

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение

высшего профессионального образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор

по образовательной деятельности КФУ

Проф. Минзарипов Р.Г.

"___" 20___ г.

Программа дисциплины

Доп. главы МДТТ М1.Б.5

Направление подготовки: 010800.68 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика жидкости, газа и плазмы

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Султанов Л.У.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201____ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201____ г

Регистрационный №

Казань

2013

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Султанов Л.У. Кафедра теоретической механики отделение механики , Lenar.Sultanov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Дополнительные главы МДТТ" являются освоение современного изложения в безындексной тензорной форме основных положений МСС. В первой части даются сведения о кинематике конечных деформаций и произвольных течений. При этом используются следующие группы тензоров: градиенты деформации и места, меры деформаций, тензоры искажения, логарифмические деформации, тензоры деформации, тензор деформации скорости и вращения, пространственная мера скорости искажения и др. Выводятся соотношения связывающие эти тензоры между собой. Вторая часть посвящена построению балансовых уравнений в дифференциальной и вариационной формах. При этом используются различные способы описания движения: лагранжевый, эйлеровский и произвольная лагранжево-эйлеровская постановка. Выводятся вариационные уравнения принципа виртуальных перемещений и принципа виртуальных мощностей. Особое внимание уделяется построению сопряженных пар тензоров, описывающих кинематику деформирования и напряженное состояние. Даётся классификация тензоров на классы инвариантных и ин-дифферентных тензоров (материальных и пространственных тензоров), вводятся обобщенные производные Яуманна, Труслелла, Грина-Нагди, Ли. На примере одномерных моделей даются основы реологии и техники построения сложных моделей. Рассматриваются способы обобщения этих моделей на трехмерное НДС и конечные деформации.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "М1.Б.5 Общенаучный" основной образовательной программы 010800.68 Механика и математическое моделирование и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестре.

Дисциплина относится к вариативной части профессионального цикла.

Настоящий курс ориентирован на студентов, обладающих фундаментальной подготовкой по математике и механике, которую дают на механико-математических факультетах (или аналогичных) ведущих университетах страны. Дисциплина основывается на знаниях, полученных при освоении дисциплин: Математический анализ; Алгебра; Дифференциальные уравнения; Уравнения математической физики; Общая физика; Теоретическая и прикладная механика; Основы МСС.

Знания и навыки, полученные при изучении курса "Дополнительные главы МДТТ", используются студентами при выполнении курсовых и дипломных работ.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

сущность различных тензорных мер деформаций и связи между ними;

