

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт физики



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Дискретная математика БЗ.ДВ.7

Направление подготовки: 011800.62 - Радиофизика

Профиль подготовки: Специальные радиотехнические системы

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Иваньшин П.Н.

Рецензент(ы):

Попов А.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Сушков С. В.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No 696817

Казань
2017

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Иваньшин П.Н. Кафедра геометрии отделение математики , Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

- * знать основные положения теории графов и теории чисел;
- * овладеть методами решения соответствующих задач;
- * уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.7 Профессиональный" основной образовательной программы 011800.62 Радиофизика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1, 2 курсах, 2, 3, 4 семестры.

Курс лекций "Дискретная математика" состоит из разделов: Теория графов и Основы теории чисел.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-12 (общекультурные компетенции)	навыки работы с компьютером
ОК-15 (общекультурные компетенции)	способность к письменной и устной коммуникации на русском языке
ОК-16 (общекультурные компетенции)	знание иностранного языка
ПК-1 (профессиональные компетенции)	определение общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять поставленную задачу
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умение формулировать результат
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умение строго доказать утверждение
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

знать основные положения теории графов и теории чисел;

2. должен уметь:

уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

3. должен владеть:

овладеть методами решения соответствующих задач;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Решать основные задачи теории графов и теории чисел, уметь находить основные характеристики графа, решать линейные и квадратичные сравнения

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины отсутствует во 2 семестре; зачет в 3 семестре; зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.	2	1	0	4	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.	2	2	0	4	0	Устный опрос
3.	Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.	2	3	0	5	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.	2	4	0	5	0	Устный опрос
5.	Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.	3	5	4	10	0	Устный опрос
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.	3	6	4	10	0	Устный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.	3	7	4	8	0	Устный опрос
8.	Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.	3	8	6	8	0	Контрольная работа
9.	Тема 9. Простые числа. Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей.	4	9	0	2	0	Устный опрос
10.	Тема 10. Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения.	4	10	0	2	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.	4	11	0	2	0	Устный опрос
12.	Тема 12. Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.	4	12	0	2	0	Устный опрос
13.	Тема 13. Сравнения. Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.	4	13	0	2	0	Устный опрос
14.	Тема 14. Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.	4	14	0	2	0	Устный опрос
15.	Тема 15. Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4.	4	15	0	3	0	Устный опрос
16.	Тема 16. Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление остатков от деления, схема Диффи-Хелмана.	4	16	0	3	0	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Зачет
	Итого			18	72	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.

Практика: Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.43

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа. Практика: Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.43

Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.

практическое занятие (5 часа(ов)):

Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера. Практика: Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.44

Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.

практическое занятие (5 часа(ов)):

Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева. Практика: Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.44

Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.

практическое занятие (10 часа(ов)):

Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.44

Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

практическое занятие (10 часа(ов)):

Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.44

Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.44

Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости

практическое занятие (8 часа(ов)):

Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. стр.45

Тема 9. Простые числа. Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей. КОРЕШКОВ Н.А., НАСРУТДИНОВ М.Ф., СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ. стр. 4

Тема 10. Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения числа на сомножители КОРЕШКОВ Н.А., НАСРУТДИНОВ М.Ф., СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ. стр. 4

Тема 11. Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости. КОРЕШКОВ Н.А., НАСРУТДИНОВ М.Ф., СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ. стр. 5

Тема 12. Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел. КОРЕШКОВ Н.А., НАСРУТДИНОВ М.Ф., СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ. стр. 7

Тема 13. Сравнения. Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов. КОРЕШКОВ Н.А., НАСРУТДИНОВ М.Ф., СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ. стр. 10

Тема 14. Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. КОРЕШКОВ Н.А., НАСРУТДИНОВ М.Ф., СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ. стр. 13

Тема 15. Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4. Описание доказательства, метод бесконечного спуска.

Тема 16. Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление осатков от деления, схема Диффи-Хелмана.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление осатков от деления, схема Диффи-Хелмана. КОРЕШКОВ Н.А., НАСРУТДИНОВ М.Ф., СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ. стр. 12

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.	2	1	подготовка к устному опросу	3	устный опрос
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.	2	2	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.	2	3	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
4.	Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.	2	4	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
5.	Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.	3	5	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.	3	6	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.	3	7	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
8.	Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.	3	8	подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
9.	Тема 9. Простые числа. Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей.	4	9	подготовка к устному опросу	5	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения.	4	10	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
11.	Тема 11. Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.	4	11	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
12.	Тема 12. Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.	4	12	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
13.	Тема 13. Сравнения. Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.	4	13	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
14.	Тема 14. Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.	4	14	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
15.	Тема 15. Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4.	4	15	подготовка к устному опросу	5	устный опрос
16.	Тема 16. Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление остатков от деления, схема Диффи-Хелмана.	4	16	подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
	Итого				72	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Применение проектора и ноутбука для чтения лекций.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить тип предъявленного графа. Найти произведение, сумму, связную сумму графов

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти у предъявленного графа связность, реберную связность

Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти между вершинами предъявленного графа расстояние

Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остоного дерева.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти остовное дерево графа (2 алгоритма)

Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака и Эйлера.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить, гамильтонов или эйлеров ли граф

Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности.

Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти базис пространств разрезов и циклов графа

Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Теорема Куратовского. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы.

устный опрос , примерные вопросы:

Определить планарность графа, найти плоско-двойственный граф

Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.

контрольная работа , примерные вопросы:

Найти хроматические числа графа

Тема 9. Простые числа. Простые и составные числа. Делимость. Свойства делителей.

устный опрос , примерные вопросы:

Разложить число на сомножители, доказать неограниченность множества простых чисел

Тема 10. Основная теорема арифметики. Существование и единственность разложения.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти разложение числа на множители

Тема 11. Алгоритм деления. Алгоритм Евклида. Признаки делимости.

устный опрос , примерные вопросы:

Уметь применять алгоритм Евклида к данной паре чисел

Тема 12. Совершенные числа. Числа Ферма и Мерсенна. Теорема о связи чисел Мерсенна и совершенных чисел.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверить возможность построения правильного многоугольника при помощи циркуля и линейки

Тема 13. Сравнения. Понятие сравнения, свойства сравнений. Кольцо Z_n и группа U_n . Системы вычетов.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти все подгруппы Z_n и U_n . Найти порядок числа в Z_n

Тема 14. Дальнейшие свойства сравнений. Полиномиальные сравнения. Функции Эйлера и Ферма. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.

устный опрос , примерные вопросы:

Уметь решать линейные и квадратные сравнения. Найти значения функций Эйлера и Ферма на данном числе

Тема 15. Большая теорема Ферма. Случаи степеней 2 (пифагоровы тройки), 3, 4.

устный опрос , примерные вопросы:

Уметь находить произвольно большую пифагорову тройку

Тема 16. Приложения теории чисел --- RSA-шифрование, вычисление остатков от деления, схема Диффи-Хелмана.

контрольная работа , примерные вопросы:

Уметь применить схему Диффи-Хелмана для данной пары чисел

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Число ребер K^n .

2. Кубический граф. Пусть $d \in \mathbb{N}$ и $V = \{0, 1\}^d$. Ребро соединяет две вершины V тогда и только тогда, когда число разных координат двух вершин равно 1. Найти

2.1. число ребер;

2.2. степень;

2.3. диаметр;

2.4. радиус такого графа.

3. Показать, что $\text{rad}(G) \leq \text{diam}(G) \leq 2 \text{rad}(G)$.

4. Показать, что каждый двусвязный граф содержит цикл.

5. Найти $k(G)$ и $\lambda(G)$ для

5.1. P^k ;

5.2. C^k ;

5.3. K^k ;

5.4. $K_{m, n}$.

6. Найти связность n -мерного куба.

7. Доказать, что для любого нетривиального графа $k(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.

8. Существует ли такая функция $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, что для каждого $k \in \mathbb{N}$ граф минимальной степени $f(k)$ k -связен?

9. Доказать, что каждое дерево T имеет как минимум $\Delta(T)$ листьев.

10. Доказать, что "древесный порядок", ассоциированный с корневым деревом T действительно определяет отношение частичного порядка на $V(T)$.

11. Пусть G --- связный граф, и $r \in V(G)$. Начиная с r перейдем вдоль ребра графа G к еще не посещенной вершине. Если такой вершины нет, возвращаемся по ребру, которое было пройдено при первом посещении вершины. Остановка при повторном посещении r . Доказать, что пройденные ребра составляют нормальное дерево графа G с корнем r .

12. Пусть \mathcal{T} --- такое семейство поддеревьев дерева T , что попарное пересечение любых двух непусто. Доказать, что тогда и пересечение всех таких поддеревьев непусто.

13. Доказать, что каждый автоморфизм дерева оставляет неподвижным минимум одну либо вершину, либо ребро (или и то и другое).

