

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талюцкий Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Алгебра и геометрия Б2.Б.4

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика  
Профиль подготовки: Системное программирование, математическое моделирование  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очно-заочное  
Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Рунг Е.В.

**Рецензент(ы):**

Бахтиева Л.У.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 940315

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Рунг Е.В. Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики , Elena.Rung@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Курс "Алгебра и геометрия" должен дать максимально полный ответ на вопросы, которые были затронуты, но не получили окончательного решения в школьных курсах элементарной алгебры и геометрии. К этим вопросам, в первую очередь относятся задачи о существовании решений Крамеровских систем линейных алгебраических уравнений и алгоритмы их отыскания и задачи развития мощных аналитических методов, основанных на результатах высшей алгебры, для изучения простейших геометрических образов. Изложение методов решения сформулированных задач и составляют ядро программы курса "Алгебра и геометрия".

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.4 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Дисциплина относится к общепрофессиональному циклу дисциплин, изучается на первом курсе в 1 семестре. Для ее изучения требуется хорошее знание школьной программы по математике. Полученные умения и готовности необходимы для успешного освоения курсов "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения" и других дисциплин данного профиля, а также для успешной подготовки курсовых и дипломной работ.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные положения линейной алгебры и аналитической геометрии

2. должен уметь:

применять на практике методы решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии

3. должен владеть:

навыками решения практических задач линейной алгебры и аналитической геометрии

4. должен демонстрировать способность и готовность:

понимание определений и доказательств основных результатов линейной алгебры и аналитической геометрии.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексные числа	1	1	2	0	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Многочлены	1	2-3	4	0	4	письменная работа
3.	Тема 3. Определители второго и третьего по-рядков	1	4	2	0	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Векторная алгебра	1	5	2	0	2	письменная работа
5.	Тема 5. Прямые на плоскости	1	6-7	4	0	4	контрольная работа
6.	Тема 6. Прямые и плоскости в пространстве	1	8-9	4	0	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Перестановки и определители	1	10-12	6	0	6	контрольная точка
8.	Тема 8. Крамеровские системы линейных уравнений	1	13-14	4	0	4	домашнее задание
9.	Тема 9. Алгебра матриц	1	15-16	4	0	4	домашнее задание
10.	Тема 10. Метод Гаусса	1	17	2	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Блочные матрицы	1	18	2	0	2	контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			36	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Комплексные числа

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Алгебраические операции. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексных чисел

##### Тема 2. Многочлены

###### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Теория делимости многочленов. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на множители

###### *лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Схема Горнера. Корни многочленов. Раз-ложение многочленов на множители

##### Тема 3. Определители второго и третьего по-рядков

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Свойства определителей второго и третьего порядков

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Системы двух уравнений с двумя неизвестными и трех уравнений с тремя неизвестными. Свойства определителей третьего порядка

##### Тема 4. Векторная алгебра

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Декартова система координат. Алгебраические операции над векторами. Разложение вектора по базису. Представление алгебраических операций через координаты. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Примеры задач, решаемых методами векторной алгебры

### **Тема 5. Прямые на плоскости**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Различные формы уравнения прямой на плоскости.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Задачи, связанные с исследованием взаимного расположением прямых и точек на плоскости

### **Тема 6. Прямые и плоскости в пространстве**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Различные формы уравнения прямой в пространстве. Различные формы уравнения плоскости.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Задачи на взаимное расположение точек, прямых и плоскостей в пространстве

### **Тема 7. Перестановки и определители**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Перестановки: определения, теорема о транспозиции, теорема о количестве четных и нечетных перестановок. Определители произвольного порядка: определения, свойства.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Примеры вычисления определителей: определитель треугольной матрицы, определитель Вандермонда

### **Тема 8. Крамеровские системы линейных уравнений**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Теорема о решении однородной системы, теорема о единственности решения, теорема о существовании решения.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Формулы Крамера. Интерполяционная формула Лагранжа

### **Тема 9. Алгебра матриц**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Алгебраические операции над матрицами и векторами, транспонирование матриц, обратная матрица. Сопряженные, эрмитовы, симметричные, косо-симметричные, унитарные, ортогональные матрицы и их свойства

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Алгебраические операции над матрицами и векторами, транспонирование матриц, обратная матрица.

### **Тема 10. Метод Гаусса**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод Гаусса решения крамеровских систем. Определитель произведения матриц. Треугольное разложение матрицы

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Вычисление определителей методом Гаусса

### **Тема 11. Блочные матрицы**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определение, вычисление определителя блочной матрицы

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Примеры, вычисление определителя блочной матрицы

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексные числа	1	1	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Многочлены	1	2-3	подготовка к письменной работе	8	письменная работа
3.	Тема 3. Определители второго и третьего порядков	1	4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Векторная алгебра	1	5	подготовка к письменной работе	4	письменная работа
5.	Тема 5. Прямые на плоскости	1	6-7	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
6.	Тема 6. Прямые и плоскости в пространстве	1	8-9	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
7.	Тема 7. Перестановки и определители	1	10-12	подготовка к контрольной работе	12	контрольная работа
8.	Тема 8. Крамеровские системы линейных уравнений	1	13-14	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
9.	Тема 9. Алгебра матриц	1	15-16	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
10.	Тема 10. Метод Гаусса	1	17	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
11.	Тема 11. Блочные матрицы	1	18	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
	Итого				72	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Комплексные числа

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. 2. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. 3. Формула Муавра. 4. Извлечение корня из комплексных чисел.

