

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

### Современные методы решения дифференциальных уравнений Б3.ДВ.2

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Даутов Р.З.

**Рецензент(ы):**

Тимербаев М.Р.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г

Регистрационный № 9123414

Казань

2014

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Rafail.Dautov@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

Излагаются основные понятия и методы решения дифференциальных уравнений. Существенно используется материал общего курса "Дифференциальные уравнения".

Основная цель курса - сообщить материал, необходимый для решения дифференциальных уравнений, обучение студентов применению численных методов для решения поставленных задач.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 4 курсе в 7 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные принципы математического моделирования.

2. должен уметь:

применять теоретические знания для решения практических задач.

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о понятиях и методах, связанных с решением типичных задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять теоретические знания для решения практических задач.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Математические модели. основные принципы математического моделирования. 1. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль численных методов.	7	1	0	3	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Задача двух тел небесной механики. Точное решение и его анализ.	7	2	0	3	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Модели динамики развития биологической популяции типа хищник-жертва.	7	3-4	0	4	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Простейшие задачи баллистики: полет снаряда, ракеты, планера. Сведение к системе дифференциальных уравнений.	7	4-5	0	4	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Фазовая плоскость. Качественный анализ уравнений.	7	5-6	0	4	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Сеточные функции. Простейшие формулы численного интегрирования.	7	7-8	0	4	0	контрольная работа
7.	Тема 7. Простейшие формулы численного дифференцирования. Влияние ошибок округления.	7	9-10	0	4	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Явный метод Эйлера. Геометрическая интерпретация. Погрешность аппроксимации.	7	10-11	0	4	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Простейшие методы второго порядка аппроксимации. Конструкция стандартных программ решения задачи Коши для систем ОДУ.	7	11-12	0	4	0	контрольная работа
10.	Тема 10. Моделирование больших дискретных систем на примерах гидравлических и электрических сетей. Задачи на графах. Разряженные системы линейных алгеброических уравнений.	7	12-13	0	4	0	домашнее задание
11.	Тема 11. М-матрицы и их свойства.	7	13-14	0	4	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Прямые методы решения систем линейных алгеброических уравнений. Методы решения систем положительно определенными симметричными матрицами.	7	14-15	0	4	0	домашнее задание
13.	Тема 13. Итерационные методы решения систем алгеброических уравнений.	7	15-16	0	4	0	домашнее задание
14.	Тема 14. Задача минимизации квадратичных функций многих переменных.	7	17-18	0	4	0	домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен
	Итого			0	54	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Математические модели. основные принципы математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль численных методов.**

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

О математическом моделировании в историческом плане. Примеры простейших моделей. Цели моделирования. Влияние ЭВМ. Основные принципы математического моделирования.

Основные этапы построения, исследования и применения математических моделей. Обратная связь и совершенствование моделей. Роль математики, программирования и численных методов.

**Тема 2. Задача двух тел небесной механики. Точное решение и его анализ.**

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Основные представления о движении небесных тел до и во времена Ньютона. Законы Кеплера. О законах Галилея и Ньютона. Модель Ньютона о движении двух тел небесных тел. О параметрах модели. Точное решение и его анализ. Вывод трех законов Кеплера. О кометах и второй космической скорости. Кратко об обратной задаче. Об открытии Плутона.

**Тема 3. Модели динамики развития биологической популяции типа хищник-жертва.**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Модель Вольтерра. Анализ модели. Понятие о биологических популяциях типа хищник-жертва. Примеры. Основная модель динамики биологической популяции типа хищник-жертва. Об ограниченности ресурсов. О типах хищников. Примеры моделей Мак-Артура, Базыкина, Холлинга-Тернера.

**Тема 4. Простейшие задачи баллистики: полет снаряда, ракеты, планера. Сведение к системе дифференциальных уравнений.**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

О движении тел в поле тяжести. Задачи баллистики: полет снаряда, ракеты. Основные предположения. Вывод уравнений. Задача о полете планера. Основные предположения. Вывод уравнений. Сведение дифференциальных уравнений и систем уравнений высокого порядка к системе уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши и краевой задачи. О задачах с событиями.

