

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Устойчивость разностных схем БЗ.ДВ.5

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Федотов Е.М.

Рецензент(ы):

Гнеденкова В.Л.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 201__ г

Регистрационный No 9122914

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Федотов Е.М. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,
Eugeny.Fedotov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

В этом курсе изучаются основы теории устойчивости двух- и трехслойных операторно-разностных схем. Учатся применять ее для исследования устойчивости и сходимости разностных схем для основных классов уравнений математической физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина относится к дисциплинам по выбору.

Читается на 4 курсе в 7 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики", "Дополнительные главы уравнений математической физики".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основы теории устойчивости двух- и трехслойных операторно-разностных схем.

2. должен уметь:

применять разностные схемы для исследований устойчивости и сходимости разностных схем для основных классов уравнений математической физики.

3. должен владеть:

теоретическим материалом по изучаемой дисциплине.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять разностные схемы для исследований устойчивости и сходимости разностных схем для основных классов уравнений математической физики.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Методы построения сеточных схем для нестационарных задач математической физики. Построение схем с двух и трёхслойных разностных схем с весами.	7	1, 2	0	4	0	
2.	Тема 2. Исследование погрешности аппроксимации двухслойных и трёхслойных сеточных схем.	7	3,4	0	4	0	
3.	Тема 3. Основные методы исследования устойчивости двухслойных сеточных схем. Принцип максимума, метод гармоник, метод энергетических неравенств.	7	5,6	0	4	0	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Основы теории устойчивости двухслойных операторно-разностных схем. Виды устойчивости схем и их взаимосвязь.	7	7,8	0	4	0	
5.	Тема 5. Устойчивость операторно-разностных схем в классе самосопряжённых и положительно определённых операторов.	7	9,10	0	4	0	
6.	Тема 6. Основы теории устойчивости трёхслойных операторно-разностных схем.	7	11,12	0	4	0	
7.	Тема 7. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости двухслойных разностных схем с весами для параболических уравнений.	7	13,14	0	4	0	контрольная работа
8.	Тема 8. Понятие об экономических разностных схемах. Устойчивость. Методы реализации	7	15,16	0	4	0	
9.	Тема 9. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости трёхслойных разностных схем с весами для гиперболических уравнений.	7	17	0	2	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			0	34	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Методы построения сеточных схем для нестационарных задач математической физики. Построение схем с двух и трёхслойных разностных схем с весами.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Основные задачи математической физики, приводящие к краевым задачам параболического и гиперболического типов. Расчетные сетки, сеточные пространства функций. Методы построения двух и трёхслойных разностных схем с весами.

Тема 2. Исследование погрешности аппроксимации двухслойных и трёхслойных сеточных схем.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Методы исследования погрешности аппроксимации двухслойных и трёхслойных сеточных схем для уравнений параболического и гиперболического типов дивергентного вида.

Тема 3. Основные методы исследования устойчивости двухслойных сеточных схем. Принцип максимума, метод гармоник, метод энергетических неравенств.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Принцип максимума исследования устойчивости разностных схем для уравнения переноса, метод гармоник исследования устойчивости разностных схем для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами. Применение метода энергетических неравенств для получения оценок решения сеточных задач.

Тема 4. Основы теории устойчивости двухслойных операторно-разностных схем. Виды устойчивости схем и их взаимосвязь.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Приведение двухслойных и трёхслойных разностных схем к каноническому виду. Виды устойчивости операторных схем и их взаимосвязь. Теоремы о связях разных типов устойчивости двухслойных операторно-разностных схем.

Тема 5. Устойчивость операторно-разностных схем в классе самосопряжённых и положительно определённых операторов.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Теоремы об устойчивости операторно-разностных схем в классе самосопряжённых и положительно определённых операторов. Устойчивость в энергетических пространствах операторов A и B .

Тема 6. Основы теории устойчивости трёхслойных операторно-разностных схем.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Определение устойчивости трёхслойных операторно-разностных схем. Теоремы об устойчивости трёхслойных операторно-разностных схем при различных условиях на операторы. Оценки решений в различных нормах.

Тема 7. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости двухслойных разностных схем с весами для параболических уравнений.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Применение общих теорем об устойчивости операторно-разностных схем к исследованию устойчивости и сходимости двухслойных разностных схем с весами для уравнения теплопроводности и колебаний. Единственность решений. Оценки точности.

