

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт экологии и природопользования



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика Б2.В.9

Направление подготовки: 022000.62 - Экология и природопользование

Профиль подготовки: Геоэкология

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Савельев А.А.

**Рецензент(ы):**

Мухарамова С.С.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Зарипов Ш. Х.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Учебно-методическая комиссия Института экологии и природопользования:

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Регистрационный No 211615

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Савельев А.А. кафедра моделирования экологических систем отделение экологии , Anatoly.Saveliev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

знакомство с теоретическими основами теории вероятностей и математической статистики, и приобретение навыков их применения для решения практических задач.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.В.9 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 022000.62 Экология и природопользование и относится к вариативной части. Осваивается на 1, 2 курсах, 2, 3 семестры.

Дисциплина относится к разделу (циклу) Б2.Б.9 ООП и развивает представление о теории вероятностей, статистических методах и их применении. Для ее освоения нужны знания из курсов "Математика" и "Информатика". Знания, полученные при изучении данной дисциплины, необходимы для освоения дисциплин "ГИС в экологии и природопользовании", "Моделирование и анализ пространственных данных", "Статистическая обработка и анализ данных", "Методы геохимического опробования и анализа", "Статистическая обработка результатов измерений", "Моделирование и анализ пространственных данных", "Компьютерные программы прикладной статистики", "Введение в количественные методы в экологии", "Классификация наблюдений, экологическая ординация и синтаксономия", "Основы дистанционных методов наблюдения Земли", "Техногенные системы и экологический риск". Дисциплина осваивается на 1 курсе (2 семестр) и 2 курсе (3 семестр).

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	владеть культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения
ОК-12 (общекультурные компетенции)	понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, сознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны
ОК-13 (общекультурные компетенции)	владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией
ОК-2 (общекультурные компетенции)	уметь логически верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь
ОК-6 (общекультурные компетенции)	иметь базовые знания в области информатики и современных геоинформационных технологий, владеть навыками использования программных средств и работы в компьютерных сетях, умением создавать базы данных и использовать ресурсы Интернета, владеть ГИС-технологиями; уметь работать с информацией из различных источников для решения профессиональных и социальных задач

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	обладать базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, для обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию
ПК-11 (профессиональные компетенции)	владеть методами обработки, анализа и синтеза полевой и лабораторной экологической информации и использовать теоретические знания на практике
ПК-14 (профессиональные компетенции)	владеть методами обработки, анализа и синтеза полевой и лабораторной геоэкологической информации и использовать теоретические знания в практике
ПК-2 (профессиональные компетенции)	обладать базовыми знаниями фундаментальных разделов физики, химии и биологии в объеме необходимом для освоения физических, химических и биологических основ в экологии и природопользовании, иметь представление о современной естественнонаучной картине мира, владеть методами химического анализа, а также методами отбора и анализа геологических и биологических проб, иметь навыки идентификации и описания биологического разнообразия, его оценки современными методами количественной обработки информации, включая использование методов прикладной статистики и геоинформационных технологий
ПК-4 (профессиональные компетенции)	иметь базовые общепрофессиональные (общеекологические) представления о теоретических основах общей экологии, геоэкологии, экологии человека, социальной экологии, охраны окружающей среды, о системном анализе и моделировании в экологии и природопользовании
ПК-6 (профессиональные компетенции)	знать основы природопользования, экономики природопользования, устойчивого развития, методов оценки и прогнозирования воздействия на окружающую среду, правовых основ природопользования и охраны окружающей среды, быть способным понимать, излагать и критически анализировать базовую информацию в области экологии и природопользования, в том числе, с использованием методов математической статистики, геоинформационных технологий и математического моделирования
ПК-7 (профессиональные компетенции)	знать теоретические основы экологического мониторинга, нормирования и снижения загрязнения окружающей среды, техногенных систем и экологического риска; обладать способностью к использованию теоретических знаний в практической деятельности
ПК-9 (профессиональные компетенции)	владеть методами прикладной экологии, экологического картографирования, экологической экспертизы и мониторинга; владеть методами обработки, анализа и синтеза полевой и лабораторной экологической информации и использовать теоретические знания на практике

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основы теории вероятностей и математической статистики.

2. должен уметь:

применять статистические методы для решения практических задач.

