МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Дополнительные главы математического анализа Б3.В.1

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика
Профиль подготовки: Численные методы
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Павлова М.Ф.

Рецензент(ы):
Глазырина Л.Л.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 926714

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Павлова М.Ф. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Maria.Pavlova@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Излагаются основные понятия и методы классического функционального анализа. Основная цель курса - сообщить материал, необходимый при изучении специальных курсов по дополнительным главам уравнений математической физики, в частности, по нелинейным уравнениям с частными производными и по численным методам решения уравнений математической физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 5 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ 1", "Математический анализ 2".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность. решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны быть знакомыми с теми разделами функционального анализа, которые традиционно используются при исследовании свойств дифференциальных уравнений с частными производными, при построении численных методов решения задач математической физики, и знакомство с которыми необходимо для математика-прикладника.

2. должен уметь:

использовать полученные знания для решения прикладных задач, в частности, для решения задач математической физики и создания методов решения этих задач

3. должен владеть:

такими дисциплинами как "Алгебра и геометрия", "Математический анализ", "Математическая логика".

4. должен демонстрировать способность и готовность:

при решении и исследовании конкретных прикладных задач использовать знание основных результатов и методов классического функционального анализа.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Определение метрического пространства, примеры. Свойства сходящихся последовательностей. Неравенства Гельдера и Минковского.	5	1	0	0	3	
2.	Тема 2. Замкнутые множества, свойства операции замыкания. Полные метрические пространства. Теоремы о полных метрических пространствах.	5	1,2	0	0	3	
3.	Тема 3. Принцип сжатых отображений.	5	2	0	0	2	
4.	Тема 4. Сепарабельные пространства, примеры.	5	3	0	0	2	
5.	Тема 5. Определение линейного пространства, свойства, примеры.	5	3	0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Определение линейного нормированного пространства, примеры. Линейные многообразия. Теорема об изоморфизме конечномерных нормированных пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.	5	4	0	0	3	
7.	Тема 7. Определение гильбертова пространства, свойства скалярного произведения, примеры. Теорема об ортогональном разложении. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.	5	4,5	0	0	3	
8.	Тема 8. Ортонормированные системы, ряды Фурье, неравенство Бесселя, замкнутые и полные системы.	5	5	0	0	2	
9.	Тема 9. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.	5	6	0	0	2	
10.	Тема 10. Определение линейного оператора, примеры, основные свойства. Ограниченные линейные операторы, связь между непрерывностью и ограниченностью.	5	6,7	0	0	4	
11.	Тема 11. Норма оператора.	5	7	0	0	2	
12.	Тема 12. Теорема о продолжении линейного оператора.	5	8	0	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Равномерная и поточечная сходимости операторов. Теорема о полноте пространства линейных операторов в смысле равномерной сходимости. Теорема Банаха-Штейнхауза, полнота пространства линейных операторов в смысле поточечной сходимости. Необходимое и достаточное условие поточечной сходимости операторов.	5	8,9	0	0	4	
14.	Тема 14. Теоремы об обратном операторе. График оператора, примеры замкнутых неограниченных операторов. Теорема Банаха о замкнутом графике. Спектр оператора.	5	9,10	0	0	4	
15.	Тема 15. Теорема Хана-Банаха, следствия.	5	10	0	0	2	
16.	Тема 16. Общий вид линейных функционалов в конкретных пространствах.	5	11	0	0	4	
17.	Тема 17. Рефлексивные пространства, сопряженные операторы, примеры.	5	12	0	0	3	
18.	Тема 18. Слабая сходимость в нормированных пространствах.	5	12,13	0	0	5	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
19.	Тема 19. Теорема Кантора. Теорема об экстремальных значениях непрерывных функционалов на компактных множествах.	5	14	0	0	4	
20.	Тема 20. Теорема Хаусдорфа, следствие.	5	15	0	0	2	
21.	Тема 21. Критерий компактности в конкретных пространствах:теорема Арцела; теорема М.Рисса.	5	15,16	0	0	4	
22.	Тема 22. Конечномерность и компактность. Слабая компактность, теорема о слабой компактности ограниченных множеств.	5	16,17	0	0	3	
23.	Тема 23. Свойства вполне непрерывных операторов. Теорема о равномерном пределе вполне непрерывных операторов.	5	17	0	0	3	
24.	Тема 24. Уравнения с вполне непрерывными операторами. Теоремы Фредгольма.	5	18	0	0	4	
.	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	72	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Определение метрического пространства, примеры. Свойства сходящихся последовательностей. Неравенства Гельдера и Минковского.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

На занятии дается определение метрического пространства, приводятся примеры метрических пространств. Обсуждаются свойства сходящихся последовательностей. 0,2 зачетные единицы.

