

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Дополнительные главы алгебры и геометрии Б2.В.3

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование, математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: второе высшее

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Рунг Е.В.

**Рецензент(ы):**

Бахтиева Л.У.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 967514

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Рунг Е.В. Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики , Elena.Rung@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Курс является логическим продолжением курса "Алгебра и геометрия". Вопросы разрешимости общих систем линейных алгебраических уравнений приводят к необходимости введения и систематического изучения таких фундаментальных понятий как линейное векторное пространство, линейный оператор, линейное уравнение. Изучение этих объектов в простейшем, но, тем не менее, важном для приложений случае конечно-мерного линейного векторного пространства составляет первую часть программы курса. Вторая часть курса базируется на развитии методов теории квадратичных форм, применяющихся для изучения кривых и поверхностей второго порядка.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.В.3 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Дисциплина относится к общепрофессиональному циклу дисциплин, изучается на первом курсе во 2 семестре. Для ее изучения требуется хорошее знание школьной программы по математике и знания, полученные в рамках дисциплины "Алгебра и геометрия". Полученные умения и готовности необходимы для успешного освоения курсов "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения" и других дисциплин данного профиля, а также для успешной подготовки курсовых и дипломной работ.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные методы линейной алгебры и аналитической геометрии;

2. должен уметь:

понимать и применять на практике методы решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии

3. должен владеть:

навыками решения практических задач линейной алгебры и аналитической геометрии

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

: понимание определений и доказательств основных результатов линейной алгебры и аналитической геометрии

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Пространства $R^n$ и $C^n$	1	1	1	0	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Неравенство Коши-Буняковского	1	2	1	0	1	домашнее задание
3.	Тема 3. Линейная зависимость векторов	1	2	1	0	1	домашнее задание
4.	Тема 4. Ранг системы векторов. Ранг матрицы	1	3	1	0	2	письменная работа
5.	Тема 5. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы	1	4	1	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Базисы	1	5	1	0	2	домашнее задание
7.	Тема 7. Подпространства	1	6	1	0	2	контрольная работа
8.	Тема 8. Линейные операторы	1	7	1	0	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Матрица оператора. Некоторые классы операторов	1	8	1	0	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Линейные уравнения	1	9	1	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Инвариантные подпространства. Собственные векторы	1	10	1	0	2	домашнее задание
12.	Тема 12. Треугольная форма оператора	1	11	1	0	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Самосопряженные операторы	1	12	1	0	2	контрольная точка
14.	Тема 14. Унитарные операторы	1	13	1	0	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Операторы в вещественном евклидовом пространстве	1	14	1	0	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Канонический вид квадратичной формы	1	15	1	0	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Положительно определенные квадратичные формы	1	16	1	0	2	домашнее задание
19.	Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка	1	17-18	1	0	4	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			18	0	36	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Пространства $R^n$ и $C^n$

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Аксиомы линейного пространства над полем вещественных (комплексных) чисел.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Скалярное произведение в вещественном (комплексном) пространстве. Длина вектора

**Тема 2. Неравенство Коши-Буняковского**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Тождество Пифагора. Коллинеарные векторы

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Неравенство Коши - Буняковского. Длина вектора

**Тема 3. Линейная зависимость векторов**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Линейно зависимые системы векторов: определение, матричная формулировка, свойство транзитивности, эквивалентные системы

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Линейно независимые системы векторов: определение, линейно независимые подсистемы, теоремы о линейной независимости

**Тема 4. Ранг системы векторов. Ранг матрицы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Максимальные линейно независимые системы векторов: определение, теорема о числе векторов. Ранг системы векторов. Теорема о рангах систем строк и столбцов матрицы

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Ранг матрицы. Теорема о ранге произведения матриц. Вычисление ранга матрицы

**Тема 5. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Ортогональные системы. Критерий линейной независимости системы векторов в пространстве  $S_n$ . Матрица Грамма. Критерий линейной независимости системы векторов в евклидовом пространстве

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Ортогональные системы векторов: определение ортогональной и ортонормированной системы; теорема Грама - Шмидта (процесс ортогонализации)

**Тема 6. Базисы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определение базиса, конечномерные пространства, примеры пространств и базисов, замена базиса.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Ортогональный базис, коэффициенты Фурье, вычисление скалярного произведения, матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому

**Тема 7. Подпространства**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Подпространство линейного пространства: определение, размерность, сумма, пересечение. Теорема о размерности суммы подпространств и следствие из нее

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Подпространство линейного пространства: размерность, сумма, пересечение

