполнять работу экспертов в ведомственных, отраслевых или государственных экспертных группах по экспертизе проектов, тематика которых соответствует направленности (профилю) программы магистратуры
ПК-16 (профессиональные компетенции)	способность участвовать в деятельности профессиональных сетевых сообществ по конкретным направлениям

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность использовать углубленные теоретические и практические знания в области информационных технологий и прикладной математики, фундаментальных концепций и системных методологий, международных и профессиональных стандартов в области информационных технологий

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

определения различных дискретных и вероятностных моделей вычислений (машин Тьюринга, автоматов, схем из функциональных элементов); то, каким образом производится обработка входных слов и распознавание языков в данных моделях; различия между классами рекурсивных и рекурсивно-перечислимых языков; определения основных сложностных классов для де-терминированных, недетерминированных и вероятностных машин Тьюринга (LSPACE, P, PSPACE, NP, EXPTIME, PP, BPP, RP, co-RP, ZPP); смысл понятий С-трудный и С-полный язык; различие между однородными и неоднородными вычислительными моделями;

2. должен уметь:

ориентироваться в области сложности вычислений, и в том, где применяются знания из этой области.

3. должен владеть:

приемами и методами доказательства принадлежности языков определенным классам сложности, методами доказательств соотношений между различными классами сложности, методами доказательства NP-полноты языков.

готовность и способность применять полученные знания на практике.

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм.	1	1	1	0	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.	1	2	1	0	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).	1	3	1	0	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Δ	1	4	1	0	0	письменная работа
5.	Тема 5. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.	1	5	1	0	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.	1	6	1	0	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Класс сложности NP.	1	7	1	0	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости.	1	8	1	0	0	письменная работа
9.	Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка. NP-полный язык.	1	9	2	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Доказательство NP-полноты.	1	10	2	0	0	домашнее задание
11.	Тема 11. Классы сложностей-дополнений.	1	11	2	0	0	домашнее задание
12.	Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.	1	12	2	0	0	домашнее задание
13.	Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.	1	13	2	0	0	домашнее задание
14.	Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.	1	14	2	0	0	домашнее задание
15.	Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP. У	1	15	2	0	0	письменная работа
16.	Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.	1	16	2	0	0	домашнее задание
17.	Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели. Однородные и неоднородные классы сложности.	1	17	2	0	0	домашнее задание
18.	Тема 18. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.	1	18	2	0	0	письменная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			28	0	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

## **Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм.**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Алфавит, слова в алфавите, язык. Свойства: множество всех слов счетно; множество всех языков несчетно. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм. Вычислительные задачи как языки. Пространственная и временная сложность.

## **Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. Теорема о рекурсивности языка.

## **Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time(f(n)), Space(f(n)). Теоремы о соотношении классов сложности Time(f(n)) и Space(f(n)).**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Тезис Черча. Классы сложности Time(f(n)), Space(f(n)). Теоремы о соотношении классов сложности Time(f(n)) и Space(f(n)). Доказательство основных соотношений между пространственной и временной сложностью.

## **Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Д**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Доказательство соотношений между ними. Примеры языков, принадлежащих классам LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME

## **Тема 5. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE. Свойства: язык MULT (умножение) принадлежит P, язык SAT принадлежит PSPACE.

## **Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Соотношения детерминированных и недетерминированных классов сложности (по времени и памяти).

## **Тема 7. Класс сложности NP.**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Класс сложности NP. Свойство: SAT принадлежит NP. Соотношение классов P и NP. Теорема о вхождении класса NP в PSPACE.

## **Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости.**

### **лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости. Примеры полиномиальной сводимости:  $\text{PALINDROM} \leq_p \text{SAT}$ . Полиномиальная эквивалентность  $\equiv_p$  языков. Свойства полиномиальной эквивалентности.

