

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Дифференциальные уравнения БЗ.Б.2

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Плещинский Н.Б.

**Рецензент(ы):**

Бадриев И.Б.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Плещинский Н.Б. , Nikolai.Pleshchinskii@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является систематическое изучение методов решения и исследования дифференциальных уравнений и граничных задач, которые используются в качестве математических моделей широкого круга процессов физики, техники, экономики и других разделов естествознания. Особое внимание уделяется постановке и методам решения граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе приближенным и численным методам.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 2 курсе в 3 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Дисциплина существенно использует многие разделы дисциплин "Математический анализ", "Алгебра и геометрия" и является основой для дисциплин "Уравнения математической физики" и "Численные методы".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные принципы сведения к дифференциальным уравнениям широкого круга задач физики, техники и экономики.

2. должен уметь:

ориентироваться в классических и современных методах доказательства теорем существования и единственности решений начальных и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, в точных и приближенных методах их решения;

3. должен владеть:

теоретическими знаниями, связанными с классификацией дифференциальных уравнений и выбором методов их решения.

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

приобрести навыки построения в квадратурах решений различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений и простейших уравнений с частными производными.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в теорию ДУ. Терминология и определения. Задачи, приводящиеся к ДУ.	3		1	0	2	
2.	Тема 2. Уравнения первого порядка, разрешаемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Интегрирующий множитель.	3		1	0	2	
3.	Тема 3. Существование и единственность решения задачи Коши. Существование решения. Единственность решения. Принцип сжимающих отображений.	3		1	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Приближенные и численные методы решения ДУ. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности метода Эйлера. Программная реализация численных методов.	3		1	0	2	
5.	Тема 5. Зависимость решения задачи Коши от исходных данных.	3		1	0	2	
6.	Тема 6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Условия существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра (метод предварительного дифференцирования). Особые решения.	3		1	0	2	
7.	Тема 7. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений нормальных систем. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных.	3		1	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Линейные дифференциальные уравнения порядка $n$ . Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем линейных уравнений методом исключения.	3		1	0	2	
9.	Тема 9. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Метод Эйлера. Неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов.	3		1	0	2	
10.	Тема 10. Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.	3		1	0	2	
11.	Тема 11. Операционный метод. Преобразование Лапласа. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели электрических цепей.	3		1	0	2	
12.	Тема 12. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя.	3		1	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Краевые задачи для линейных ДУ 2-го порядка. Метод пристрелки и метод прогонки. Метод функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля (задача на собственные значения).	3		1	0	2	
14.	Тема 14. Динамические системы. Теория устойчивости. Траектории на плоскости. Свойства решений динамических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости.	3		1	0	2	
15.	Тема 15. Уравнения с частными производными 1-го порядка. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.	3		2	0	2	
16.	Тема 16. Основы вариационного исчисления. Вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.	3		2	0	2	
17.	Тема 17. Уравнения с разделяющимися переменными.	3		2	0	2	
18.	Тема 18. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.	3		2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
19.	Тема 19. Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним.	3		2	0	2	
20.	Тема 20. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	3		2	0	2	
21.	Тема 21. Уравнения 1-го порядка различных типов.	3		2	0	2	
22.	Тема 22. Составление дифференциальных уравнений.	3		2	0	2	
23.	Тема 23. Простейшие уравнения. не разрешенные относительно производной.	3		2	0	2	
24.	Тема 24. Неполные уравнения. Метод предварительного дифференцирования.	3		2	0	2	
25.	Тема 25. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.	3		2	0	2	
26.	Тема 26. Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях.	3		2	0	2	
27.	Тема 27. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		2	0	2	
28.	Тема 28. Метод неопределенных коэффициентов. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.	3		2	0	2	
30.	Тема 30. Метод вариации произвольных постоянных.	3		2	0	4	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
31.	Тема 31. Краевые задачи. Метод функции Грина. Понижение порядка при наличии частных решений.	3		2	0	2	
32.	Тема 32. Операционный метод для уравнений с постоянными коэффициентами. Метод разложения решений в степенные ряды.	3		2	0	4	
33.	Тема 33. Метод интегрируемых комбинаций. Метод исключения. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.	3		2	0	2	
34.	Тема 34. Метод вариации произвольных постоянных. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Траектории динамических систем.	3		2	0	2	
35.	Тема 35. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.	3		2	0	2	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			54	0	72	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Введение в теорию ДУ. Терминология и определения. Задачи, приводящиеся к ДУ.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Введение в теорию ДУ. Терминология и определения. Задачи, приводящиеся к ДУ.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Введение в теорию ДУ. Терминология и определения. Задачи, приводящиеся к ДУ.

**Тема 2. Уравнения первого порядка, разрешаемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Интегрирующий множитель.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Уравнения первого порядка, разрешаемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Интегрирующий множитель.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Уравнения первого порядка, разрешаемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Интегрирующий множитель.

