

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Функциональный анализ БЗ.Б.6

Направление подготовки: 010800.62 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Шерстнев А.Н.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2013

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Шерстнев А.Н.

### **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины "Функциональный анализ" являются: получение базовых знаний по функциональному анализу: мера Лебега, продолжение меры с полукольца на сигма-алгебру, описание мер на борелевской алгебре числовой прямой, измеримые функции, сходимости почти всюду, конструкция интеграла Лебега, теоремы о предельном переходе под знаком интеграла, интеграл Лебега-Стилтьеса, метрические пространства, пополнение метрического пространства, метод сжимающих отображений и его применения, критерий компактности метрического пространства, нормированные и банаховы пространства, линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах, основные принципы линейного анализа (теоремы Хана-Банаха, Банаха-Штейнгауза, Банаха), гильбертовы пространства, теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве, самосопряженные, унитарные операторы; ортопроекторы, компактные операторы, спектр эрмитова и унитарного оператора, строение спектра компактного оператора (теорема Рисса-Шаудера), спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора, приложения к интегральным уравнениям Фредгольма (теоремы Фредгольма), интегральные уравнения с симметрическим ядром. При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач, связанных с приложениями методов функционального анализа в механике.

### **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б3.Б.6 Профессиональный" основной образовательной программы 010800.62 Механика и математическое моделирование и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

Дисциплина входит в базовую часть профессионального цикла.

Получаемые знания необходимы для понимания и освоения курсов теории вероятностей, математической статистики, методов оптимизации, а также профильных дисциплин направления механики и математического моделирования.

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, алгебра.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и результаты по функциональному анализу ( мера и интеграл Лебега, полные метрические и нормированные пространства, принцип сжимающих отображений, ограниченные линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах, основные принципы линейного анализа, свойства компактных операторов в гильбертовых пространствах, спектральная теорема для компактного самосопряженного оператора, приложения к интегральным уравнениям Фредгольма (теоремы Фредгольма).

2. должен уметь:

Уметь высчитать интегралы Лебега-Стилтьеса. Уметь применять метод сжимающих отображений для доказательства существования и единственности решения функциональных уравнений, систем линейных уравнений, интегральных уравнений в основных функциональных пространствах. Уметь вычислять нормы ограниченных линейных функционалов и операторов

3. должен владеть:

методами теории меры и интеграла, линейного анализа, теории компактных операторов в гильбертовом пространстве.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Мера Лебега.<br>Измеримые функции.<br>Интеграл Лебега.<br>Интеграл<br>Лебега-Стилтьеса на<br>числовой прямой.                                  | 5       | 1-5                | 0   | 0                       | 0                      |                           |
| 2. | Тема 2. Метрические<br>пространства.<br>Критерий<br>компактности.<br>Принцип сжимающих<br>отображений.<br>Нормированные и<br>банаховы<br>пространства. | 5       | 6-18               | 0   | 0                       | 0                      |                           |
| 3. | Тема 3. Линейные<br>отображения и<br>функционалы в<br>нормированных и<br>гильбертовых<br>пространствах.<br>Основные принципы<br>линейного анализа.     | 6       | 1-9                | 0   | 0                       | 0                      |                           |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 4. | Тема 4. Уравнения с компактными операторами.<br>Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода | 6       | 10-17              | 0   | 0                       | 0                      |                           |
|    | Тема . Итоговая форма контроля   | 5       |                    | 0   | 0                       | 0                      | зачет                     |
|    | Тема . Итоговая форма контроля   | 6       |                    | 0   | 0                       | 0                      | экзамен                   |
|    | Итого  |         |                    | 0   | 0                       | 0                      |                           |

## 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега. Интеграл Лебега-Стилтьеса на числовой прямой.**

**Тема 2. Метрические пространства. Критерий компактности. Принцип сжимающих отображений. Нормированные и банаховы пространства.**

**Тема 3. Линейные отображения и функционалы в нормированных и гильбертовых пространствах. Основные принципы линейного анализа.**

**Тема 4. Уравнения с компактными операторами. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода**

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, коллоквиум, зачёт и экзамен. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В каждом семестре проводятся контрольные работы (на лабораторных занятиях). Зачет выставляется по положительным результатам выполнения контрольных работ и самостоятельной работы в течении семестра, а также успешной сдачи теоретического материала по прилагаемой программе. К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега. Интеграл Лебега-Стилтьеса на числовой прямой.**

**Тема 2. Метрические пространства. Критерий компактности. Принцип сжимающих отображений. Нормированные и банаховы пространства.**

**Тема 3. Линейные отображения и функционалы в нормированных и гильбертовых пространствах. Основные принципы линейного анализа.**

**Тема 4. Уравнения с компактными операторами. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода**

**Тема . Итоговая форма контроля**

## Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ. Экзамены оцениваются переводом набранных по дисциплине баллов в оценки: неудовлетворительно, посредственно, удовлетворительно, хорошо, очень хорошо, отлично. Варианты контрольных заданий и программы зачёта и экзамена приведены в приложениях 1 и 2. Распределение баллов по видам контроля приведены в приложении 3. Методические рекомендации приведены в приложении 4.

### 7.1. Основная литература:

1. Шерстнев А. Н., Конспект лекций по математическому анализу (4-е издание).-- Казань: Казанский государственный университет, 2005. -- 373 с., 5-ое издание:  
<http://www.ksu.ru/f5/index.php?id=7>
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М: Наука, 1976. - 543 с.
3. Насыров С.Р., Метрические и линейные нормированные пространства.-- Казань: КГУ, 2008.-- 36 с.

### 7.2. Дополнительная литература:

4. Антонец А.Б., Князев П.Н. Радыно Я.В., Задачи и упражнения по функциональному анализу. -- Минск: Выш. школа, 1978. -- 205 с.
5. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С., Задачи и упражнения по функциональному анализу. -- М: Наука, 1984. -- 256 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Функциональный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010800.62 "Механика и математическое моделирование" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Шерстнев А.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.