3. должен владеть:

соответствующими навыками.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны:

- понимать смысл применяемых вероятностных и статистических методов
- обладать теоретическими знаниями о вероятностных и статистических моделях
- ориентироваться в применении вероятностных и статистических методов в экологии
- приобрести навыки по практическим вероятностным и статистическим расчетам, решению задач

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория вероятностей	2	1-16	26	16	0	контрольная работа контрольная работа
3.	Тема 3. Математическая статистика	3	1-18	10	18	0	контрольная работа контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого			36	34	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Теория вероятностей

*лекционное занятие (26 часа(ов)):*

1. ИСПЫТАНИЯ И СОБЫТИЯ. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ. Испытания и элементарные исходы; события. Достоверное и невозможное события. Совместные и несовместные события. Полная группа событий. Классическое определение вероятности. Расчет вероятности на основе равновозможности исходов. Неверное толкование классического определения. Основные формулы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания. Примеры непосредственного вычисления вероятностей. Статистическая вероятность. Геометрические вероятности. Использование геометрических объектов как непрерывной меры. Теория множеств как модель для вычисления вероятностей. 2. ТЕОРЕМЫ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. Теорема сложения вероятностей. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Противоположные события, использование для вычисления вероятности. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Теорема умножения вероятностей. Условная и безусловная вероятность. Разложение вероятности произведения событий в произведение условных вероятностей. Независимые события, определение. Парно независимые и независимые в совокупности события. Вероятность появления хотя бы одного события. Совместные события. Теорема сложения вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формулы Байеса. Повторение испытаний. Схема Бернулли. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. Случайная величина, возможные значения, связь с вероятностью. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона, связь с биномиальным распределением. Простейший поток событий. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Числовые характеристики положения случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины, распределение среднего. Начальные и центральные теоретические моменты. Связь с дисперсией и математическим ожиданием. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. Значение теоремы Чебышева для практики. Теорема Бернулли. 4. НЕПРЕРЫВНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. Определение функции распределения непрерывной случайной величины; ее свойства, график. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины; ее свойства. Вероятностный смысл плотности распределения. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Закон равномерного распределения вероятностей. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. 5. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ. Нормальное распределение как предельное распределение суммы случайных величин. Влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема. Асимметрия и эксцесс. Распределение суммы независимых случайных величин. Устойчивость нормального распределения. 6. СИСТЕМА ДВУХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Таблица вероятностей. Маргинальные вероятности. Функция распределения двумерной непрерывной случайной величины; свойства. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины (двумерная плотность вероятности). Вероятность попадания случайной точки в произвольную область. Условные законы распределения составляющих системы случайных величин. Условное математическое ожидание. 7. РЕГРЕССИЯ. Регрессия  $X$  на  $Y$ , Регрессия  $Y$  на  $X$ . Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Коррелированность и зависимость случайных величин. Линейная регрессия. Прямые линии среднеквадратической регрессии. Линейная корреляция. Нормальная корреляция. Каноническое уравнение регрессии.

**практическое занятие (16 часа(ов)):**



1. Классическое и статистическое определение вероятности. Геометрические вероятности. 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Разбор вопросов по домашнему заданию для рубежного контроля. 3. Формула полной вероятности. Формула Байеса. 4. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. 5. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Разбор вопросов по домашнему заданию для рубежного контроля. 6. Теоретические моменты. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Разбор вопросов по домашнему заданию для рубежного контроля. 7. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Теоретические моменты. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. 8. Разбор вопросов по домашнему заданию для рубежного контроля. Выполнение теста для промежуточного контроля.