### Тема 2. Многочлены



письменная работа , примерные вопросы:

Подготовка письменного отчета по теме: Вычисление корней многочленов

### **Тема 3. Определители второго и третьего по-рядков**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Формулы Крамера для системы линейных алгебраических уравнений с двумя и тремя неизвестными. 2. Перестановки  $n$  символов и подстановки  $n$ -ой степени. 3. Определители  $n$ -го порядка. 4. Свойства определителей. 5. Определители треугольного вида и их вычисление. 6. Разложению определителя по элементам строки (столбца). 7. Определитель Вандермонда.

### **Тема 4. Векторная алгебра**

письменная работа , примерные вопросы:

Подготовка письменного отчета по теме: Алгебраические операции над векторами в координатах

### **Тема 5. Прямые на плоскости**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Различные формы уравнения прямой на плоскости

### **Тема 6. Прямые и плоскости в пространстве**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Различные формы уравнения прямой в пространстве. 2. Прямая в пространстве. Каноническое уравнение. 3. Прямая и плоскость в пространстве.

### **Тема 7. Перестановки и определители**

контрольная точка , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: 1. Определители второго и третьего порядка. 2. Перестановки  $n$  символов и подстановки  $n$ -ой степени. 3. Определители  $n$ -го порядка. 4. Свойства определителей. 5. Определители треугольного вида и их вычисление. 6. Методы вычисления определителей  $n$ -го порядка 7. Определитель Вандермонда.

### **Тема 8. Крамеровские системы линейных уравнений**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Совместность системы линейных уравнений. 2. Общее и частное решение системы линейных уравнений

### **Тема 9. Алгебра матриц**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Квадратные матрицы. 2. Алгебраические операции во множестве квадратных матриц и их свойства. 3. Обратная матрица. 4. Умножение прямоугольных матриц. Теоремы о ранге произведения матриц.

### **Тема 10. Метод Гаусса**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Решение систем линейных уравнений методом Гаусса

### **Тема 11. Блочные матрицы**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Свойства блочных матриц

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Предусмотрено проведение зачета и экзамена. Билеты для экзамена - Приложение 1.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ:

1. Комплексные числа.

2. Алгебраическая форма записи комплексных чисел.



3. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексных чисел.
4. Определители  $n$ -го порядка.
5. Определители второго и третьего порядка. Формулы Крамера для системы линейных алгебраических уравнений с двумя и тремя неизвестными.
6. Перестановки  $n$  символов и подстановки  $n$ -ой степени.
7. Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Определители треугольного вида и их вычисление.
8. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Теорема Лапласа.
9. Методы вычисления определителей  $n$ -го порядка (метод приведения к треугольному виду, метод рекуррентных соотношений). Определитель Вандермонда.
10. Теория пространства  $V_n$  (пространство  $n$ -мерных строк (столбцов)).
11. Определение пространства  $V_n$ . Линейно-зависимые и независимые системы векторов в пространстве  $V_n$ . Примеры.
12. Лемма о линейной зависимости системы векторов в пространстве  $V_n$ , содержащей более  $n$  векторов.
13. Основные теоремы теории пространства  $V_n$ . Ранг системы векторов.
14. Подпространства пространства  $V_n$ .
15. Ранг матрицы.
16. Определение ранга матрицы. Основная теорема о ранге матрицы.
17. Следствия основной теоремы о ранге матрицы (равенство рангов системы столбцов и строк матрицы, необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя матрицы).
18. Методы вычисления ранга матрицы. Примеры.
19. Системы линейных уравнений.
20. Совместность системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
21. Общее и частное решение системы линейных уравнений. Примеры.
22. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений (ФСР). Основная теорема о ФСР (теорема о размерности пространства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений).

### 7.1. Основная литература:

1. Карчевский Е.М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. Казань: Казанский университет, 2011. 269 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Физматлит, 2010. - 278 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. - 6-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2008. - 280 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2178](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2178)
4. Рудык Б.М. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 318 с. - ISBN-online: 978-5-16-101538-4.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=460611>
5. Шершнев В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 168 с. - ISBN-online: 978-5-16-101126-3.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=455245>
6. Карчевский Е.М., Карчевский М.М. Лекции по геометрии и алгебре. Учебное пособие - Казанский федеральный университет, 2011. - Режим доступа: -  
[http://www.ksu.ru/f9/bin\\_files/G\\_and\\_A\\_lectures.pdf](http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf), свободный. - 222 с.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - Изд-во "Лань", 2004. - 432 с.
2. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: Учеб. для студентов физ. спец. и спец. "Прикладная математика"/ В.А.Ильин. - 6-е изд., стер.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 224 с.
3. Бурмистров Б.Н. Элементы линейной алгебры и аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве: учебное пособие / Б. Н. Бурмистров, Л. Р. Секаева; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Изд-во Казан. гос. ун-та], 2009, 81 с.
4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие для студ.вузов / Д. В. Беклемишев. 10-е изд., испр.. М.: Физматлит, 2003. 304 с.
5. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с.-ISBN-online: 978-5-16-100523-1.  
<http://znanium.com/go.php?id=438021>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Курс высшей алгебры - <http://mathem.h1.ru/kurosh.html>  
Лекции по геометрии и алгебре - [http://www.ksu.ru/f9/bin\\_files/G\\_and\\_A\\_lectures.pdf](http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf)  
Линейная алгебра Ильин Позняк - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2178](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2178)  
Линейная алгебра Рудых - <http://znanium.com/bookread.php?book=460611>  
Основы линейной алгебры и аналитической геометрии - <http://znanium.com/bookread.php?book=455245>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Алгебра и геометрия" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование, математическое моделирование .

Автор(ы):

Рунг Е.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.