Тема 8. Понятие об экономических разностных схемах. Устойчивость. Методы реализации

практическое занятие (4 часа(ов)):

Понятие об экономических разностных схемах. Регуляризация разностных схем, факторизованные разностные схемы, локально одномерные разностные схемы для параболических уравнений. Методы нахождения решений на временных слоях. Теоремы об устойчивости.

Тема 9. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости трёхслойных разностных схем с весами для гиперболических уравнений.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Построение регуляризованных и экономических разностных схем для уравнения теплопроводности. Исследование устойчивости и сходимости решений разностных схем. Число арифметических операций для вычисления решения на временном слое.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Методы построения сеточных схем для нестационарных задач математической физики. Построение схем с двух и трёхслойных разностных схем с весами.	7	1, 2	Домашняя работа	4	Домашняя работа
2.	Тема 2. Исследование погрешности аппроксимации двухслойных и трёхслойных сеточных схем.	7	3,4	Домашняя работа	4	Домашняя работа
3.	Тема 3. Основные методы исследования устойчивости двухслойных сеточных схем. Принцип максимума, метод гармоник, метод энергетических неравенств.	7	5,6	Домашняя работа	2	Домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
4.	Тема 4. Основы теории устойчивости двухслойных операторно-разностных схем. Виды устойчивости схем и их взаимосвязь.	7	7,8	Домашняя работа	4	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Устойчивость операторно-разностных схем в классе самосопряжённых и положительно определённых операторов.	7	9,10	Домашняя работа	4	Домашняя работа
6.	Тема 6. Основы теории устойчивости трёхслойных операторно-разностных схем.	7	11,12	Домашняя работа	4	Домашняя работа
7.	Тема 7. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости двухслойных разностных схем с весами для параболических уравнений.	7	13,14	Домашняя работа	2	Домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
8.	Тема 8. Понятие об экономичных разностных схемах. Устойчивость. Методы реализации	7	15,16	Домашняя работа	4	Домашняя работа
9.	Тема 9. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости трёхслойных разностных схем с весами для гиперболических уравнений.	7	17	Домашняя работа	6	Домашняя работа
Итого					38	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Методы построения сеточных схем для нестационарных задач математической физики. Построение схем с двух и трёхслойных разностных схем с весами.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Построить разностные схемы с весами для уравнения теплопроводности. Построить явную и симметричную разностные схемы для уравнения теплопроводности. Построить разностные схемы с весами для уравнений колебаний струны и переноса. Построить явные и симметричные разностные схемы для уравнения колебаний.

Тема 2. Исследование погрешности аппроксимации двухслойных и трёхслойных сеточных схем.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Определить погрешность аппроксимации разностных схем для уравнений теплопроводности, переноса и колебаний. Исследовать погрешность аппроксимации разностных схем методом Лагранжа по порядку шагов сеток.

Тема 3. Основные методы исследования устойчивости двухслойных сеточных схем. Принцип максимума, метод гармоник, метод энергетических неравенств.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Построить явные и неявные схемы для уравнения переноса. Исследовать устойчивость и неустойчивость явных схем для уравнения переноса методами гармоник и принципом максимума.

контрольная работа , примерные вопросы:

Исследовать устойчивость разностной схемы с весами для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами. коэффициентами.

Тема 4. Основы теории устойчивости двухслойных операторно-разностных схем. Виды устойчивости схем и их взаимосвязь.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Привести разностные схемы с весами для уравнения теплопроводности к каноническому виду. Определить понятия видов устойчивости схем по начальным данным, правой части, устойчивости. Когда из устойчивости по правой части следует устойчивость по начальным данным.

Тема 5. Устойчивость операторно-разностных схем в классе самосопряжённых и положительно определённых операторов.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Операторные неравенства для самосопряженных операторов. Связь устойчивости сеточной схемы с оценкой нормы операторов перехода. Необходимые и достаточные условия справедливости оценок. Следствия наличия оценок для норм операторов. Устойчивость сеточных схем.

Тема 6. Основы теории устойчивости трёхслойных операторно-разностных схем.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Привести разностные схемы с весами для уравнения колебаний к каноническому виду. Определить понятия видов устойчивости схем по начальным данным, правой части, устойчивости. Доказать теорему об устойчивости в классе самосопряженных положительно определенных операторов.

Тема 7. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости двухслойных разностных схем с весами для параболических уравнений.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Построить разностные схемы с весами для уравнений теплопроводности.

контрольная работа , примерные вопросы:

Исследовать погрешность аппроксимации схем. Воспользоваться общими теоремами для проверки условий устойчивости схем. Получить оценки точности.