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение. Классификация нелинейных проблем. Геометрическая нелинейность: большие деформации и перемещения, малые деформации и конечные перемещения, учет предварительных напряжений. Физическая нелинейность: пластичность, ползучесть, вязкость, сложные реологические модели, пределальное состояние и т.д. Контактное взаимодействие. Примеры. Основы тензорной алгебры, ?прямое тензорное исчисление?. Базис, векторы, тензоры, скалярное произведение, свертка, векторное произведение, символы Леви-Чивита. Главные оси, главные значения симметричных тензоров, инварианты, целые и дробные степени тензора, тождество Гамильтона-Кэли. Ортогональный тензор, полярное разложение, кососимметричный тензор. Тензорные функции, производные инвариантов тензора по тензору.	9	1	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	<p>Тема 2. Кинематика больших деформаций Актуальная и начальная конфигурации, вектор конечных перемещений. Оператор Гамильтона для недеформированной и деформированной конфигураций. Тензоры градиента места и деформации и тензоры обратные к ним. Физический смысл этих тензоров. Тензоры меры деформации: мера деформации Коши-Грина (правый тензор Коши-Грина), мера деформации Фингера (левый тензор Коши-Грина), мера деформации Альманси (левый тензор Пиолы), правый тензор Пиолы, их геометрический смысл. Полярное разложение градиента деформации, правый и левый тензоры искажения, ортогональный тензор жесткого вращения. Внутренние связи между введенными тензорами, их главные значения как отношения длин элементарных отрезков в исходном и актуальном состояниях. Инварианты мер деформаций. Логарифмическая мера деформации. Тензор деформаций Грина</p>	9	2-4	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Кинематика течения среды. Вектор скорости, подходы Лагранжа и Эйлера описания течения. Вектор ускорения, материальная, частная и конвективная производные по времени. Материальные производные градиента деформации, меры деформации Коши-Грина и тензора деформации Грина. Пространственный градиент скорости, его кинематический смысл. Тензор деформации скорости, его физический смысл, тензор скорости поворота. Соотношения, связывающие введенные тензоры. Пространственная мера искажения скорости, тензор скорости вращения (спин), движение без вращений. Скорость изменения объем.	9	5-6	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Уравнения движения. Тензор истинных напряжений Коши-Эйлера, векторы напряжений на ортогональных и произвольно ориентированных площадках. Законы сохранения массы и количества движения в рамках подхода Лагранжа, уравнения движения (равновесия) в актуальном состоянии. Уравнение сохранения момента количества движения, симметричность тензора напряжений Коши-Эйлера. Уравнения сохранения массы и количества движения в рамках подхода Эйлера, уравнения неразрывности и движения. Описание движения в подвижных областях (произвольная Лагранжево-Эйлеровская постановка). Векторы скоростей движения материальной частицы и ?системы отсчета?, материальная производная по времени. Закон сохранения массы и различные формы уравнения неразрывности. Закон сохранения количества движения и различные формы уравнения движения. Балансовые уравнения движения среды в деформируемой области.	9	7-10	0	0	0	
	Регистрационный номер Страница 8 из 17.						 ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ <small>Информационно-аналитическая система КНУ</small>

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	<p>Тема 5. Вариационные уравнения. Работа внешних и внутренних сил на виртуальных перемещениях. Уравнение виртуальных работ относительно исходной конфигурации, потенциальная энергия деформации, сопряженные по энергии пары тензоров напряжений и тензоров мер деформаций. Физический смысл слагаемых в уравнении виртуальных работ. Элементарная работа внутренних сил в актуальном состоянии, уравнение виртуальных работ в текущей конфигурации. Мощность внутренних сил, кинетическая энергия, работа внешних сил за единицу времени, закон сохранения механической энергии. Четыре формы выражения мощности внутренних сил для исходной и актуальной конфигураций, сопряженные пары тензоров по мощности, тензор истинных напряжений во вращающейся системе координат. Уравнение виртуальных скоростей для исходного и текущего состояний. Уравнения Эйлера соответствующих вариационных задач,</p>						

различные формы уравнений движения и си-ловых граничных условий. Вариационные уравнения

9	11-14	0	0	0
---	-------	---	---	---

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Объективные производные напряжений. Понятие и условие объективности вектора и тензора при жестких вращениях. Понятие и условия инвариантности и изотропности. Классификация введенных тензоров для описания деформации и течения среды (градиенты деформации, меры деформации, их материальные производные, деформации скорости, скорости вращения и т.д.). Классификация тензоров напряжений. Введение индифферентных (объективных, коротационных, конститутивных) производных тензора напряжений Коши-Эйлера в форме Яуманна, Труслелла и Грина-Нагди. Вывод соотношений, связывающих различные виды производных напряжений.	9	15-16	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Реологические модели. Простейшие реологические модели: упругая среда, жесткопластическое тело Мизеса, вязкая среда, температурное расширение, односторонний контакт. Сложные модели: упруго-вязкая среда Кельвина-Фойхта, релаксирующая среда Максвелла, упругопластическое тело Прандля, упругопластическая и жесткопластическая среды с подкреплением, вязкопластическая среда Бингама, сыпучая среда, разномодульный материал, вязко-упругопластическая сыпучая среда, модели термо-вязко-упруго-пластических материалов с различным соединением простейших элементов. Пути обобщения сформулированных моделей для случая больших поворотов, больших перемещений и конечных деформаций.	9	17-18	0	0	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. Классификация нелинейных проблем. Геометрическая нелинейность: большие деформации и перемещения, малые деформации и конечные перемещения, учет предварительных напряжений. **Физическая нелинейность:** пластичность, ползучесть, вязкость, сложные реологические модели, предельное состояние и т.д. **Контактное взаимодействие.** Примеры. Основы тензорной алгебры, ?прямое тензорное исчисление?. Базис, векторы, тензоры, скалярное произведение, свертка, векторное произведение, символы Леви-Чивита. Главные оси, главные значения симметричных тензоров, инварианты, целые и дробные степени тензора, тождество Гамильтона-Кэли. Ортогональный тензор, полярное разложение, кососимметричный тензор. Тензорные функции, производные инвариантов тензора по тензору.