Тема 2. Замкнутые множества, свойства операции замыкания. Полные метрические пространства. Теоремы о полных метрических пространствах.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

На занятии рассматриваются следующие вопросы: полнота метрического пространства, основные свойства полных метрических пространствах. 0,2 зачетные единицы.

Тема 3. Принцип сжатых отображений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

На занятии доказывается теорема "Принцип сжатых отображений". Приводятся примеры ее использования. 0,1 зачетные единицы.

Тема 4. Сепарабельные пространства, примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

На занятии дается определение сепарабельного пространства, приводятся примеры сепарабельных пространств, обсуждается значимость этого свойства при решении практических задач. 0,1 зачетные единицы.

Тема 5. Определение линейного пространства, свойства, примеры.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

На занятии дается определение линейного пространства, обсуждаются свойства линейного пространства, приводятся примеры наиболее важных с точки зрения приложений линейных пространств. 0,15 зачетных единиц.

Тема 6. Определение линейного нормированного пространства, примеры. Линейные многообразия. Теорема об изоморфизме конечномерных нормированных пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

На занятии дается определение линейного нормированного пространства, приводятся примеры наиболее важных с точки зрения приложений линейных нормированных пространств. Доказываются теорема об изоморфизме конечномерных нормированных пространств и лемма Рисса. 0,25 зачетных единиц.

Тема 7. Определение гильбертова пространства, свойства скалярного произведения, примеры. Теорема об ортогональном разложении. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Дается определение гильбертова пространства, обсуждаются свойства скалярного произведения, примеры наиболее часто используемых гильбертовых пространств. Доказывается критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве. 0,2 зачетные единицы.

Тема 8. Ортонормированные системы, ряды Фурье, неравенство Бесселя, замкнутые и полные системы.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Дается определение ортонормированных систем, обсуждается важность этого понятия. Для рядов Фурье, построенным по ортонормированным системам, доказывается неравенство Бесселя. 0,2 зачетные единицы.

Тема 9. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

На занятии доказывается теорема об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств. 0,05 зачетных единиц.

Тема 10. Определение линейного оператора, примеры, основные свойства. Ограниченные линейные операторы, связь между непрерывностью и ограниченностью.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Дается определение линейного оператора, приводятся примеры, обсуждаются основные свойства. Доказывается теорема о связи между непрерывностью и ограниченностью линейного оператора. 0,25 зачетных единиц.

Тема 11. Норма оператора.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Для ограниченных линейных операторов вводится понятие нормы, обсуждаются свойства нормы. Выводится формула для вычисления нормы оператора. 0,2 зачетные единицы.

Тема 12. Теорема о продолжении линейного оператора.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Доказывается теорема о продолжении линейного оператора, заданного на линейном многообразии линейного нормированного пространства, на все пространство. 0,1 зачетные единицы.

Тема 13. Равномерная и поточечная сходимости операторов. Теорема о полноте пространства линейных операторов в смысле равномерной сходимости. Теорема Банаха-Штейнхауза, полнота пространства линейных операторов в смысле поточечной сходимости. Необходимое и достаточное условие поточечной сходимости операторов.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Дается определение равномерной и поточечной сходимости операторов. Доказываются важные с точки зрения приложений результаты: теорема о полноте пространства линейных операторов в смысле равномерной сходимости, теорема Банаха-Штейнхауза, теорема о полноте пространства линейных операторов в смысле поточечной сходимости. Приводится необходимое и достаточное условие поточечной сходимости операторов. 0,25 зачетных единиц.