**Тема 8. Линейные операторы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Изоморфизм конечномерных пространств. Линейные операторы: определение, примеры, действия над операторами.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Обратный оператор, оператор разложения по базису, изоморфизм конечномерных пространств (определение, теорема об изоморфизме). Линейные функционалы, теорема Рисса

### **Тема 9. Матрица оператора. Некоторые классы операторов**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Некоторые классы операторов. Матрица оператора: определение, свойства, примеры, замена базисов, ранг оператора

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Невырожденные, сопряженные, самосопряженные, унитарные операторы и их матрицы

### **Тема 10. Линейные уравнения**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Линейные уравнения, ортогональное разложение Евклидова пространства и теорема Фредгольма

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Общее решение линейного уравнения, Теорема Кроне-кера-Капелли, теорема о размерности ядра и образа оператора

### **Тема 11. Инвариантные подпространства. Собственные векторы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Собственные векторы. Инвариантные подпространства оператора: определение, упрощение вида матрицы оператора; лемма о взаимно однозначном отображении инвариантного подпространства

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Собственные векторы, теорема о линейной независимости собственных векторов

### **Тема 12. Треугольная форма оператора**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Теорема Шура и теорема о треугольной форме оператора

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Треугольная форма оператора

### **Тема 13. Самосопряженные операторы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Самосопряженные операторы, их собственные числа и собственные векторы, теорема о диагональном виде само-сопряженного оператора. Вариационное описание собственных чисел само-сопряженного оператора

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Теорема о перемежении собственных чисел эрмитовых матриц

### **Тема 14. Унитарные операторы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определение и теорема о диагональном виде унитарного оператора

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Определение и теорема о диагональном виде унитарного оператора

### **Тема 15. Операторы в вещественном евклидовом пространстве**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Ортогональные операторы в одномерном и двумерном пространствах. Ортогональные операторы в пространстве произвольной размерности

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Самосопряженные операторы в вещественном евклидовом пространстве

### **Тема 16. Канонический вид квадратичной формы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**



Квадратичная форма, ее канонический вид, метод Лагранжа. Теорема о конгруэнтных матрицах и закон инерции квадратичных форм

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Квадратичная форма, ее канонический вид, метод Лагранжа. Теорема о конгруэнтных матрицах и закон инерции квадратичных форм

**Тема 17. Положительно определенные квадратичные формы**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определение, критерий Сильвестра

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Критерий Сильвестра

**Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Упрощение общего уравнения кривой второго порядка. Геометрические свойства кривых второго порядка. Поверхности второго порядка, упрощение общего уравнения поверхности второго порядка

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Геометрические свойства поверхностей второго порядка

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Пространства $R^n$ и $C^n$	1	1	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
2.	Тема 2. Неравенство Коши-Буняковского	1	2	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Линейная зависимость векторов	1	2	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
4.	Тема 4. Ранг системы векторов. Ранг матрицы	1	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	5	письменная работа
5.	Тема 5. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы	1	4	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
6.	Тема 6. Базисы	1	5	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
7.	Тема 7. Подпространства	1	6	подготовка к контрольной работе	7	контрольная работа
8.	Тема 8. Линейные операторы	1	7	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Матрица оператора. Некоторые классы операторов	1	8	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
10.	Тема 10. Линейные уравнения	1	9	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
11.	Тема 11. Инвариантные подпространства. Собственные векторы	1	10	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
12.	Тема 12. Треугольная форма оператора	1	11	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
13.	Тема 13. Самосопряженные операторы	1	12	подготовка к контрольной точке	7	контрольная точка
14.	Тема 14. Унитарные операторы	1	13	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
15.	Тема 15. Операторы в вещественном евклидовом пространстве	1	14	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
16.	Тема 16. Канонический вид квадратичной формы	1	15	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
17.	Тема 17. Положительно определенные квадратичные формы	1	16	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
19.	Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка	1	17-18	подготовка к контрольной работе	14	контрольная работа
	Итого				126	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Пространства $R^n$ и $C^n$

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Свойства алгебраических операций. 2. Примеры векторных пространств. 3. Изоморфизм векторных пространств. 4. Базы. Координаты вектора в базе. 5. Размерность векторного пространства.

### Тема 2. Неравенство Коши-Буняковского

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Неравенство Коши-Буняковского

### **Тема 3. Линейная зависимость векторов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: 1. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы векторов в линейных векторных пространствах. 2. Лемма о линейной зависимости системы векторов в пространстве  $V_n$ , содержащей более  $n$  векторов.