Тема 2. Кинематика больших деформаций Актуальная и начальная конфигурации, вектор конечных перемещений. Опера-тор Гамильтона для недеформированной и деформированной конфигураций. Тензоры градиента места и деформации и тензоры обратные к ним. Физический смысл этих тензоров. Тензоры меры деформации: мера деформации Коши-Грина (правый тензор Коши-Грина), мера деформации Фингера (левый тензор Коши-Грина), мера деформации Альманси (левый тензор Пиолы), правый тензор Пиолы, их геометрический смысл. Полярное разложение градиента деформации, правый и левый тензоры искажения, ортогональный тензор жесткого вращения. Внутренние связи между введенными тензорами, их главные значения как отношения длин элементарных отрезков в исходном и актуальном состояниях. **Инварианты мер деформаций.** Логарифмическая мера деформации. Тензор деформаций Грина

Тема 3. Кинематика течения среды. Вектор скорости, подходы Лагранжа и Эйлера описания течения. Вектор ускорения, материальная, частная и конвективная производные по времени. Материальные производные градиента деформации, меры деформации Коши-Грина и тензора деформации Грина. Пространственный градиент скорости, его кинематический смысл. Тензор деформации скорости, его физический смысл, тензор скорости поворота. Соотношения, связывающие введенные тензоры. Пространственная мера искажения скорости, тензор скорости вращения (спин), движение без вращений. Скорость изменения объема.

Тема 4. Уравнения движения. Тензор истинных напряжений Коши-Эйлера, векторы напряжений на ортогональных и произвольно ориентированных площадках. Законы сохранения массы и количества движения в рамках подхода Лагранжа, уравнения движения (равновесия) в актуальном состоянии. Уравнение сохранения момента количества движения, симметричность тензора напряжений Коши-Эйлера. Уравнения сохранения массы и количества движения в рамках подхода Эйлера, уравнения неразрывности и движения. Описание движения в подвижных областях (произвольная Лагранжево-Эйлеровская постановка). Векторы скоростей движения материальной частицы и ?системы отсчета?, материальная производная по времени. Закон сохранения массы и различные формы уравнения неразрывности. Закон сохранения количества движения и различные формы уравнения движения. Балансовые уравнения движения среды в деформируемой области.

Тема 5. Вариационные уравнения. Работа внешних и внутренних сил на виртуальных перемещениях. Уравнение виртуальных работ относительно исходной конфигурации, потенциальная энергия деформации, сопряженные по энергии пары тензоров напряжений и тензоров мер деформаций. Физический смысл слагаемых в уравнении виртуальных работ. Элементарная работа внутренних сил в актуальном состоянии, уравнение виртуальных работ в текущей конфигурации. Мощность внутренних сил, кинетическая энергия, работа внешних сил за единицу времени, закон сохранения механической энергии. Четыре формы выражения мощности внутренних сил для исходной и актуальной конфигураций, сопряженные пары тензоров по мощности, тензор истинных напряжений во вращающейся системе координат. Уравнение виртуальных скоростей для исходного и текущего состояний. Уравнения Эйлера соответствующих вариационных задач, различные формы уравнений движения и силовых граничных условий. Вариационные уравнения