Тема 14. Теоремы об обратном операторе. График оператора, примеры замкнутых неограниченных операторов. Теорема Банаха о замкнутом графике. Спектр оператора.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На занятии доказываются теоремы об обратном операторе. Приводятся примеры замкнутых неограниченных операторов. Вводится понятие спектра оператора. 0,2 зачетные единицы.

Тема 15. Теорема Хана-Банаха, следствия.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

На занятии доказывается теорема Хана-Банаха. 0,15 зачетных единиц.

Тема 16. Общий вид линейных функционалов в конкретных пространствах.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

На занятии доказывается теорема Рисса о представлении линейного функционала в гильбертовом пространстве. Обсуждается применение этой теоремы в конкретных пространствах. 0,2 зачетные единицы.

Тема 17. Рефлексивные пространства, сопряженные операторы, примеры.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Вводятся понятия сопряженного пространства и рефлексивного пространства, рассматриваются примеры рефлексивных пространств. Дается определение сопряженного оператора, изучаются их свойства. 0,2 зачетные единицы.

Тема 18. Слабая сходимость в нормированных пространствах.

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Дается определение слабой сходимости в нормированном пространстве, формулируются и доказываются свойства слабо сходящихся последовательностей. 0,2 зачетные единицы.

Тема 19. Теорема Кантора. Теорема об экстремальных значениях непрерывных функционалов на компактных множествах.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Вводятся определения относительно компактных и компактных множеств. Для последовательности компактных множеств доказывается теорема Кантора. Обсуждаются свойства полунепрерывности сверху (снизу) функционалов, рассматриваются примеры функционалов, обладающих этими свойствами. 0,2 зачетные единицы.

Тема 20. Теорема Хаусдорфа, следствие.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Тема занятия: "Критерий компактности множеств в метрических пространствах". Доказываются теорема Хаусдорфа и следствия из этой теоремы. 0,1 зачетные единицы.

Тема 21. Критерий компактности в конкретных пространствах:теорема Арцела; теорема М.Рисса.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Рассматриваются и обосновываются критерии компактности в пространстве непрерывных функций и в пространстве интегрируемых по Лебегу функций. 0,2 зачетные единицы.

Тема 22. Конечномерность и компактность. Слабая компактность, теорема о слабой компактности ограниченных множеств.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Изучаются свойства компактных множеств, в частности, связь между конечномерностью и компактностью множеств. 0,1 зачетные единицы.

Тема 23. Свойства вполне непрерывных операторов. Теорема о равномерном пределе вполне непрерывных операторов.

лабораторная работа (3 часа(ов)):

Дается определение вполне непрерывного оператора, проводится сравнения свойств непрерывности и вполне непрерывности оператора. Доказывается теорема о равномерном пределе вполне непрерывных операторов. 0,2 зачетные единицы.

Тема 24. Уравнения с вполне непрерывными операторами. Теоремы Фредгольма.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Исследуются вопросы существования и единственности решения уравнения с вполне непрерывным операторам. Формулируется альтернатива Фредгольма. 0,2 зачетные единицы.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Определение метрического пространства, примеры. Свойства сходящихся последовательностей. Неравенства Гельдера и Минковского.	5	1	подготовка к письменной работе	3	письменная работа
2.	Тема 2. Замкнутые множества, свойства операции замыкания. Полные метрические пространства. Теоремы о полных метрических пространствах.	5	1,2	изучение материала, подготовка научного доклада	3	научный доклад
5.	Тема 5. Определение линейного пространства, свойства, примеры.	5	3	изучение материала	2	творческое задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Определение линейного нормированного пространства, примеры. Линейные многообразия. Теорема об изоморфизме конечномерных нормированных пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.	5	4	изучение материала, подготовка реферата	9	реферат
7.	Тема 7. Определение гильбертова пространства, свойства скалярного произведения, примеры. Теорема об ортогональном разложении. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.	5	4,5	изучение материала, подготовка реферата	2	реферат
8.	Тема 8. Ортонормированные системы, ряды Фурье, неравенство Бесселя, замкнутые и полные системы.	5	5	изучение материала, подготовка научного доклада	3	научный доклад
10.	Тема 10. Определение линейного оператора, примеры, основные свойства. Ограниченные линейные операторы, связь между непрерывностью и ограниченностью.	5	6,7	подготовка к письменной работе	2	письменная работа
11.	Тема 11. Норма оператора.	5	7	подготовка к письменной работе	2	письменная работа