### **Тема 4. Ранг системы векторов. Ранг матрицы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: 1. Основные теоремы теории пространства  $V_n$  2. Ранг системы векторов. 3. Ранг матрицы

письменная работа , примерные вопросы:

Подготовка письменного отчета по теме: Ранг матрицы

### **Тема 5. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Критерии линейной независимости векторов. 2. Ортогональные системы 3. Симметрические операторы. 4. Симметрические операторы и ортонормированные базы.

### **Тема 6. Базисы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Базисы. Координаты вектора в базе. 2. Размерность векторного пространства. 3. Матрица перехода от одной базы к другой, теорема о матрице перехода. 4. Преобразование координат вектора при замене базы.

### **Тема 7. Подпространства**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: 1. Подпространства пространства  $V_n$ . 2. Подпространства линейного векторного пространства.

### **Тема 8. Линейные операторы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Линейные операторы, действующие в конечномерных векторных пространствах. 2. Матрица линейного оператора в данной базе. 3. Закон преобразования матрицы линейного оператора при замене базы. 4. Алгебра линейных операторов. Обратный оператор. 5. Размерность пространства линейных операторов, действующих в конечномерном векторном пространстве. 6. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. 7. Ядро и область значений линейного оператора.

### **Тема 9. Матрица оператора. Некоторые классы операторов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Матрица оператора. 2. Некоторые классы операторов

### **Тема 10. Линейные уравнения**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Совместность системы линейных уравнений. 2. Теорема Кронекера-Капелли. 3. Общее и частное решение системы линейных уравнений. 4. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. 5. Фундаментальная система решений (ФСР). 6. Алгоритм построения общего решения неоднородной системы линейных уравнений. 7. Основная альтернатива теории систем линейных уравнений.

### **Тема 11. Инвариантные подпространства. Собственные векторы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их связь с основной задачей линейной алгебры. 2. Алгоритм отыскания собственных значений и собственных векторов линейного оператора. 3. Существование собственного значения и собственного вектора оператора, действующего в комплексном векторном пространстве. 4. Инвариантные подпространства.

### **Тема 12. Треугольная форма оператора**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Треугольная форма оператора

### **Тема 13. Самосопряженные операторы**

контрольная точка , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Самосопряженные операторы. 2. Унитарные и эрмитовы операторы.

### **Тема 14. Унитарные операторы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Унитарные операторы

### **Тема 15. Операторы в вещественном евклидовом пространстве**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Ортогональные операторы, действующие в евклидовом пространстве. 2. Ортогональные операторы и ортонормированные базы. 3. Симметрические операторы. 4. Симметрические операторы и ортонормированные базы. 5. Лемма о характеристических корнях вещественной симметрической матрицы и ее следствие. 6. Основная теорема теории симметрических операторов. 7. Применения основной теоремы теории симметрических операторов (теорема об ортогональном подобии вещественной симметрической матрицы диагональной, приведение квадратичной формы к главным осям, пары форм).

### **Тема 16. Канонический вид квадратичной формы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Вещественные и комплексные формы от  $n$  неизвестных. 2. Матрица и ранг квадратичной формы. 3. Закон преобразования матрицы квадратичной формы при линейном преобразовании неизвестных. 4. Канонический вид квадратичной формы. 5. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.

### **Тема 17. Положительно определенные квадратичные формы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Положительно-определенные квадратичные формы. 2. Первый и второй критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм. 3. Отрицательно-определенные квадратичные формы.

### **Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: 1. Классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. 2. Общие уравнения кривой и поверхности 2-го порядка. 3. Эллипс, гипербола и парабола в канонической системе координат. 4. Классификация кривых второго порядка. 5. Классификация поверхностей второго порядка. 6. Применение инвариантов для определения типа кривой и поверхности второго порядка.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Предусмотрено проведение зачета и экзамена, билеты для экзамена - Приложение 1

**ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ И ЭКЗАМЕНУ:**

1. Пространства  $R^n$  и  $C^n$
2. Линейные и евклидовы пространства

3. Матрица линейного оператора в данной базе.
4. Закон преобразования матрицы линейного оператора при замене базы.
5. Определение евклидова пространства.
6. Комплексное евклидово пространство.
7. Неравенство Коши-Буняковского
8. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы векторов в линейных векторных пространствах.
9. Лемма о линейной зависимости системы векторов в пространстве  $V_n$ , содержащей более  $n$  векторов.
10. Ранг системы векторов. Ранг матрицы
11. Основные теоремы теории пространства  $V_n$ .
12. Ранг системы векторов.
13. Критерии линейной независимости.
14. Ортогональные системы
15. Симметрические операторы.
16. Базы. Координаты вектора в базе.
17. Матрица перехода от одной базы к другой, теорема о матрице перехода.
18. Преобразование координат вектора при замене базы.
19. Подпространства линейного векторного пространства.
20. Линейные операторы
21. Матрица линейного оператора в данной базе.
22. Закон преобразования матрицы линейного оператора при замене базы.
23. Алгебра линейных операторов. Обратный оператор.
24. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
25. Ядро и область значений линейного оператора.
26. Совместность системы линейных уравнений.
27. Теорема Кронекера-Капелли.
28. Общее и частное решение системы линейных уравнений.
29. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.
30. Фундаментальная система решений (ФСР).
31. Алгоритм построения общего решения неоднородной системы линейных уравнений.
32. Треугольная форма оператора
33. Самосопряженные операторы.
34. Ортогональные операторы и ортонормированные базы.
35. Симметрические операторы.
36. Канонический вид квадратичной формы домашнее задание Изучение материалов лекции и решение задач по темам:
37. вещественные и комплексные формы от  $n$  неизвестных.
38. Матрица и ранг квадратичной формы.
39. Закон преобразования матрицы квадратичной формы при линейном преобразовании неизвестных.
40. Канонический вид квадратичной формы.
41. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
42. Положительно-определенные квадратичные формы.
43. Первый и второй критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.
44. Классификация кривых 2-го порядка.
45. Общие уравнения кривой и поверхности 2-го порядка.

46. Эллипс, гипербола и парабола в канонической системе координат.
47. Классификация поверхностей второго порядка.
48. Применение инвариантов для определения типа кривой и поверхности второго порядка.

### 7.1. Основная литература:

1. Карчевский, Е. М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. - Казань: Казанский университет, 2011. - 269 с.
2. Ильин, В. А. Линейная алгебра: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - Изд. 6-е, стер.. - Москва: Физматлит, 2010. - 278 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. - 6-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2008. - 280 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2178](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2178)
4. Столов Е.Л. Категория электронных образовательных ресурсов "Алгебра и геометрия", 2013  
<http://zilant.kpfu.ru/course/category.php?id=89>
5. Шершнева В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / В.Г. Шершнева. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 168 с. - ISBN-online: 978-5-16-101126-3.  
<http://www.znanium.com/go.php?id=455245>
6. Карчевский Е.М., Карчевский М.М. Лекции по геометрии и алгебре. Учебное пособие - Казанский федеральный университет, 2011. - Режим доступа: -  
[http://www.ksu.ru/f9/bin\\_files/G\\_and\\_A\\_lectures.pdf](http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf), свободный. - 222 с.

#### Дополнительная литература:

1. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / И.В.Проскуряков. - 8-е изд.. - М.: Лаб. Базовых Знаний, 2003. - 382 с.
2. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: Учеб. для студентов физ. спец. и спец. "Прикладная математика" / В.А.Ильин. - 6-е изд., стер.. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 224 с.
3. Бурмистров Б.Н. Элементы линейной алгебры и аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве: учебное пособие / Б. Н. Бурмистров, Л. Р. Секаева; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Изд-во Казан. гос. ун-та], 2009, 81 с.
4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие для студ.вузов / Д. В. Беклемишев. - 10-е изд., испр.. - М.: Физматлит, 2003. - 304 с.
5. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - ISBN -online: 978-5-16-100523-1.  
ЭБС "ZNANIUM.COM" <http://znanium.com/go.php?id=438021>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / И.В.Проскуряков. - 8-е изд.. - М.: Лаб. Базовых Знаний, 2003. - 382 с.
2. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: Учеб. для студентов физ. спец. и спец. "Прикладная математика" / В.А.Ильин. - 6-е изд., стер.. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 224 с.
3. Бурмистров Б.Н. Элементы линейной алгебры и аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве: учебное пособие / Б. Н. Бурмистров, Л. Р. Секаева; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Изд-во Казан. гос. ун-та], 2009, 81 с.
4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие для студ.вузов / Д. В. Беклемишев. - 10-е изд., испр.. - М.: Физматлит, 2003. - 304 с.
5. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - ISBN -online: 978-5-16-100523-1.  
ЭБС "ZNANIUM.COM" <http://znanium.com/go.php?id=438021>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Лекции по алгебре и геометрии - [http://www.ksu.ru/f9/bin\\_files/G\\_and\\_A\\_lectures.pdf](http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf)

Линейная алгебра - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2178](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2178)

Основы ЛА и АГ - <http://znanium.com/bookread.php?book=455245>

Прикладные аспекты - <http://znanium.com/go.php?id=438021>

Учебное пособие - <http://znanium.com/bookread.php?book=460611>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дополнительные главы алгебры и геометрии" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Занятия проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование, математическое моделирование .

Автор(ы):

Рунг Е.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.