### **Тема 5. Фазовая плоскость. Качественный анализ уравнений.**

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Понятие о фазовых переменных и фазовой плоскости. Траектория динамической системы. О графическом представлении траекторий. Состояния равновесия, стационарные решения. Их изображения в фазовом пространстве. Линеаризация уравнений в окрестности состояний равновесия. Планарные системы. О работах Пуанкаре. Качественный анализ планарных динамических систем. Классификация состояний равновесия. Примеры анализа из динамики популяции типа хищник-жертва.

### **Тема 6. Сеточные функции. Простейшие формулы численного интегрирования.**

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

О задаче приближения функций. Таблично заданные функции. Понятие о сетках и сеточных функциях. Задача интерполяции. Интерполяционный полином. Формула Лагранжа. Оценка остаточного члена. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы Ньютона-Котеса. Простейшие формулы численного интегрирования. Геометрическая интерпретация. Оценка точности. Устойчивость к ошибкам округления. Алгоритм и программа вычисления интегралов с заданной точностью.

### **Тема 7. Простейшие формулы численного дифференцирования. Влияние ошибок округления.**

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Определение формул численного дифференцирования на основе интерполяции. Простейшие формулы численного дифференцирования для вычисления первой производной. Оценка точности вычисления первой производной. Повышение точности в отдельных точках.

Простейшие формулы численного дифференцирования для вычисления второй производной. Оценка точности вычисления второй производной. Повышение точности в отдельных точках. Влияние и оценка ошибок округления. Алгоритм и программа для вычисления первой и второй производной.

### **Тема 8. Явный метод Эйлера. Геометрическая интерпретация. Погрешность аппроксимации.**

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Вывод явного и неявного метода Эйлера на основе численного интегрирования. Вывод явного метода Эйлера на основе численного дифференцирования. Геометрическая интерпретация метода. Определение и оценка погрешности аппроксимации. Оценка точности метода для монотонных и общих функций правой части. Анализ оценки точности. Программа для ЭВМ.

### **Тема 9. Простейшие методы второго порядка аппроксимации. Конструкция стандартных программ решения задачи Коши для систем ОДУ.**

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Вывод методов второго порядка аппроксимации на основе формул численного интегрирования. Общий метод Рунге-Кутты второго порядка. Определение коэффициентов метода. Оценка точности. Конструкция стандартных программ решения задачи Коши для систем ОДУ с учетом и без учета событий.

### **Тема 10. Моделирование больших дискретных систем на примерах гидравлических и электрических сетей. Задачи на графах. Разреженные системы линейных алгебраических уравнений.**

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Понятие о разреженных матрицах и системах алгебраических уравнений. Источники систем большой размерности с плотной и разреженной матрицей: решение интегральных уравнений Фредгольма второго рода и задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Модели гидравлических и электрических сетей. Понятие о методе конечных элементов в одномерном и многомерном случае в алгоритмическом аспекте.

## Тема 11. М-матрицы и их свойства.

### практическое занятие (4 часа(ов)):

Специальные классы матриц: симметричные, ортогональные, положительные и положительно определенные, М-матрицы. Подобные и конгруэнтные матрицы. Собственные числа и вектора матриц. Экстремальные свойства собственных чисел симметричных матриц. Положительность решений систем уравнений с М-матрицами.

## Тема 12. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем положительно определенными симметричными матрицами.

### практическое занятие (4 часа(ов)):

Метод Гаусса. Его матричная формулировка. Условия применимости метода Гаусса. Компактные схемы разложений: LU, Холецкого, LDL. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений на основе факторизации матриц. Матрицы отражения. Метод отражения. Варианты LU разложения для ленточных и профильных разреженных матриц. Метод вычисления определителя матрицы и обратной матрицы.

## Тема 13. Итерационные методы решения систем алгебраических уравнений.

### практическое занятие (4 часа(ов)):

Основные понятия об итерационных методах решения систем алгебраических уравнений. Нормы векторов и матриц. Критерии сходимости итерационных методов. Методы Якоби, Зейделя и релаксации. Их сходимость. Выбор оптимального параметра двухслойного метода с симметричными матрицами. Критерии завершения итераций. Программирование двухслойных методов.