**Тема 3. Существование и единственность решения задачи Коши. Существование решения. Единственность решения. Принцип сжимающих отображений.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Существование и единственность решения задачи Коши. Существование решения. Единственность решения. Принцип сжимающих отображений

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Существование и единственность решения задачи Коши. Существование решения. Единственность решения. Принцип сжимающих отображений

**Тема 4. Приближенные и численные методы решения ДУ. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности метода Эйлера. Программная реализация численных методов.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Приближенные и численные методы решения ДУ. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности метода Эйлера. Программная реализация численных методов.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приближенные и численные методы решения ДУ. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности метода Эйлера. Программная реализация численных методов.

**Тема 5. Зависимость решения задачи Коши от исходных данных.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Зависимость решения задачи Коши от исходных данных.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Зависимость решения задачи Коши от исходных данных.

**Тема 6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Условия существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра (метод предварительного дифференцирования). Особые решения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Условия существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра (метод предварительного дифференцирования). Особые решения.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Условия существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра (метод предварительного дифференцирования). Особые решения.

**Тема 7. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений нормальных систем. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений нормальных систем. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений нормальных систем. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных.

**Тема 8. Линейные дифференциальные уравнения порядка  $n$ . Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем линейных уравнений методом исключения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Линейные дифференциальные уравнения порядка  $n$ . Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем линейных уравнений методом исключения.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Линейные дифференциальные уравнения порядка  $n$ . Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем линейных уравнений методом исключения.

**Тема 9. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Метод Эйлера. Неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Метод Эйлера. Неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Метод Эйлера. Неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов.

**Тема 10. Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского

**Тема 11. Операционный метод. Преобразование Лапласа. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели электрических цепей.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Операционный метод. Преобразование Лапласа. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели электрических цепей.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Операционный метод. Преобразование Лапласа. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели электрических цепей.

**Тема 12. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя

**Тема 13. Краевые задачи для линейных ДУ 2-го порядка. Метод пристрелки и метод прогонки. Метод функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля (задача на собственные значения).**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Краевые задачи для линейных ДУ 2-го порядка. Метод пристрелки и метод прогонки. Метод функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля (задача на собственные значения).

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Краевые задачи для линейных ДУ 2-го порядка. Метод пристрелки и метод прогонки. Метод функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля (задача на собственные значения).

**Тема 14. Динамические системы. Теория устойчивости. Траектории на плоскости. Свойства решений динамических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Динамические системы. Теория устойчивости. Траектории на плоскости. Свойства решений динамических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Динамические системы. Теория устойчивости. Траектории на плоскости. Свойства решений динамических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости.

**Тема 15. Уравнения с частными производными 1-го порядка. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Уравнения с частными производными 1-го порядка. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Уравнения с частными производными 1-го порядка. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.

**Тема 16. Основы вариационного исчисления. Вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Основы вариационного исчисления. Вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Основы вариационного исчисления. Вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.

**Тема 17. Уравнения с разделяющимися переменными.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Уравнения с разделяющимися переменными.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Уравнения с разделяющимися переменными.

**Тема 18. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

**Тема 19. Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним.

**Тема 20. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

**Тема 21. Уравнения 1-го порядка различных типов.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Уравнения 1-го порядка различных типов.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Уравнения 1-го порядка различных типов.

**Тема 22. Составление дифференциальных уравнений.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Составление дифференциальных уравнений.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Составление дифференциальных уравнений.

**Тема 23. Простейшие уравнения. не разрешенные относительно производной.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Простейшие уравнения. не разрешенные относительно производной.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Простейшие уравнения. не разрешенные относительно производной.

**Тема 24. Неполные уравнения. Метод предварительного дифференцирования.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Неполные уравнения. Метод предварительного дифференцирования.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Неполные уравнения. Метод предварительного дифференцирования.

**Тема 25. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.

**Тема 26. Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях.

**Тема 27. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

**Тема 28. Метод неопределенных коэффициентов. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.**

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Метод неопределенных коэффициентов. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.

*лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Метод неопределенных коэффициентов. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.

### **Тема 30. Метод вариации произвольных постоянных.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод вариации произвольных постоянных.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Метод вариации произвольных постоянных.

### **Тема 31. Краевые задачи. Метод функции Грина. Понижение порядка при наличии частных решений.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Краевые задачи. Метод функции Грина. Понижение порядка при наличии частных решений.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Краевые задачи. Метод функции Грина. Понижение порядка при наличии частных решений.

### **Тема 32. Операционный метод для уравнений с постоянными коэффициентами. Метод разложения решений в степенные ряды.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Операционный метод для уравнений с постоянными коэффициентами. Метод разложения решений в степенные ряды.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Операционный метод для уравнений с постоянными коэффициентами. Метод разложения решений в степенные ряды.