### **Тема 3. Математическая статистика**

***лекционное занятие (10 часа(ов)):***



1. ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. Краткая историческая справка. Выборочный метод. Генеральная и выборочная совокупности. Виды выборок. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. 2. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. Генеральная средняя (математическое ожидание). Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Генеральная дисперсия (дисперсия случайной величины). Выборочная дисперсия. Разложение дисперсии при группировке. Групповая, внутригрупповая, межгрупповая и общая дисперсии, их связь. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Метод максимального правдоподобия. Примеры оценок. Другие характеристики вариационного ряда (мода, медиана, размах, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации). 3. ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии и при неизвестной дисперсии. Оценка истинного значения измеряемой величины. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения. Оценка точности измерений. 4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Наблюдаемое значение критерия. Критические точки. Отыскание правосторонней критической области. Отыскание левосторонней и двусторонней критических областей. Дополнительные сведения о выборе критической области. Мощность критерия. Связь с доверительным интервалом. Наиболее распространенные статистические гипотезы и методы их проверки. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних произвольно распределенных генеральных совокупностей (большие независимые выборки). Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности (для случая известной и неизвестной дисперсии). Определение минимального объема выборки при сравнении выборочной и гипотетической генеральной средних. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам различного объема и по выборкам одинакового объема. Критерий Бартлетта. Критерий Кочрена. Сравнение нескольких средних. Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная дисперсии. Таблица дисперсионного анализа. 5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ И РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратичной регрессии методом наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции. Таблица дисперсионного анализа линейной модели. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции. z-преобразование Фишера. Использование условной дисперсии как меры любой корреляционной связи. Выборочное корреляционное отношение как мера корреляционной связи; его свойства. Достоинства и недостатки этой меры. Ранговая корреляция. Выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла; проверка гипотез об их значимости. Критерий Вилкоксона и проверка гипотезы об однородности двух выборок. Простейшие случаи криволинейной корреляции. Понятие о множественной корреляции. Соотношение различных мер корреляции.

**практическое занятие (18 часа(ов)):**

1. Нормальное распределение. Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. 2. Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки. Интервальные оценки. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. 3. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности. Сравнение двух средних генеральных совокупностей, дисперсии которых известны (большие независимые выборки). 4. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых неизвестны и одинаковы (малые независимые выборки). Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности. Разбор вопросов по домашнему заданию для рубежного контроля. 5. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями (зависимые выборки). Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события. 6. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам различного объема. Критерий Бартлетта. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам одинакового объема. Критерий Кочрена. Разбор вопросов по домашнему заданию для рубежного контроля. 7. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона. 8. Линейная среднеквадратическая модель регрессии. 9. Однофакторный дисперсионный анализ. Разбор вопросов по домашнему заданию для рубежного контроля. Выполнение теста для промежуточного контроля.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория вероятностей	2	1-16	изучение литературы, выполнение упражнений из учебника	10	дискуссия
				подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
				подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
3.	Тема 3. Математическая статистика	3	1-18	изучение литературы, выполнение упражнений из учебника	10	дискуссия
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
Итого					38	

#### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

- компьютерные презентации лекций;
- интерактивный опрос по разделам 1-2;

- лекционное изложение основывается на разборе конкретных ситуаций;
- для решения практических задач используются компьютерные симуляции.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Теория вероятностей**

дискуссия , примерные вопросы:

Теория вероятности. Определение вероятности (классическое, частотное, геометрические вероятности). Полная группа событий. Несовместные и противоположные события. Сложение вероятностей несовместных событий. Произведение событий. Условная вероятность. Независимые события. Формула полной вероятности. Сложение вероятностей совместных событий. Формулы Байеса. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Математическое ожидание. Определение и свойства. Математическое ожидание числа событий в независимых испытаниях.

контрольная работа , примерные вопросы:

Использовать знания, полученные на лекциях и практических занятиях по данной дисциплине. Использовать основную и дополнительную литературу, Интернет-ресурсы. Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа выполняется в письменном виде. Необходимо отразить постановку задач, формализацию, последовательность действий для решения, использованные на каждом шаге методы. Примерные вопросы контрольной работы: 1. Вероятность того, что в потомстве одной свиноматки окажется  $n$  особей ( $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ) равна  $P_n$ . Задание: найти мат.ожидание, дисперсию, среднеквадратичное отклонение, коэффициент асимметрии и эксцесс этого распределения. Какова вероятность того, что в одном опоросе окажется от 3 до 6 особей? 2. Оценка параметров непрерывной случайной величины. Вероятность уровня концентрации СО в выхлопных газах автомобилей имеет функцию распределения  $F(x)$ : ( $F(x) = \dots$ ) Задание: определить медиану, мат.ожидание, дисперсию, коэффициент асимметрии и эксцесс этого распределения. Какова вероятность того, что концентрация СО в выхлопных газах составит менее 20% от величины  $b$ .