## Тема 14. Задача минимизации квадратичных функций многих переменных.

### практическое занятие (4 часа(ов)):

Эквивалентность СЛАУ задаче минимизации. Вид квадратичной функции для систем с симметричной и несимметричной матрицей. Градиент функции и его основные геометрические свойства. Методы спуска. Метод наискорейшего спуска. Сходимость метода. Геометрическая интерпретация. Модификация метода с предобуславливанием. Программирование метода.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Математические модели. основные принципы математического моделирования. 1. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль численных методов.	7	1	Домашняя работа	3	Домашняя работа
2.	Тема 2. Задача двух тел небесной механики. Точное решение и его анализ.	7	2	Домашняя работа	3	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Модели динамики развития биологической популяции типа хищник-жертва.	7	3-4	Домашняя работа	4	Домашняя работа
4.	Тема 4. Простейшие задачи баллистики: полет снаряда, ракеты, планера. Сведение к системе дифференциальных уравнений.	7	4-5	Домашняя работа	4	Домашняя работа
5.	Тема 5. Фазовая плоскость. Качественный анализ уравнений.	7	5-6	Домашняя работа	4	Домашняя работа
6.	Тема 6. Сеточные функции. Простейшие формулы численного интегрирования.	7	7-8	Домашняя работа	4	Домашняя работа
7.	Тема 7. Простейшие формулы численного дифференцирования. Влияние ошибок округления.	7	9-10	Домашняя работа	4	Домашняя работа
8.	Тема 8. Явный метод Эйлера. Геометрическая интерпретация. Погрешность аппроксимации.	7	10-11	Домашняя работа	4	Домашняя работа
9.	Тема 9. Простейшие методы второго порядка аппроксимации. Конструкция стандартных программ решения задачи Коши для систем ОДУ.	7	11-12	Домашняя работа	4	Домашняя работа
10.	Тема 10. Моделирование больших дискретных систем на примерах гидравлических и электрических сетей. Задачи на графах. Разреженные системы линейных алгеброических уравнений.	7	12-13	Домашняя работа	4	Домашняя работа
11.	Тема 11. М-матрицы и их свойства.	7	13-14	Домашняя работа	4	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
12.	Тема 12. Прямые методы решения систем линейных алгеброических уравнений. Методы решения систем положительно определенными симметричными матрицами.	7	14-15	Домашняя работа	4	Домашняя работа
13.	Тема 13. Итерационные методы решения систем алгеброических уравнений.	7	15-16	Домашняя работа	4	Домашняя работа
14.	Тема 14. Задача минимизации квадратичных функций многих переменных.	7	17-18	Домашняя работа	4	Домашняя работа
Итого					54	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Математические модели. основные принципы математического моделирования. Технологическая цепочка построения, исследования и применения математических моделей. Роль численных методов.

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: сформулировать цели математического моделирования и вычислительного эксперимента; найти различия натурного (физического) и вычислительного экспериментов; обосновать важность численных методов; какова роль информационных технологий в цепочке моделирования

### Тема 2. Задача двух тел небесной механики. Точное решение и его анализ.

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: перечислить основные предположения, положенные в основу модели; сформулировать основные физические законы, положенные в основу модели; перечислить основные параметры модели; дать определение полярной системы координат; получить формулы производных при замене переменных; сформулировать три закона Кеплера о движении небесных тел

### **Тема 3. Модели динамики развития биологической популяции типа хищник-жертва.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: привести примеры биологических популяций, взаимодействующих по типу хищник-жертва; перечислить основные характеристики популяций, взаимодействующих по типу хищник-жертва; указать общий вид уравнений динамики популяций типа хищник-жертва

### **Тема 4. Простейшие задачи баллистики: полет снаряда, ракеты, планера. Сведение к системе дифференциальных уравнений.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: выделить основные предположения, использованные при выводе уравнений а) о полете снаряда; б) о полете ракеты; в) о полете планера; Указать способ сведения обыкновенного дифференциального уравнения высокого порядка к системе уравнений первого порядка; Указать способ сведения системы обыкновенных дифференциальных уравнения высокого порядка к системе уравнений первого порядка; роль начальных условий; дать определение задачи Коши для систем ОДУ

### **Тема 5. Фазовая плоскость. Качественный анализ уравнений.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: дайте: определение а) фазовых переменных; б) фазовой плоскости; определение стационарных решений и особых точек систем ОДУ; линеаризация ОДУ; процедуры линеаризации общих уравнений динамики популяций, взаимодействующих по типу хищник-жертва; определение и классификацию особых точек планарных систем ОДУ в окрестности особых точек; какую основную цель преследует теория качественного анализа дифференциальных уравнений.