### **Тема 33. Метод интегрируемых комбинаций. Метод исключения. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод интегрируемых комбинаций. Метод исключения. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод интегрируемых комбинаций. Метод исключения. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.

### **Тема 34. Метод вариации произвольных постоянных. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Траектории динамических систем.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод вариации произвольных постоянных. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Траектории динамических систем.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод вариации произвольных постоянных. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Траектории динамических систем.

### **Тема 35. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение в теорию ДУ. Терминология и определения. Задачи, приводящиеся к ДУ.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
2.	Тема 2. Уравнения первого порядка, разрешаемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Интегрирующий множитель.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
3.	Тема 3. Существование и единственность решения задачи Коши. Существование решения. Единственность решения. Принцип сжимающих отображений.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
4.	Тема 4. Приближенные и численные методы решения ДУ. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности метода Эйлера. Программная реализация численных методов.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
5.	Тема 5. Зависимость решения задачи Коши от исходных данных.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Условия существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра (метод предварительного дифференцирования). Особые решения.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
7.	Тема 7. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений нормальных систем. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
8.	Тема 8. Линейные дифференциальные уравнения порядка $n$ . Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем линейных уравнений методом исключения.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
9.	Тема 9. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Метод Эйлера. Неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
10.	Тема 10. Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод Лапко-Данилевского.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Операционный метод. Преобразование Лапласа. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели электрических цепей.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
12.	Тема 12. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
13.	Тема 13. Краевые задачи для линейных ДУ 2-го порядка. Метод пристрелки и метод прогонки. Метод функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля (задача на собственные значения).	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
14.	Тема 14. Динамические системы. Теория устойчивости. Траектории на плоскости. Свойства решений динамических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
15.	Тема 15. Уравнения с частными производными 1-го порядка. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
16.	Тема 16. Основы вариационного исчисления. Вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
17.	Тема 17. Уравнения с разделяющимися переменными.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
18.	Тема 18. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
19.	Тема 19. Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
20.	Тема 20. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
21.	Тема 21. Уравнения 1-го порядка различных типов.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
22.	Тема 22. Составление дифференциальных уравнений.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
23.	Тема 23. Простейшие уравнения. не разрешенные относительно производной.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
24.	Тема 24. Неполные уравнения. Метод предварительного дифференцирования.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
25.	Тема 25. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
26.	Тема 26. Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
27.	Тема 27. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
28.	Тема 28. Метод неопределенных коэффициентов. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
30.	Тема 30. Метод вариации произвольных постоянных.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
31.	Тема 31. Краевые задачи. Метод функции Грина. Понижение порядка при наличии частных решений.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
32.	Тема 32. Операционный метод для уравнений с постоянными коэффициентами. Метод разложения решений в степенные ряды.	3		Домашняя работа	4	Домашняя работа
33.	Тема 33. Метод интегрируемых комбинаций. Метод исключения. Метод Эйлера. Метод Лапко-Данилевского.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
34.	Тема 34. Метод вариации произвольных постоянных. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Траектории динамических систем.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
35.	Тема 35. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.	3		Домашняя работа	2	Домашняя работа
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Введение в теорию ДУ. Терминология и определения. Задачи, приводящиеся к ДУ.

Домашняя работа, примерные вопросы:

Введение в теорию ДУ. Терминология и определения. Задачи, приводящиеся к ДУ.

### Тема 2. Уравнения первого порядка, разрешаемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Интегрирующий множитель.

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения первого порядка, разрешаемые в квадратурах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Интегрирующий множитель.

### Тема 3. Существование и единственность решения задачи Коши. Существование решения. Единственность решения. Принцип сжимающих отображений.

Домашняя работа, примерные вопросы:

Существование и единственность решения задачи Коши. Существование решения.

Единственность решения. Принцип сжимающих отображений.

**Тема 4. Приближенные и численные методы решения ДУ. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности метода Эйлера. Программная реализация численных методов.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Приближенные и численные методы решения ДУ. Метод последовательных приближений.

Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности метода Эйлера. Программная реализация численных методов

**Тема 5. Зависимость решения задачи Коши от исходных данных.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Зависимость решения задачи Коши от исходных данных.

**Тема 6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Условия существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра (метод предварительного дифференцирования). Особые решения.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Условия существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра (метод предварительного дифференцирования). Особые решения

**Тема 7. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений нормальных систем. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений нормальных систем. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных.

**Тема 8. Линейные дифференциальные уравнения порядка  $n$ . Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем линейных уравнений методом исключения.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Линейные дифференциальные уравнения порядка  $n$ . Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем линейных уравнений методом исключения.