## **Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка. NP-полный язык.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие С-трудного и С-полного языка. NP-полный язык, Теорема: Пусть  $L$  принадлежит NPC. Тогда если  $L$  принадлежит P, то  $P=NP$ .

## **Тема 10. Доказательство NP-полноты.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Доказательство NP-полноты. Теорема: язык K-NP-полный язык. Теорема: SAT - NP-полный язык.

### **Тема 11. Классы сложностей-дополнений.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Классы сложностей-дополнений. Свойства Reg=co-Reg, LSPACE=co-LSPACE, PSPACE=co-PSPACE, P=co-P, EXPTIME=co-EXPTIME. Соотношения недетерминированных классов и их дополнений.

### **Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Класс сложности PP. Теорема о соотношении классов сложности P, PP, PSPACE. Теорема о вхождении класса NP в PP.

### **Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Распознавание языков с изолированной ошибкой. Класс сложности BPP. Соотношение классов сложности P, PP, BPP.

### **Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP. Методы построения алгоритмов, выдающих правильный результат со сколь угодно малой ошибкой. Оценка Чернова. Сравнительный анализ применения данного метода для классов BPP, PP.

Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP. Методы построения алгоритмов, выдающих правильный результат со сколь угодно малой ошибкой. Оценка Чернова. Сравнительный анализ применения данного метода для классов BPP, PP.

### **Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP. У**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вероятностные классы сложности RP, co-RP. Увеличение вероятности правильного результата для этих классов. Соотношения классов сложности RP, co=RP, BPP.

### **Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.

### **Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели. Однородные и неоднородные классы сложности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Однородные и неоднородные вычислительные модели. Однородные и неоднородные классы сложности. Теорема о распознавании нерекурсивного языка.

### **Тема 18. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм.	1	1	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
2.	Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.	1	2	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).	1	3	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
4.	Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Д	1	4	подготовка к письменной работе	5	письменная работа
5.	Тема 5. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.	1	5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
6.	Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.	1	6	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Класс сложности NP.	1	7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости.	1	8	подготовка к письменной работе	4	письменная работа
9.	Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка. NP-полный язык.	1	9	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Доказательство NP-полноты.	1	10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
11.	Тема 11. Классы сложностей-дополнений.	1	11	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
12.	Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.	1	12	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
13.	Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.	1	13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.	1	14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
15.	Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP, $\Sigma$	1	15	подготовка к письменной работе	5	письменная работа
16.	Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.	1	16	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
17.	Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели. Однородные и неоднородные классы сложности.	1	17	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
18.	Тема 18. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.	1	18	подготовка к письменной работе	5	письменная работа
	Итого				80	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Пространственная и времененная сложность решения задач. Метод диагонализации.

### **Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство Теоремы о рекурсивности языка.

### **Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time(f(n)), Space(f(n)). Теоремы о соотношении классов сложности Time(f(n)) и Space(f(n)).**

домашнее задание , примерные вопросы:

Обсуждение. Временные и пространственные классы сложности.

### **Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Д**

письменная работа , примерные вопросы:

Теоремы о соотношении классов сложности Time(f(n)) и Space(f(n)).

### **Тема 5. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство Теоремы о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.

### **Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Примеры полиномиальной сводимости языков

### **Тема 7. Класс сложности NP.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство NP-полноты языков.

### **Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости.**

письменная работа , примерные вопросы:

Примеры языков, принадлежащих классам LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME с доказательством.

### **Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка. NP-полный язык.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство утверждений о соотношении классов P, PP, PSPACE.

### **Тема 10. Доказательство NP-полноты.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство NP-полноты языка методом сведения на примере доказательства NP-полноты языка "Independent Set" (Независимое множество вершин в графе).

### **Тема 11. Классы сложностей-дополнений.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказать Свойство: Язык 3-SAT - NP-полный язык

### **Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Теорема о вхождении класса NP в PP.

### **Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство утверждения о соотношении классов NP и PP.

### **Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение надежных вероятностных алгоритмов.

### **Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP, U**

письменная работа , примерные вопросы:

Детерминированный конечный автомат. Критерий регулярности языка. Свойство: Язык  $L=\{0^*1^*\}$  принадлежит Reg.