14. Всегда ли классы разбиения регулярного двусоставного графа одного размера?
15. Доказать, что граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждый индуцированный цикл имеет четную длину.
- 16.1. Доказать, что отношение \preceq определяет частичный порядок на любом семействе конечных графов
- 16.2. Верно ли предыдущее утверждение для бесконечных графов?
17. Доказать, что элементами пространства циклов графа G являются объединения семейств ребер непересекающихся по ребрам циклов G , и только они.
18. Доказать, что циклы и разрезы графа вместе порождают все пространство ребер, или найти контрпример.
19. Каковы размерности пространств графа с k компонентами
 - 19.1. циклов;
 - 19.2. разрезов.
20. Доказать, что в неориентированном графе число вершин с нечетной степенью четно.
21. Доказать, что неориентированный связный граф остается связным после удаления некоторого ребра тогда и только тогда, когда это ребро принадлежит некоторому циклу графа.
22. Доказать, что связный неориентированный граф с n вершинами
 - 22.1. Содержит не менее $n-1$ ребер;
 - 22.2. если содержит больше, чем $n-1$ ребер, то содержит и минимум один цикл.
23. Доказать, что каждый граф можно вложить в \mathbb{R}^3 так, что все ребра --- прямые линии.
24. Вывести формулу Эйлера для несвязных графов.
25. Пусть связный граф G содержит n вершин, m ребер и цикл минимальной возможной длины g . Доказать, что $m \leq n - (n-2)/(g-2)$.
26. Доказать, что каждый планарный граф --- объединение трех лесов.
27. Доказать, что каждый планарный граф изоморфен планарному графу с ребрами --- прямыми линиями.
28. Существует ли для каждого планарного графа такая реализация на плоскости, что все внутренние грани --- выпуклые многогранники.
29. Доказать, что двусвязный планарный граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждая грань ограничена четным циклом.
30. Как выглядит граф, плоско-двойственный планарному дереву.
31. Доказать, что плоско-двойственный планарному мультиграфу граф связан.
32. Доказать, что связный граф $G=(V, E)$ планарен тогда и только тогда, когда существует такой связный мультиграф $G'=(V', E')$, что для каждого подмножества $F \subseteq E'$ граф (V, F) дерево тогда и только тогда, когда $(V', E' \setminus F)$ дерево.
33. Доказать, что два плоско-двойственных планарному мультиграфу комбинаторно изоморфны.
34. Пусть G, G^* --- взаимно двойственные планарные графы. Пусть B_1, \dots, B_n --- блоки G . Доказать, что B_1^*, \dots, B_n^* --- блоки G^* .
35. Доказать, что если G^* абстрактно двойственен мультиграфу G , то и G абстрактно двойственен G^* .

36. Доказать, что теорема о четырех красках действительно решает задачу о раскраске карт. Верно ли обратное --- влечет ли возможность раскраски каждой карты в четыре цвета теорему о четырех красках?
37. Доказать, что для решения задачи о раскраске карт достаточно рассматривать такие карты, что ни одна точка не лежит на общей границе более чем трех стран. Как это влияет на доказательство теоремы о четырех красках.
38. Попытайтесь доказать теорему о четырех красках по аналогии с теоремой о пяти красках. Где доказательство не проходит?
39. Выразить хроматическое число графа через хроматические числа блоков графа.
40. Доказать, что в полном неориентированном графе K_n каждое ребро принадлежит ровно $n-2$ треугольникам.
41. Доказать, что для каждого графа G существует такой порядок на множестве вершин, что "жадный алгоритм" использует только $\chi(G)$ красок.
42. Для любого $n > 1$ найти двусоставный граф с $2n$ вершинами, упорядочеными так, что "жадный алгоритм" использует $2n$ красок вместо двух.
43. k -хроматический граф называется критически k -хроматическим, если для каждой вершины $v \in V(G)$ $\chi(G-v) < k$. Доказать, что каждый критически k -хроматический граф имеет критически k -хроматический индуцированный подграф, минимальная степень которого не ниже $k-1$.
44. Описать критические 3 -хроматические графы.
45. Доказать, что каждый критический k -хроматический граф $k-1$ -реберно связан.
46. Описать класс графов G , для которых $P_G(k) = k(k-1)^{n-1}$.
47. Для любого $k \in \mathbb{N}$ построить k -хроматический граф без треугольников.

7.1. Основная литература:

1. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. Изд.: "Лань" ISBN: 978-5-8114-0570-1, 2009, - 6-е изд., стер. 400 с. <http://e.lanbook.com/view/book/220/>
2. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 224 с.: 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0304-9, 700 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=376152>
3. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие / В.Б. Алексеев. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 90 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005559-6, 1000 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=278874>

7.2. Дополнительная литература:

1. Асанов М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы / Асанов М.О. Баранский В.А., Расин В.В. Изд.: "Лань", ISBN: 978-5-8114-1068-2, 2-е изд. испр. и доп., 2010, - 368 с. <http://e.lanbook.com/view/book/536/>
2. Мальцев И.А. Дискретная математика. Изд.: "Лань", ISBN: 978-5-8114-1010-1, 1-е изд. 2011, - 304 с. <http://e.lanbook.com/view/book/638/>
3. Н. А. Корешков, М. Ф. Насрутдинов, Сборник задач по теории чисел : учеб. пособие / Казан. гос. ун-т ; [сост.: Н. А. Корешков, М. Ф. Насрутдинов] .? Казань : [Казан. гос. ун-т], 2006 .? 15, [1] с. ; 21. <http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-760474.pdf>

7.3. Интернет-ресурсы:

Лабораторные работы на тему "Основы Теории Графов" для учеников средней школы и студентов Вузов Т.С. Золотарева - <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/zolotareva/main.asp>

Основы теории графов: Учебник - <http://window.edu.ru/resource/884/70884>

Сборник задач по дискретной математике - <http://window.edu.ru/resource/609/73609>

Учебное пособие Кафедра математической теории интеллектуальных систем МГУ им. М.В. Ломоносова - <http://intsys.msu.ru/staff/vnosov/combgraph.htm>

Электронный учебник по дисциплине: "Дискретная математика" - http://de.ifmo.ru/bk_netra/start.php?bn=23

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Ноутбук, проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 011800.62 "Радиофизика" и профилю подготовки Специальные радиотехнические системы .

Автор(ы):

Иваньшин П.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Попов А.А. _____

"__" _____ 201__ г.