**Тема 9. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Метод Эйлера. Неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Метод Эйлера. Неоднородные уравнения. Метод неопределенных коэффициентов.

**Тема 10. Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод Лапко-Данилевского.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Метод Лапко-Данилевского.

**Тема 11. Операционный метод. Преобразование Лапласа. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели электрических цепей.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Операционный метод. Преобразование Лапласа. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели электрических цепей.

**Тема 12. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Введение в аналитическую теорию дифференциальных уравнений. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя

**Тема 13. Краевые задачи для линейных ДУ 2-го порядка. Метод пристрелки и метод прогонки. Метод функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля (задача на собственные значения).**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Краевые задачи для линейных ДУ 2-го порядка. Метод пристрелки и метод прогонки. Метод функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля (задача на собственные значения).

**Тема 14. Динамические системы. Теория устойчивости. Траектории на плоскости. Свойства решений динамических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Динамические системы. Теория устойчивости. Траектории на плоскости. Свойства решений динамических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости.

**Тема 15. Уравнения с частными производными 1-го порядка. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения с частными производными 1-го порядка. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.

**Тема 16. Основы вариационного исчисления. Вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Основы вариационного исчисления. Вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера.

**Тема 17. Уравнения с разделяющимися переменными.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения с разделяющимися переменными.

**Тема 18. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

**Тема 19. Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Линейные уравнения 1-го порядка и приводящиеся к ним.

**Тема 20. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

**Тема 21. Уравнения 1-го порядка различных типов.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения 1-го порядка различных типов

**Тема 22. Составление дифференциальных уравнений.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Составление дифференциальных уравнений.

**Тема 23. Простейшие уравнения. не разрешенные относительно производной.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Простейшие уравнения. не разрешенные относительно производной.

**Тема 24. Неполные уравнения. Метод предварительного дифференцирования.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Неполные уравнения. Метод предварительного дифференцирования.

### **Тема 25. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения.

### **Тема 26. Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях.

### **Тема 27. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

### **Тема 28. Метод неопределенных коэффициентов. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Метод неопределенных коэффициентов. Линейные уравнения с переменными коэффициентами.

### **Тема 30. Метод вариации произвольных постоянных.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Метод вариации произвольных постоянных.

### **Тема 31. Краевые задачи. Метод функции Грина. Понижение порядка при наличии частных решений.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Краевые задачи. Метод функции Грина. Понижение порядка при наличии частных решений

### **Тема 32. Операционный метод для уравнений с постоянными коэффициентами. Метод разложения решений в степенные ряды.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Операционный метод для уравнений с постоянными коэффициентами. Метод разложения решений в степенные ряды.

### **Тема 33. Метод интегрируемых комбинаций. Метод исключения. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Метод интегрируемых комбинаций. Метод исключения. Метод Эйлера. Метод Лаппо-Данилевского.

### **Тема 34. Метод вариации произвольных постоянных. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Траектории динамических систем.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Метод вариации произвольных постоянных. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Траектории динамических систем.

### **Тема 35. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы на зачет - Приложение1.

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена - Приложение2.

### 7.1. Основная литература:

1. Киясов С.Н. Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач: учебное пособие / С. Н. Киясов, В. В. Шурыгин; Казан. федер. ун-т. Казань: [Казанский университет], 2011. 112 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: учебник для физических и физико-математических факультетов университетов / Л. Э. Эльсгольц. Изд. стер. Москва: URSS: [Изд-во ЛКИ, 2013]. 309 с.
3. Туганбаев, А. А. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. 2-е изд., стереотип. М.: ФЛИНТА, 2011. 31 с.  
<http://www.znaniyum.com/go.php?id=454637>
4. Пантелеева, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеева, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - М.: Логос, 2010. - 384 с.  
<http://znaniyum.com/bookread.php?book=469288>
5. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. - М.: Лань, 2008. - 288 с.  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=126](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=126)
6. Треногин В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М. Физматлит, 2009. - 312с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2341](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Карташев А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. - М.: Наука, 1980, 287 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Едиториал УРСС, 2002, 319 с.
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.: Ижевск: РХД, 2005, 174 с..
4. Мокейчев, Валерий Степанович. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебное пособие / В. С. Мокейчев; Казан. гос. ун-т. Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008. 46 с.
5. Мокейчев В.С. Практические занятия по дифференциальным уравнениям: учебно-методическое пособие / В. С. Мокейчев; Казан. гос. ун-т - Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2009, 63 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Краткий справочник формул по математике - <http://matembook.chat.ru/>  
Образовательный портал по математике - <http://www.math.ru/>  
Портал ресурсов по естественным наукам - <http://en.edu.ru/>  
Портал ресурсов по математике - <http://www.allmath.com/>  
Сайт электронных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Плещинский Н.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бадриев И.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.