Тема 8. Понятие об экономичных разностных схемах. Устойчивость. Методы реализации

Домашняя работа , примерные вопросы:

Построить локально одномерную разностную схему с весами для уравнения теплопроводности и разностную схему переменных направлений. Исследовать погрешность аппроксимации схем. Указать способ нахождения приближенного решения.

Тема 9. Применение общей теории устойчивости операторно-разностных схем для исследования устойчивости и сходимости трёхслойных разностных схем с весами для гиперболических уравнений.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Используя общие теоремы об устойчивости, исследовать разрешимость, устойчивость и сходимость разностных схем для уравнения колебаний и трехслойную схемы для уравнения теплопроводности.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета.

Приложение 1. Примерные вопросы к зачёту по дисциплине

1. Определить понятие устойчивости разностных схем
2. Определить понятие устойчивости разностных схем по начальным данным
3. Определить понятие устойчивости разностных схем по правой части
4. Определить понятие равномерной устойчивости разностных схем по начальным данным
5. Определить понятие p -устойчивости разностных схем по начальным данным
6. Доказать, что из устойчивости ОРС по начальным данным и правой части следует её устойчивость
7. Доказать, что из устойчивости ОРС следует её устойчивость по начальным данным и правой части
8. Доказать, что из равномерной устойчивости ОРС по начальным данным следует её устойчивость
9. Доказать, что из ϵ -устойчивости ОРС по начальным данным при подходящих значениях параметра следует её устойчивость
10. Исследовать устойчивость явных противопотоковых разностных схем для уравнения переноса
11. Исследовать устойчивость неявной противопотоковой разностной схемы для уравнения переноса
12. Доказать абсолютную неустойчивость разностной схемы для уравнения переноса с аппроксимацией пространственной производной "по потоку"
13. Доказать абсолютную неустойчивость разностной схемы для уравнения переноса с центральной аппроксимацией пространственной

14. Исследовать устойчивость разностной схемы В.К. Саульева
15. Приведение к каноническому виду двухслойной ОРС
16. Исследовать устойчивости разностной схемы с весами для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами
17. Исследовать устойчивость ОРС с весами с самосопряжённым пространственным оператором
18. Приведение к каноническому виду двухслойной ОРС с весами

7.1. Основная литература:

1. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т. Казань: Казанский университет, 2012. 121, [1] с.: ил.; 21. Библиогр. в конце кн. (3 назв.).
2. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н. Н. Калиткин. 2-е изд., исправленное. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 586 с.: ил. (Учебная литература для вузов). - ISBN 978-5-9775-0500-0. [www.znanium.com](http://znanium.com) <http://znanium.com/bookread.php?book=350803>
3. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 <http://znanium.com/go.php?id=364601>
4. Зализняк В. Е. Теория и практика по вычислительной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 174 с. - ISBN 978-5-7638-2498-8. <http://www.znanium.com/go.php?id=441232>

7.2. Дополнительная литература:

1. Масловская Л. В. Численные методы. Математический анализ и дифференциальные уравнения: [учебник] для студентов и аспирантов университетов и вузов, изучающих вычислительную математику и ее приложения, а также для специалистов по численному анализу / Л. В. Масловская, О. М. Масловская. Симферополь: Таврия, 2008. 329 с.
2. Гулин А. В. Устойчивость нелокальных разностных схем / А. В. Гулин, Н. И. Ионкин, В. А. Морозова; Моск. гос. ун-т, Фак. вычисл. математики и кибернетики. Москва: УРСС, 2008. 314, [1] с.; 22. Предм. указ. в конце кн.. Библиогр.: с. 308-315 (78 назв.). ISBN 978-5-382-00682-6.
3. Самарский А. А. Введение в численные методы: учебное пособие для вузов / А. А. Самарский. 3-е изд., стер.. СПб.: Лань, 2005. 288 с.. (Учебники для вузов. Спец. литература). ISBN 5-8114-0602-9: p.183.00.
4. Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. Издание 2-е, исправленное. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 320 с.: табл., ил.; 22. Рез.: англ.. Библиогр.: с. 313-316 (89 назв.). ISBN 5-9221-0120-X.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем. Москва: Б.и., 1983.

7.3. Интернет-ресурсы:

- Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>
Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>
Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Устойчивость разностных схем" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Федотов Е.М. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Гнеденкова В.Л. _____

"__" _____ 201__ г.