### **Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Увеличение вероятности правильного результата для классов \$BPP, PP, RP, co-RP\$.

### **Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели. Однородные и неоднородные классы сложности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказательство Теоремы о распознавании нерекурсивного языка неоднородной моделью машины Тьюринга.

### **Тема 18. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.**

письменная работа , примерные вопросы:

Квантовая машина Тьюринга. Сравнение с классическими машинами Тьюринга.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Билет 1

1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Свойства: множество всех слов счетно; множество всех языков несчетно. Метод диагонализации.

2. Примеры эффективных вероятностных алгоритмов: существование совершенного паросочетания в двудольном графе.

Билет 2

1. Вычислительные задачи как языки. Тезис Черча. Понятие временной и пространственной сложности. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).

2. Определение конечного недетерминированного автомата. Распознавание языков. Сравнение с моделью машины Тьюринга. Теорема: класс языков, распознаваемых недетерминированными конечными автоматами = Reg.

Билет 3

1. Теоремы Хартманиса о пространственной и временной иерархии детерминированных классов сложности. Доказательство Теоремы о пространственной иерархии.

2. Свойство: язык PALINDROM принадлежит LSPACE.

Билет 4

1. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).

2. Доказательство NP-полноты языка методом сведения на примере доказательства NP-полноты языка "Independent Set" (Независимое множество вершин в графе).

Билет 5

1. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. Теорема о рекурсивности языка.

2. Распознавание языка ZEROP (Равенства нулю полиномов) вероятностными и детерминированными машинами Тьюринга.

Билет 6

1. Различные критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.

Соотношения детерминированных и вероятностных классов сложности. Распознавание языка ZEROP (Равенства нулю полиномов) вероятностными и детерминированными машинами Тьюринга.

2. Доказательство соотношений классов сложности NTIME( $f(n)$ ) и TIME( $f(n)$ ), NTIME( $f(n)$ ) и SPACE( $f(n)$ ).

Билет 7

1. Уменьшение вероятности ошибки для классов BPP, PP.

2. Примеры языков, принадлежащих классам LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME с доказательством.

Билет 7

1. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Доказательство соотношений между ними.

2. Свойство: SAT принадлежит NP.

Билет 8

1. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ). Класс сложности NP.

2. Методы доказательства NP-полноты. Примеры NP-полных языков.

Билет 9

1. Примеры эффективных вероятностных алгоритмов: существование совершенного паросочетания в двудольном графе.

2. Свойство: 3-SAT принадлежит NP.

Билет 10

1. Определение С-трудного и С-полного языка. Примеры. NP-полнота. Методы доказательства NP-полноты.

2. Доказательство соотношение классов P и NP, классов NP и PSPACE.

Билет 11

1. Полиномиальная сводимость языков и ее свойства. Примеры полиномиальной сводимости: PALINDROM  $\leq_p$  SAT. Полиномиальная эквивалентность  $\equiv_p$  языков. Свойства полиномиальной эквивалентности.

2. Доказательство соотношения классов сложности RP, co=RP, BPP.

Билет 12

1. Понятие пространственной и временной сложности. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).

2. Класс сложности Reg. Доказательство собственного включения класса Reg в класс LogSpace.

Билет 13

1. NP-полный язык. Теорема: Пусть L принадлежит NPC. Тогда если L принадлежит P, то P=NP.

2. Доказательство NP-полноты языка методом сведения на примере доказательства NP-полноты языка "Independent Set" (Независимое множество вершин в графе).

Билет 14

1. Классы сложностей-дополнений. Доказательство соотношений детерминированных классов и их дополнений. Соотношения недетерминированных классов и их дополнений.