### **Тема 6. Сеточные функции. Простейшие формулы численного интегрирования.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: дайте определение квадратурных формул; дайте определение и приведите геометрическую интерпретацию квадратурных формул а) прямоугольников; б) трапеций; в) Симпсона; дайте определение и приведите формулы погрешности квадратурных формул а) прямоугольников; б) трапеций; в) Симпсона; влияние ошибок округления при вычислении интегралов при помощи квадратурных формул. Контрольная работа. примерные вопросы: вывод формул погрешности квадратурных формул а) прямоугольников; б) трапеций; в) Симпсона; геометрическая интерпретация квадратурных формул а) прямоугольников; б) трапеций; в) Симпсона;

### **Тема 7. Простейшие формулы численного дифференцирования. Влияние ошибок округления.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: дайте определение формул; дайте определение шаблона и формул численного дифференцирования; приведите примеры формулы численного дифференцирования для вычисления первой производной а) первого порядка точности; б) второго порядка точности; приведите пример формулы для определения второй производной второго порядка точности; дайте определение и приведите формулы погрешности формул простейших формул; обоснуйте важность учета погрешности округления при численном дифференцировании. Какие формулы менее чувствительны к ошибкам округления: первого или второго порядка точности.

### **Тема 8. Явный метод Эйлера. Геометрическая интерпретация. Погрешность аппроксимации.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: дайте определение и проведите анализ метода Эйлера для модельной задачи. Определите на модельной задаче а) устойчивость и б) неустойчивость вычислений по методу Эйлера. Найдите главный член погрешности аппроксимации метода Эйлера. Напишите программу решения ОДУ методом Эйлера. При решении модельной задачи выявите устойчивость и неустойчивость вычислений.

### **Тема 9. Простейшие методы второго порядка аппроксимации. Конструкция стандартных программ решения задачи Коши для систем ОДУ.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: Приведите примеры методов второго порядка точности; проведите анализ устойчивости методов второго порядка для модельной задачи. Определите на модельной задаче а) устойчивость и б) неустойчивость вычислений для конкретных методов второго порядка точности. Найдите главный член погрешности методов второго порядка. Напишите программу решения ОДУ произвольным методом второго порядка. При решении модельной задачи выявите устойчивость и неустойчивость вычислений. Контрольная работа: примерные вопросы: вывод формул первого порядка точности; анализ устойчивости методов первого порядка для модельной задачи. вывод формул второго порядка точности; анализ устойчивости методов второго порядка для модельной задачи. вычислить главный член погрешности методов а) первого б) второго порядка.

### **Тема 10. Моделирование больших дискретных систем на примерах гидравлических и электрических сетей. Задачи на графах. Разреженные системы линейных алгебраических уравнений.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: в чем основные различия а) полных и б) разреженных систем линейных алгебраических уравнений. Как это проявляется при хранении этих систем в ЭВМ. Запишите систему уравнений для резистивной ортогональной сети. Напишите программу для ЭВМ, определяющую матрицу симметрии уравнений для этой сети.

### **Тема 11. М-матрицы и их свойства.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: Назовите основные отличия М-матриц от общих матриц; Перечислите основные свойства М-матриц; докажите, что решение системы уравнений с М-матрицей, правая часть которой неотрицательна, также неотрицательна. Докажите, что если обнулить ряд внедиагональных элементов М-матриц, то получится также М-матрица

### **Тема 12. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем положительно определенными симметричными матрицами.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: какие матрицы являются подобными; какие матрицы являются конгруэнтными; дать матричную формулировку метода Гаусса; вычислить число операций метода Гаусса; доказать единственность LU разложения матриц; доказать единственность LDL разложения матриц; как найти определитель матрицы, если известно ее а) LU разложение б) LDL разложение; как найти обратную матрицу, если известно ее а) LU разложение б) LDL разложение; определить число операций для вычисления определителя; определить число операций для вычисления обратной матрицы