контрольная работа , примерные вопросы:

Использовать знания, полученные на лекциях и практических занятиях по данной дисциплине. Использовать основную и дополнительную литературу, Интернет-ресурсы. Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа выполняется в письменном виде. Необходимо отразить постановку задач, формализацию, последовательность действий для решения, использованные на каждом шаге методы. Примерные вопросы контрольной работы: 1. Вероятность того, что в потомстве одной свиноматки окажется  $n$  особей ( $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ) равна  $P_n$ . Задание: найти мат.ожидание, дисперсию, среднеквадратичное отклонение, коэффициент асимметрии и эксцесс этого распределения. Какова вероятность того, что в одном опоросе окажется от 3 до 6 особей? 2. Оценка параметров непрерывной случайной величины. Вероятность уровня концентрации СО в выхлопных газах автомобилей имеет функцию распределения  $F(x)$ : ( $F(x) = \dots$ ) Задание: определить медиану, мат.ожидание, дисперсию, коэффициент асимметрии и эксцесс этого распределения. Какова вероятность того, что концентрация СО в выхлопных газах составит менее 20% от величины  $b$ .

### **Тема 3. Математическая статистика**

дискуссия , примерные вопросы:

Представительность выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Статистические оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Генеральное и выборочное среднее. Генеральная и выборочная дисперсия. Разложение дисперсии на внутригрупповую и межгрупповую при группировке. Интервальные оценки. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Односторонние и двухсторонние оценки. Интервальная оценка генерального среднего по выборке. Интервальная оценка генеральной дисперсии по выборке.

контрольная работа , примерные вопросы:

Подготовка к контрольной работе. Использовать знания, полученные на лекциях и практических занятиях; использовать основную и дополнительную литературу, Интернет-ресурсы. Контрольная работа выполняется в письменном виде. Необходимо отразить постановку задач, формализацию, последовательность действий для решения, использованные на каждом шаге методы. Примерные вопросы контрольной работы: 1. Три методики На территории Татарстана действуют 3 расчетные методики по определению максимальной концентрации ВЗВ. Произведено  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ , расчетов по каждой из методик при одинаковых условиях эксперимента. В среднем результаты расчетов одинаковы. Вопрос: Можно ли отдать предпочтение одной из методик? Если можно, то которой? Уровень значимости 0.05. 2. Свинец в растениях Госкомприроды г.Казани производится оценка влияния загрязнения придорожной растительности по проспекту Ибрагимова выхлопами автотранспорта. Проведено 20 замеров концентрации свинца в вегетативной части растений на расстоянии 50, 100 и 150 см от дороги. Вопрос: Влияет ли фактор удаленности от дороги на концентрацию свинца в растениях? Уровень значимости 0.05. 3. Прогноз заболеваемости ОРЗ В течении нескольких лет проводились совместные исследования заболеваемости (на 1000 населения) ОРЗ и уровня загазованности в Вахитовском районе города Казани. Задание: Оценить корреляцию между этими величинами, построить линейную регрессионную модель, проверить ее адекватность и выдать прогноз заболеваемости в случае превышения среднего уровня загазованности в 2 раза. Уровень значимости для проверки гипотез ? 0.1.

контрольная работа , примерные вопросы:

Подготовка к контрольной работе. Использовать знания, полученные на лекциях и практических занятиях; использовать основную и дополнительную литературу, Интернет-ресурсы. Контрольная работа выполняется в письменном виде. Необходимо отразить постановку задач, формализацию, последовательность действий для решения, использованные на каждом шаге методы. Примерные вопросы контрольной работы: 1. Три методики На территории Татарстана действуют 3 расчетные методики по определению максимальной концентрации ВЗВ. Произведено  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ , расчетов по каждой из методик при одинаковых условиях эксперимента. В среднем результаты расчетов одинаковы. Вопрос: Можно ли отдать предпочтение одной из методик? Если можно, то которой? Уровень значимости 0.05. 2. Свинец в растениях Госкомприроды г.Казани производится оценка влияния загрязнения придорожной растительности по проспекту Ибрагимова выхлопами автотранспорта. Проведено 20 замеров концентрации свинца в вегетативной части растений на расстоянии 50, 100 и 150 см от дороги. Вопрос: Влияет ли фактор удаленности от дороги на концентрацию свинца в растениях? Уровень значимости 0.05. 3. Прогноз заболеваемости ОРЗ В течении нескольких лет проводились совместные исследования заболеваемости (на 1000 населения) ОРЗ и уровня загазованности в Вахитовском районе города Казани. Задание: Оценить корреляцию между этими величинами, построить линейную регрессионную модель, проверить ее адекватность и выдать прогноз заболеваемости в случае превышения среднего уровня загазованности в 2 раза. Уровень значимости для проверки гипотез ? 0.1.