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
13.	Тема 13. Равномерная и поточечная сходимости операторов. Теорема о полноте пространства линейных операторов в смысле равномерной сходимости. Теорема Банаха-Штейнхауза, полнота пространства линейных операторов в смысле поточечной сходимости. Необходимое и достаточное условие поточечной сходимости операторов.	5	8,9	изучение материала	4	творческое задание
14.	Тема 14. Теоремы об обратном операторе. График оператора, примеры замкнутых неограниченных операторов. Теорема Банаха о замкнутом графике. Спектр оператора.	5	9,10	изучение материала, подготовка реферата	6	реферат
15.	Тема 15. Теорема Хана-Банаха, следствия.	5	10	изучение материала, подготовка реферата	2	реферат
16.	Тема 16. Общий вид линейных функционалов в конкретных пространствах.	5	11	подготовка к письменной работе	2	письменная работа
17.	Тема 17. Рефлексивные пространства, сопряженные операторы, примеры.	5	12	подготовка к письменной работе	2	письменная работа
18.	Тема 18. Слабая сходимость в нормированных пространствах.	5	12,13	изучение материала	6	творческое задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
19.	Тема 19. Теорема Кантора. Теорема об экстремальных значениях непрерывных функционалов на компактных множествах.	5	14	изучение материала, подготовка реферата	6	реферат
21.	Тема 21. Критерий компактности в конкретных пространствах:теорема Арцела; теорема М.Рисса.	5	15,16	изучение материала, подготовка реферата	8	реферат
22.	Тема 22. Конечномерность и компактность. Слабая компактность, теорема о слабой компактности ограниченных множеств.	5	16,17	изучение материала, подготовка научного доклада	2	научный доклад
24.	Тема 24. Уравнения с вполне непрерывными операторами. Теоремы Фредгольма.	5	18	изучение материала, подготовка научного доклада	8	научный доклад
	Итого				72	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Изучение курса подразумевает получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если это возможно, перевыполнять план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Определение метрического пространства, примеры. Свойства сходящихся последовательностей. Неравенства Гельдера и Минковского.

письменная работа, примерные вопросы:

На самостоятельную работу выносится тема: "Неравенства Гельдера и Минковского". Цель - подготовка к письменной работе. Варианты заданий письменной работы: "Неравенство Юнга", "Неравенство Гельдера ", "Неравенство Минковского".

Тема 2. Замкнутые множества, свойства операции замыкания. Полные метрические пространства. Теоремы о полных метрических пространствах.

научный доклад, примерные вопросы:

На самостоятельную работу выносится тема: "Замкнутые множества, свойства операции замыкания". Задание на дом: подготовить на тему "Замкнутые множества, свойства операции замыкания" научный доклад.

Тема 3. Принцип сжатых отображений.

Тема 4. Сепарабельные пространства, примеры.

Тема 5. Определение линейного пространства, свойства, примеры.

творческое задание, примерные вопросы:

Тема творческого доклада: "Аксиома коммутативности сложения в линейном пространстве есть следствие других аксиом". При выполнении этого задания предполагается, что студенты знакомы с определением линейного пространства и следствиями его аксиом.

Тема 6. Определение линейного нормированного пространства, примеры. Линейные многообразия. Теорема об изоморфизме конечномерных нормированных пространств. Лемма Рисса. Фактор-пространство.

реферат, примерные темы:

На самостоятельную работу выносится тема: " Линейные многообразия и фактор-пространство". Для реферата предлагаются следующие темы: "Линейные многообразия и их свойства", "Прямые суммы, примеры", "Фактор-пространство, свойства".

Тема 7. Определение гильбертова пространства, свойства скалярного произведения, примеры. Теорема об ортогональном разложении. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.

реферат, примерные темы:

На самостоятельную работу выносится тема: "Теорема об ортогональном разложении". Цель работы - подготовка реферата на заданную тему, в котором требуется отразить важность этого результата, привести его подробное доказательство.