### **Тема 13. Итерационные методы решения систем алгебраических уравнений.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: дайте определение а) первой б) второй нормы вектора и матрицы; приведите геометрическую интерпретацию метода а) Якоби б) Зейделя; для заданной системы с двумя уравнениями определить сходится ли метод а) Якоби б) Зейделя; определить оптимальный итерационный параметр метода Якоби для заданной системы с двумя уравнениями;

### **Тема 14. Задача минимизации квадратичных функций многих переменных.**

Домашняя работа, примерные вопросы:

примерные вопросы: как определяются в методах спуска а) направления б) шаги; найдите градиент заданной квадратичной функции двух переменных; перечислить основные геометрические свойства градиента функции; вывести формулу для шага метода наискорейшего спуска; для матрицы с равными собственными числами доказать, что метод наискорейшего спуска сходится за одну итерацию; привести примеры овражных функций

### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена - Основные принципы математического моделирования. Технологическая цепочка математического моделирования. Примеры математических моделей: задача двух тел небесной механики, динамики биологической популяции типа хищник-жертва; задачи баллистики.

Простейшие формулы численного интегрирования и дифференцирования. Оценки точность и устойчивость простейших формул численного интегрирования и дифференцирования. Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Методы второго порядка аппроксимации. Конструкция стандартных программ решения задачи Коши для систем ОДУ. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. LU разложение матрицы. LDL разложение симметричной матрицы. Итерационные методы решения СЛАУ. Примеры итерационных методов.

Достаточные условия сходимости. Оптимизация итерационных методов для систем с симметричной матрицей. Эквивалентность СЛАУ задаче минимизации квадратичной функции. Метод наискорейшего спуска и его сходимость.

### 7.1. Основная литература:

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика" / Р. З. Даутов , М. М. Карчевский.?Изд. 2-е, испр..?Казань: Казанский университет, 2011.?237 с.: ил.; 21.?Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.).?Предм. указ.: с. 234-237.?ISBN 978-5-98180-993-42.

2. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет. 2012. - 240 с. (с грифом УМО).  
[http://kpfu.ru/publication?p\\_id=47325](http://kpfu.ru/publication?p_id=47325)

3. Даутов Р.З. Метод Галеркина с возмущениями для задач на собственные значения. [Учебное пособие]. - Казань, 2010. - 94 с.[http://kpfu.ru/publication?p\\_id=21045](http://kpfu.ru/publication?p_id=21045)

4. Даутов Р.З. Практикум по методам решения задачи Коши для систем ОДУ . Учебно-методическое пособие. - Казань, 2010. - 89 с. [http://kpfu.ru/publication?p\\_id=21046](http://kpfu.ru/publication?p_id=21046)

5. Ф. Г. Авхадиев Численные методы анализа [Учебное пособие]. - Казань: КФУ, 2013  
[http://libweb.ksu.ru/ebooks/05\\_039\\_000398.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_039_000398.pdf)

### 7.2. Дополнительная литература:

1.Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А. Б. Васильева [и др].?Изд. 3-е, испр..?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010.?429 с.: ил.; 22 .?(Учебники для вузов, Специальная литература).?По пред. изд.?Библиогр.: с. 428-429 (28 назв.).?ISBN 978-5-8114-0988-4((пер.)), 1500.

2. Петров, Ю. П. Как получать надежные решения систем уравнений / Ю. П. Петров. ? СПб.: БХВ-Петербург, 2009. ? 175 с.: ил. - ISBN 978-5-9775-0450-8. [www.znanium.com](http://znanium.com/bookread.php?book=350744)  
<http://znanium.com/bookread.php?book=350744>

3. Кытманов, А. М. Интегральные представления и их приложения в многомерном комплексном анализе [Электронный ресурс] : монография/ А. М.Кытманов, С. Г. Мысливец. - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2010. - 389 с. - ISBN 978-5-7638-1990-8.  
[www.znanium.com](http://znanium.com/go.php?id=441871) <http://znanium.com/go.php?id=441871>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>

Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Современные методы решения дифференциальных уравнений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Даутов Р.З. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.

Рецензент(ы):

Тимербаев М.Р. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.