

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талорский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
**Математическая логика Б2.ДВ.3**

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Замов Н.К.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Латыпов Р. Х.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 951915

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) главный специалист Замов Н.К. Аналитический отдел  
Центр перспективного развития , Nail.Zamov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

В курсе даются основные понятия и результаты математической логики. Изучается формальная система классической логики 1 порядка и исследуются вопросы полноты и непротиворечивости. Приводятся основные результаты математической логики - теорема Гёделя, теорема Эрбрана, теорема Лёвенгейма - Скулема. Дается понятие о неклассических логиках, о логических системах с равенством.

Приводятся примеры приложений формальной логики в информатике, в частности, для построения систем искусственного интеллекта.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.ДВ.3 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе во 2 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплины "Дискретная математика".

Результаты подготовки по дисциплине "Математическая логика и теория алгоритмов" используются при изучении курсов "Языки программирования", "Логическое программирование".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- роль математической логики в основаниях математики

2. должен уметь:

- ориентироваться в основных результатах математической логики

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями о формальных системах 1 порядка

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- строить формальные доказательства и выводы в исчислении предикатов

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Исчисление высказываний Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.	4		0	0	9	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Исчисление предикатов Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.	4		0	0	9	домашнее задание
3.	Тема 3. Исчисление с равенством. Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.	4		0	0	9	домашнее задание
4.	Тема 4. Проблемы разрешимости Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.	4		0	0	9	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Исчисление высказываний** Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.

**лабораторная работа (9 часа(ов)):**

Составление таблиц истинности формул. Табличная проверка эквивалентности формул. Проверка общезначимости формул. Решение примеров на проверку логического следования, проверка корректности логических умозаключений. Примеры построения формальных доказательств и выводов. Перестроение выводов в соответствии с теоремой дедукции. Обоснование выводимости формул с использованием правил введения и удаления.

**Тема 2. Исчисление предикатов** Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.

**лабораторная работа (9 часа(ов)):**

Доказательство основных эквивалентностей логики предикатов - перестановки кванторов, законы Де Моргана, взаимодействие кванторов с пропозициональными связками. Решение примеров на обоснование выводимости из допущений. Проверка корректности умозаключений естественного языка (силлогизмы).

**Тема 3. Исчисление с равенством.** Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.

**лабораторная работа (9 часа(ов)):**

Построение выводов в исчислении равенства. Поиск опровержений модальных формул в модели Крипке. Поиск опровержений интуиционистских формул в модели Крипке.

**Тема 4. Проблемы разрешимости** Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.

**лабораторная работа (9 часа(ов)):**

Знакомство с разрешающими алгоритмами. Применение разрешающих процедур к распознаванию общезначимости (доказуемости) формул сингулярного исчисления.

#### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Исчисление высказываний Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связей. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.	4		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
2.	Тема 2. Исчисление предикатов Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.	4		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание
3.	Тема 3. Исчисление с равенством. Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.	4		подготовка домашнего задания	9	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Проблемы разрешимости Разрешимость сингулярного исчисления.	4		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
	Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.			подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов математической логики на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Исчисление высказываний** Высказывания. Логические операции. Формулы. Таблицы истинности. Общезначимые формулы. Логическое следование. Нормальные формы. Аксиоматическая система исчисления высказываний. Доказуемость и выводимость. Теорема о дедукции. Правила введения и удаления логических связок. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний. Анализ рассуждений на естественном языке.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Исчисление высказываний".



**Тема 2. Исчисление предикатов Кванторы. Свободные и связанные переменные. Формулы. Интерпретации. Общезначимость. Логическое следование. Теория доказательств. Аксиомы и правила вывода. Теорема о дедукции. Введение и удаление кванторов. Предварённая нормальная форма. Полнота и непротиворечивость. Теорема Эрбрана.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Исчисление предикатов".

**Тема 3. Исчисление с равенством. Функции, термы. Аксиомы равенства. Формальные доказательства в исчислении с равенством. Неклассические логики.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Исчисление с равенством".

**Тема 4. Проблемы разрешимости Разрешимость сингулярного исчисления. Разрешимость теории равенства. Неразрешимость узкого исчисления предикатов. Теорема Лёвенгейма-Скулема.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Проблемы разрешимости".