Тема 6. Объективные производные напряжений. Понятие и условие объективности вектора и тензора при жестких вращениях. Понятие и условия инвариантности и изотропности. Классификация введенных тензоров для описания деформации и течения среды (градиенты деформации, меры деформации, их материальные производные, деформации скорости, скорости вращения и т.д.). Классификация тензоров напряжений. Введение индифферентных (объективных, коротационных, конститутивных) производных тензора напряжений Коши-Эйлера в форме Яуманна, Труслелла и Грина-Нагди. Вывод соотношений, связывающих различные виды производных напряжений.

Тема 7. Реологические модели. Простейшие реологические модели: упругая среда, жесткопластическое тело Мизеса, вязкая среда, температурное расширение, односторонний контакт. Сложные модели: упруго-вязкая среда Кельвина-Фойхта, релаксирующая среда Максвелла, упругопластическое тело Прандля, упругопластическая и жесткопластическая среды с подкреплением, вязкопластическая среда Бингама, сыпучая среда, разномодульный материал, вязко-упругопластическая сыпучая среда, модели термо-вязко-упруго-пластических материалов с различным соединением простейших элементов. Пути обобщения сформулированных моделей для случая больших поворотов, больших перемещений и конечных деформаций.

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Курсы лекций и семинарских занятий, организованные по стандартной технологии.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение. Классификация нелинейных проблем. Геометрическая нелинейность: большие деформации и перемещения, малые деформации и конечные перемещения, учет предварительных напряжений. Физическая нелинейность: пластичность, ползучесть, вязкость, сложные реологические модели, предельное состояние и т.д. Контактное взаимодействие. Примеры. Основы тензорной алгебры, ?прямое тензорное исчисление?. Базис, векторы, тензоры, скалярное произведение, свертка, векторное произведение, символы Леви-Чивита. Главные оси, главные значения симметричных тензоров, инварианты, целые и дробные степени тензора, тождество Гамильтона-Кэли. Ортогональный тензор, полярное разложение, кососимметричный тензор. Тензорные функции, производные инвариантов тензора по тензору.

Тема 2. Кинематика больших деформаций Актуальная и начальная конфигурации, вектор конечных перемещений. Оператор Гамильтона для недеформированной и деформированной конфигураций. Тензоры градиента места и деформации и тензоры обратные к ним. Физический смысл этих тензоров. Тензоры меры деформации: мера деформации Коши-Грина (правый тензор Коши-Грина), мера деформации Фингера (левый тензор Коши-Грина), мера деформации Альманси (левый тензор Пиолы), правый тензор Пиолы, их геометрический смысл. Полярное разложение градиента деформации, правый и левый тензоры искажения, ортогональный тензор жесткого вращения. Внутренние связи между введенными тензорами, их главные значения как отношения длин элементарных отрезков в исходном и актуальном состояниях. Инварианты мер деформаций. Логарифмическая мера деформации. Тензор деформаций Грина

Тема 3. Кинематика течения среды. Вектор скорости, подходы Лагранжа и Эйлера
описания течения. Вектор ускорения, материальная, частная и конвективная производные по времени. Материальные производные градиента деформации, меры деформации Коши-Грина и тензора деформации Грина. Пространственный градиент скорости, его кинематический смысл. Тензор деформации скорости, его физический смысл, тензор скорости поворота. Соотношения, связывающие введенные тензоры. Пространственная мера искажения скорости, тензор скорости вращения (спин), движение без вращений. Скорость изменения объема.