Тема 8. Ортонормированные системы, ряды Фурье, неравенство Бесселя, замкнутые и полные системы.

научный доклад, примерные вопросы:

На самостоятельную работу выносится тема: "Замкнутые и полные системы". Цель работы - подготовка доклада на тему: "О роли замкнутых и полных систем в полном гильбертовом пространстве, об эквивалентности этих понятий".

Тема 9. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.

Тема 10. Определение линейного оператора, примеры, основные свойства. Ограниченные линейные операторы, связь между непрерывностью и ограниченностью.

письменная работа, примерные вопросы:

Самостоятельная работа - подготовка к письменной работе на тему: " Ограниченные линейные операторы ". При выполнении письменной работы требуется для конкретных операторов доказать их линейность и ограниченность.

Тема 11. Норма оператора.

письменная работа, примерные вопросы:

По теме "Норма оператора" предполагается проведение письменной работы, при выполнении которой студент должен продемонстрировать умение определять норму операторов конкретного вида, в частности, интегральных операторов, операторов в евклидовом пространстве.

Тема 12. Теорема о продолжении линейного оператора.

Тема 13. Равномерная и поточечная сходимости операторов. Теорема о полноте пространства линейных операторов в смысле равномерной сходимости. Теорема Банаха-Штейнхауза, полнота пространства линейных операторов в смысле поточечной сходимости. Необходимое и достаточное условие поточечной сходимости операторов.

творческое задание, примерные вопросы:

Самостоятельная работа по теме: "Равномерная и поточечная сходимости операторов." Студенту предлагается ответить на следующий вопрос: "Какова связь между равномерной и поточечной сходимостями операторов, привести примеры, когда имеет место одна из этих сходимостей в отсутствие другой ".

Тема 14. Теоремы об обратном операторе. График оператора, примеры замкнутых неограниченных операторов. Теорема Банаха о замкнутом графике. Спектр оператора.

реферат, примерные темы:

На самостоятельную работу выносится тема "График оператора". Для реферата предлагаются следующие темы: "График оператора, свойства, примеры", " Примеры замкнутых неограниченных операторов", "Теорема Банаха о замкнутом графике".

Тема 15. Теорема Хана-Банаха, следствия.

реферат, примерные темы:

На самостоятельную работу выносится тема "Следствия теоремы Хана-Банаха". Для реферата предлагаются следующие темы: "Первое следствие теоремы Хана-Банаха, следствия из этого результата", "Второе следствия теоремы Хана-Банаха, следствие из этого результата".

Тема 16. Общий вид линейных функционалов в конкретных пространствах.

письменная работа, примерные вопросы:

По теме "Общий вид линейных функционалов в конкретных пространствах" предполагается проведение письменной работы, при выполнении которой студент должен продемонстрировать знания о представлении функционалов в евклидовом, гильбертовом пространствах, в пространствах функций интегрируемых по Лебегу с некоторой степенью.

Тема 17. Рефлексивные пространства, сопряженные операторы, примеры.

письменная работа, примерные вопросы:

Предполагается проведение письменной работы по теме "Сопряженные операторы", при выполнении которой студент должен продемонстрировать умение находить сопряженные операторы для операторов конкретного вида, в частности, интегральных операторов, операторов в гильбертовом пространстве.

Тема 18. Слабая сходимость в нормированных пространствах.

творческое задание, примерные вопросы:

Самостоятельная работа по теме: "Свойства слабосходящихся последовательностей в нормированном пространстве". Студентам предлагается после изучения этой темы доказать, что в полном нормированном пространстве выпуклое множество слабо замкнуто.

Тема 19. Теорема Кантора. Теорема об экстремальных значениях непрерывных функционалов на компактных множествах.

реферат, примерные темы:

На самостоятельную работу выносится тема "Теорема об экстремальных значениях непрерывных функционалов на компактных множествах". Для реферата предлагаются следующие темы: "Теорема об экстремальных значениях снизу полунепрерывных снизу функционалов на компактных множествах", " Теорема об экстремальных значениях сверху полунепрерывных сверху функционалов на компактных множествах".

Тема 20. Теорема Хаусдорфа, следствие.