контрольная работа , примерные вопросы:

Выразить с помощью логики предикатов следующие утверждения. 1) Каждый студент использует какой-нибудь компьютер, и по крайней мере один компьютер используется каждым студентом. (Использовать только предикаты СТУДЕНТ, КОМПЬЮТЕР и ИСПОЛЬЗУЕТ.) 2) Каждый год некоторые студенты-мужчины проваливают каждый экзамен, но каждый студент-женщина сдает какой-нибудь экзамен. (Использовать только предикаты СТУДЕНТ, МУЖЧИНА, ЖЕНЩИНА, СДАЕТ, ЭКЗАМЕН, ГОД.) 3) Каждый мужчина любит какую-нибудь женщину, которая любит другого мужчину. (Используйте только предикаты МУЖЧИНА, ЖЕНЩИНА, ЛЮБИТ и = .) 4) Не существует двух философов, которые любили бы одну и ту же книгу. (Использовать только предикаты ФИЛОСОФ, КНИГА, ЛЮБИТ и = .) 5) Волки боятся друг друга. 6) Волки и люди боятся друг друга. 7) Некоторые парни и девушки влюблены друг в друга. 8) Все доисторические ящеры поедали друг друга. 9) Все делегаты конференции - профсоюзные и партийные активисты. 10) Функция  $f(x)$  равна нулю только в точке А.

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

1. Предмет математической логики. Логические антиномии.
2. Понятие о формальных системах. Примеры формальных систем.
3. Высказывания. Значения истинности. Элементарные и составные высказывания.
4. Основные логические операции и их свойства.
5. Формулы логики высказываний. Таблицы истинности.
6. Эквивалентные формулы, основные эквивалентности.
7. Общезначимые формулы. Основные общезначимости.
8. Теорема о подстановке.
9. Теорема об эквивалентной замене.
10. Принцип двойственности.
11. Исчисление высказываний. Аксиомы, правило *modus ponens*.
12. Формальные доказательства. Примеры.
13. Формальные выводы из допущений. Примеры.
14. Правила введения и удаления логических связок.
15. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний.
16. Логика предикатов. Кванторы. Формулы логики предикатов.
17. Интерпретации формул. Общезначимые, выполнимые формулы.
18. Основные эквивалентности логики предикатов.

19. Предварённая нормальная форма.
20. Исчисление предикатов. Аксиомы, правила вывода. Формальные доказательства.
21. Формальные выводы в исчислении предикатов.
22. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов.
23. Понятие о теореме Гёделя. Неполнота формальной арифметики.
24. Понятие о теореме Лёвенгейма-Скулема.
25. Понятие о теореме Эрбрана.
26. Понятие о неклассических логиках.
27. Логическое программирование.
28. Исчисление предикатов с равенством.

### **7.1. Основная литература:**

1. Клини, Стивен Коул. Математическая логика / С. К. Клини; пер. с англ. Ю. А. Гастева; под ред. Г. Е. Минца; предисл. Ю. А. Гастева и Г. Е. Минца. ?Изд. 4-е.?Москва: URSS: ЛКИ, 2008.?480 с
2. Громкович, Ю. Теоретическая информатика: Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию / Юрай Громкович; Пер. с нем.; Под ред. Б. Ф. Мельникова. ?Издание 3-е.?Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010.?336 с
3. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=242738>
4. Введение в логику: Учебник / В.А. Бочаров, В.И. Маркин. - 2-е изд., доп. и испр. - М.: ИД ФОРУМ: ИНФРА-М, 2011. - 560 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=264965>
5. Методы научного познания: Учебное пособие / С.А. Лебедев. - М.: Альфа-М: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 272 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=450183>

### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Поздняков, С. Н. Дискретная математика: учебник для студ. вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. ?Москва: Академия, 2008.?448 с
2. Успенский, В. А. Вводный курс математической логики: [учеб. пособие] / В.А.Успенский, Н.К.Верещагин, В.Е.Плиско. ?[2-е изд.].?Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.?125 с.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

- Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>  
образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал образовательных математических ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Сайт с учебными материалами по математике - <http://mathelp.spb.ru>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Математическая логика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Замов Н.К. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.