2. Понятие NP-полного языка. Примеры NP-полных языков. Методы доказательства NP-полноты. Соотношение классов P и NP.

Билет 15

1. Определение вероятностной машины Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Вероятностные классы сложности, их различие.

2. Основные понятия квантовых вычислений. Квантовая машина Тьюринга. Сравнение с классическими машинами Тьюринга.

Билет 16

1. Класс сложности PP. Теорема о соотношении классов сложности P, PP, PSPACE. Увеличение вероятности правильного результата для языков из класса PP.

2. Свойство: Язык 3-SAT - NP-полный язык.

Билет 17

1. Недетерминированная машина Тьюринга. Распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Доказательство теоремы о вхождении класса NP в PP.

2. Определение детерминированного конечного автомата. Класс Reg. Свойство: Язык  $L=\{0,1\}^*$  принадлежит Reg.

Билет 18

1. Распознавание языков с изолированной ошибкой. Класс сложности BPP. Соотношение классов сложности P, PP, BPP. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.

2. Свойства: язык SAT принадлежит PSPACE.

Билет 19

1. Язык-дополнение. Классы сложностей-дополнений. Соотношение классов сложностей и их дополнений в детерминированном и недетерминированном случаях.

2. Вероятностные вычисления с нулевой ошибкой. Класс сложности ZPP. Его соотношение с другими вероятностными классами сложности.

Билет 20

1. Вероятностные классы сложности RP, co-RP. Увеличение вероятности правильного результата для этих классов. Соотношение с вероятностными классами сложности.

2. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.

Билет 21

1. Определение детерминированной машины Тьюринга. Тезис Черча. Полиномиальный тезис Черча.

2. Детерминированный конечный автомат. Критерий регулярности языка. Свойство: Язык  $L=\{0^*1^*\}$  принадлежит Reg.

Билет 22

1. Вероятностный класс сложности ZPP. Доказательство соотношение с другими классами сложности.
2. Определение конечного детерминированного автомата. Сравнение моделей конечного автомата и машины Тьюринга. Класс языков, распознаваемых конечным детерминированным автоматом. Критерий регулярности языка.

### Билет 23

1. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LogSPACE. Свойства: язык MULT (умножение) принадлежит P, язык SAT принадлежит PSPACE.
2. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Класс сложности PP. Теорема о соотношении классов сложности P, PP, PSPACE. Теорема о вхождении класса NP в PP.

### 7.1. Основная литература:

1. Дуреева, Н. С. Роль моделей в теории познания [Электронный ресурс]: Учеб. пособие / Н. С. Дуреева, Р. Н. Галиахметов. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2011. - 192 с. . - Режим доступа: <http://www.znanium.com/bookread.php?book=443234>
2. Моделирование информационных ресурсов: теория и решение задач [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г.Н. Исаев. - М.: Альфа-М: ИНФРА-М, 2010. - 224 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=193771>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>
2. Введение в логику: Учебник / В.А. Бочаров, В.И. Маркин. - 2-е изд., доп. и испр. - М.: ИД ФОРУМ: ИНФРА-М, 2011. - 560 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=264965>
3. Методы научного познания: Учебное пособие / С.А. Лебедев. - М.: Альфа-М: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 272 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=450183>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Интернет-портал образовательных ресурсов КФУ - <http://www.kfu-elearning.ru/>  
Интернет- портал образовательных ресурсов по ИТ - <http://algolist.manual.ru/>  
Интернет- портал ресурсов по математике - <http://www.allmath.com/>  
Интернет- портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.mathnet.ru>  
Интернет- портал ресурсов по математическим наукам - [http://www.math.ru/](http://www.math.ru)

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретные и вероятностные модели" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.04.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" и магистерской программе Математические основы и программное обеспечение информационной безопасности и защиты информации .

Автор(ы):

Гайнутдинова А.Ф. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.

Рецензент(ы):

Салимов Ф.И. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.