Тема 21. Критерий компактности в конкретных пространствах:теорема Арцела; теорема М.Рисса.

реферат, примерные темы:

На самостоятельную работу выносятся темы "Теорема Арцела", "Теорема Рисса". Реферат должен содержать формулировку и доказательство одной из этих теорем.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Тема 22. Конечномерность и компактность. Слабая компактность, теорема о слабой компактности ограниченных множеств.

научный доклад, примерные вопросы:

На самостоятельную работу выносится тема: "Слабая компактность". Цель работы - подготовка доклада на тему: "Теорема о слабой компактности ограниченных множеств в банаховых пространствах ".

Тема 23. Свойства вполне непрерывных операторов. Теорема о равномерном пределе вполне непрерывных операторов.

Тема 24. Уравнения с вполне непрерывными операторами. Теоремы Фредгольма.

научный доклад, примерные вопросы:

На самостоятельную работу выносится тема: "Теоремы Фредгольма для уравнений с вполне непрерывными операторами". Цель работы - подготовка докладов на темы: "Первая теорема Фредгольма, следствия", "Вторая теорема Фредгольма," "Третья теорема Фредгольма," "Четвертая теорема Фредгольма".

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета.

Билеты для зачета

по специальному курсу

"Прикладной функциональный анализ"

Билет ◆1

1. Теоремы о вложенных шарах в полном метрическом пространстве.
2. График оператора, примеры замкнутых неограниченных операторов.

Билет ◆2

1. Принцип сжатых отображений.
2. Лемма о ядре оператора , где - вполне непрерывный оператор.

Билет ◆3

1. Теорема об ортогональном разложении.
2. Лемма о множестве значений оператора , где - вполне непрерывный оператор.

Билет ◆4

1. Теорема о продолжении линейного оператора.
2. Конечномерность и компактность.

Билет ◆5

1. Теорема Банаха-Штейнхауза.
2. Замкнутые множества. Свойства операции замыкания.

Билет ◆6

1. Обратный оператор, теоремы об обратном операторе.
2. Полное метрическое пространство, пример неполного метрического пространства.

Билет ◆7

1. Теорема Хана-Банаха.
2. Лемма Рисса.

Билет ◆8

1. Основные теоремы о слабо сходящихся последовательностях.
2. Неравенства Гельдера и Минковского.

Билет ◆9

1. Теорема Хаусдорфа.
2. Рефлексивные пространства, примеры.

Билет ◆10

1. Теорема Арцелла.
2. Следствия теоремы Хана-Банаха.

Билет ◆11

1. Слабая компактность, теорема о слабой компактности ограниченных множеств в .
2. Норма оператора.

Билет ◆12

1. Теорема Банаха об обратном операторе.
2. Теорема о равномерном пределе последовательности вполне непрерывных операторов.

Билет ◆13

1. Первая теорема Фредгольма.
2. Общий вид линейного функционала в гильбертовом пространстве.

Билет ◆14

1. Вторая теорема Фредгольма.
2. Ограниченные линейные операторы, связь между ограниченностью и непрерывностью.

Билет ◆15

1. Теорема Банаха о замкнутом графике.
2. Ортонормированные системы, ряды Фурье, неравенство Бесселя, замкнутые и полные системы.

Билет ◆16

1. Теорема о представлении полного пространства с помощью множеств .
2. Компактные множества, определение, теорема Кантора.

Билет ◆17

1. Теорема о непредставимости полного пространства в виде суммы счетного числа нигде не плотных множеств.
2. Спектр оператора.

Билет ◆18

1. Теорема М. Рисса.
2. Теорема об изоморфизме конечномерных нормированных пространств.

7.1. Основная литература:

1. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах: [для студентов 1 курса физ. фак.] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев; Казан. гос. ун-т, Физ. фак..-Казань: [Казан. гос. ун-т], 2006.-69 с.

2.Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. - Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .- (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .- Загл. с экрана .- Режим доступа: открытый. <URL:http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223.pdf>.

3.Балашова, Елизавета Яковлевна. Математический анализ: учеб.-метод. пособие для студентов естественнонауч. специальностей / Е. Я. Балашова; Казан. гос. ун-т, Экон. фак., Каф. экономики.-Казань: Казан. гос. ун-т, 2005.?58 с.: табл., граф.; 21.-ISBN 5-98180-146-8, 100.

4. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие / Г.Н. Берман.-[22-е изд., перераб.].-Санкт-Петербург: Профессия, 2005.-432 с.: ил.; 21.-(Специалист).-ISBN 5-93913-009-7, 5000.

5. Демидович, Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие для вузов / Б.П.Демидович.-М.: АСТ: Астрель, 2004.-558с..-ISBN 5-17-010062-0((АСТ)).-ISBN 5-271-03601-4((Астрель)).

6. Шерстнев, Анатолий Николаевич. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие для мат. специальностей и направлений ун-тов / А. Н. Шерстнев.-Издание 4-е .-Казань: Казанский государственный университет, 2005.-373с.: граф.; 29.-Указ. имен., предм., обозначений: с.365-372.-Библиогр.: с.4.-ISBN 5-98180-151-4, 500.

7.Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) .

Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .- Изд. 5-е .- Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .- (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .- Загл. с экрана .- Режим доступа: открытый .- <U

8. Натансон И.П. Теория функций вещественного переменного Теория функций вещественного переменного. - СПб.: Лань, 2008. - 560с

ЭБС "Лань": http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284

9. Марон И.А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной. - СПб.: Лань, 2008. - 400с

ЭБС "Лань": http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=254

10. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - СПб.: Лань, 2005. - 160с

ЭБС "Лань": http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377

7.2. Дополнительная литература:

1. Сидоров А. М. Числовые ряды: учебное пособие, Казань: Изд-во Казан.гос.ун-та, 2009.-48с.

2. Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Основы математического анализа: [учебник] / Г. М. Фихтенгольц.-Изд. 4-е , стер..-СПб.: Лань, 2004.-(Учебники для вузов, Специальная литература).

[Ч.] 1.-2004.-440 с.: ил..-На тит. л. место изд.: М..-Алф. указ.: с.434-440.-ISBN 5-9511-0010-0.-ISBN 5-8114-0190-6((Ч.1)).

3. Сборник задач по математическому анализу: [в 3 т.] / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин.-Изд. 2-е, перераб. и доп..-Москва: Физматлит, 2010.-; 22.-ISBN 978-5-9221-0305-3((в пер.)), 1000.

4. Введение в анализ: учебно-методическое пособие / Казан. (Приволж.) федер. ун-т; [авт.-сост.: к.ф.-м.н., доц. Р. Н. Гумеров, к.ф.-м.н., доц. Ф. Ф. Султанбеков].-Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2011.-51 с.: ил.; 21.-Библиогр.: с. 51 (10 назв.), 100

5. Зорич, Владимир Антонович. Математический анализ задач естествознания / В.А. Зорич.-Москва: Изд-во МЦНМО, 2008.-135 с.; 21.-Библиогр.: с. 114-124 и в подстроч. примеч..-ISBN 978-5-94057-392-0, 400.

6. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.].-М.: Эдиториал УРСС, 2004.-(АнтиДемидович).

Т. 1: Математический анализ: введение в анализ, производная, интеграл / И. И. Ляшко [и др.].?2004.-358,[1] с.: ил..-ISBN 5-354-00657-0.

7. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.] / И. И. Ляшко [и др.].=М.: Едиториал УРСС, 2005.-(АнтиДемидович).

Т. 2: Математический анализ: ряды, функции вектор. аргумента.-2005.?222, [1] с.; 24.-ISBN 5-354-01083-7.

7.3. Интернет-ресурсы:

Натансон И.П. Теория функций вещественного переменного Теория функций вещественного переменного. - СПб.: Лань, 2008. - 560с - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284

Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. - Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .- (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .- Загл. с экрана .- Режим доступа: открытый. - http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223

Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу. - СПб.: Лань, 2012. - 192с. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3175

Марон И.А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной. - СПб.: Лань, 2008. - 400с - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=254

Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - СПб.: Лань, 2005. - 160с - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Численные методы .

Автор(ы):
Павлова М.Ф. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Глазырина Л.Л. _____
"__" _____ 201 __ г.