Тема 4. Уравнения движения. Тензор истинных напряжений Коши-Эйлера, векторы напряжений на ортогональных и произвольно ориентированных площадках. Законы сохранения массы и количества движения в рамках подхода Лагранжа, уравнения движения (равновесия) в актуальном состоянии. Уравнение со-хранения момента количества движения, симметричность тензора напряжений Коши-Эйлера. Уравнения сохранения массы и количества движения в рамках подхода Эйлера, уравнения неразрывности и движения. Описание движения в подвижных областях (произвольная Лагранжево-Эйлеровская постановка). Векторы скоростей движения материальной частицы и системы отсчета?, материальная производная по времени. Закон сохранения массы и различные формы уравнения неразрывности. Закон сохранения количества движения и различные формы уравнения движения. Балансовые уравнения движения среды в деформируемой области.

Тема 5. Вариационные уравнения. Работа внешних и внутренних сил на виртуальных перемещениях. Уравнение виртуальных работ относительно исходной конфигурации, потенциальная энергия деформации, сопряженные по энергии пары тензоров напряжений и тензоров мер деформаций. Физический смысл слагаемых в уравнении виртуальных работ. Элементарная работа внутренних сил в актуальном состоянии, уравнение виртуальных работ в текущей конфигурации. Мощность внутренних сил, кинетическая энергия, работа внешних сил за единицу времени, закон сохранения механической энергии. Четыре формы выражения мощности внутренних сил для исходной и актуальной конфигураций, сопряженные пары тензоров по мощности, тензор истинных напряжений во вращающейся системе координат. Уравнение виртуальных скоростей для исходного и текущего состояний. Уравнения Эйлера соответствующих вариационных задач, различные формы уравнений движения и силовых граничных условий. Вариационные уравнения

Тема 6. Объективные производные напряжений. Понятие и условие объективности вектора и тензора при жестких вращениях. Понятие и условия инвариантности и изотропности. Классификация введенных тензоров для описания деформации и течения среды (градиенты деформации, меры деформации, их материальные производные, деформации скорости, скорости вращения и т.д.). Классификация тензоров напряжений. Введение индифферентных (объективных, коротационных, конститутивных) производных тензора напряжений Коши-Эйлера в форме Яуманна, Труделла и Грина-Нагди. Вывод соотношений, связывающих различные виды производных напряжений.

Тема 7. Реологические модели. Простейшие реологические модели: упругая среда, жесткопластическое тело Мизеса, вязкая среда, температурное расширение, односторонний контакт. Сложные модели: упруго-вязкая среда Кельвина-Фойхта, релаксирующая среда Максвелла, упругопластическое тело Прандля, упругопластическая и жесткопластическая среды с подкреплением, вязкопластическая среда Бингама, сыпучая среда, разномодульный материал, вязко-упругопластическая сыпучая среда, модели термо-вязко-упруго-пластических материалов с различным соединением простейших элементов. Пути обобщения сформулированных моделей для случая больших поворотов, больших перемещений и конечных деформаций.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски.

Контрольные вопросы задач практикума приведены в соответствующих разделах учебно-методической литературы.

Итоговый контроль проводится в виде зачета. Зачет ставится на основании выполнения заданий практикума.

7.1. Основная литература:

1. Голованов А.И., Султанов Л.У. Теоретические основы вычислительной нелинейной механики. Курс лекций. - Казань, КГУ. 2008.
2. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритм, приложения. - М.: Наука, 1986. - 232 с.
3. Левитас В.И. Большие упругопластические деформации материалов при высоком давлении. - Киев: Наукова думка, 1987.
4. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. - М.: Наука, 1980. - 512 с.
5. Голованов А.И., Султанов Л.У. Математические модели вычислительной нелинейной механики. - Казань, КГУ. 2009.

7.2. Дополнительная литература:

1. Голованов А.И., Бережной Д.В. Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел. - Казань, "ДАС", 2001.
2. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. - М.:Мир, 1987.
3. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. - Новосибирск, 2000. - 262 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Доп. главы МДТТ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010800.68 "Механика и математическое моделирование" и магистерской программе Механика жидкости, газа и плазмы .

Автор(ы):

Султанов Л.У. _____
"___" 201 ___ г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г. _____
"___" 201 ___ г.