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Для аттестации по итогам освоения дисциплины проводится экзамен. Для промежуточной аттестации проводится зачет. Текущий контроль успеваемости и контроль выполнения самостоятельной работы осуществляются путем устного опроса студентов на лекциях, проверки решений на практических занятиях и по результатам выполнения контрольных работ. Самостоятельная работа студентов предполагает проработку теоретического материала и развитие практических навыков с использованием основной и дополнительной литературы и по самостоятельно найденным Интернет-источникам, а также выполнение контрольных заданий.

Примеры вопросов промежуточной аттестации (зачет):

1. Пусть событие А - попадание в мишень первым стрелком, событие В - попадание в мишень вторым стрелком. Тогда событие АВ -

Попадание в мишень обоих стрелков

Попадание в мишень хотя бы одного стрелка

Произведение очков, выбитых стрелками

Попадание в мишень только одного стрелка

2. Пусть событие  $A$  - попадание в мишень первым стрелком, событие  $B$  - попадание в мишень вторым стрелком. Тогда событие  $A+B$  -

одновременное попадание в мишень обоих стрелков

попадание в мишень хотя бы одного стрелка

попадание в мишень только одного из стрелков

сумма очков, выбитых стрелками

3. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором - с номерами от 6 до 10.

Из каждого ящика вынули по одному шару. Тогда вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не менее 9 и не более 11, равна ?

1.2

0.16

0.48

0.3

4. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей

$X$  7 9 11 13

$P$  0.3 0.15 0.3 0.25

Тогда вероятность  $P(7 < X \leq 13)$  равна

0.7

0.75

0.45

0.3

Примеры вопросов аттестации по итогам освоения дисциплины (экзамен):

Теория вероятностей

Определение вероятности (классическое, частотное, геометрические вероятности)

Полная группа событий. Несовместные и противоположные события. Сложение вероятностей несовместных событий.

Произведение событий. Условная вероятность. Независимые события.

Формула полной вероятности. Сложение вероятностей совместных событий.

Формулы Байеса с выводом

Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей.

Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.

Математическое ожидание. Определение и свойства.

Математическое ожидание числа событий в независимых испытаниях.

Дисперсия. Определение и свойства.

Функция распределения непрерывной случайной величины. Плотность вероятности непрерывной случайной величины.

Нормальное распределение. Влияние параметров на функцию плотности вероятности.

Асимметрия и эксцесс распределения.

Условное математическое ожидание.

Характеристики линейной и полной связи двух случайных величин.

Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.

Математическая статистика

Выборочный метод. Генеральная и выборочная совокупность.

Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.



Повторная и бесповторная выборка. Представительность выборки.

Линейная среднеквадратичная регрессия. Регрессия  $X$  на  $Y$  и  $Y$  на  $X$ . Выборочная среднеквадратичная регрессия. Оценка адекватности в случае известной и неизвестной дисперсии зависимой переменной. Оценка значимости коэффициентов.

Проверка гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Критические области. Примеры. Свойства критериев проверки гипотез. Ошибки первого и второго рода.

Проверка гипотез. Сравнение непрерывных распределений (критерий Пирсона Хи-квадрат)

Проверка гипотез. Сравнение выборочной средней с гипотетической средней генеральной совокупности.

Проверка гипотез. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей (зависимые выборки).

Проверка гипотез. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей (независимые выборки) с неизвестными дисперсиями.

Проверка гипотез. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей (независимые выборки) с известными дисперсиями.

Проверка гипотез. Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей (критерий Фишера).

Статистические оценки параметров распределения. Интервальные и точечные, несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.

Интервальные оценки. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Генеральная и выборочная дисперсия, их связь. Генеральное и выборочное среднее, их связь.

Односторонние и двусторонние оценки.

Интервальные оценки. Выборочный коэффициент корреляции и его интервальная оценка

Интервальные оценки. Интервальная оценка генеральной дисперсии по выборке.

Интервальные оценки. Интервальная оценка генерального среднего по выборке.

Разложение дисперсии на внутригрупповую и межгрупповую при группировке.

Дисперсионный анализ.

### 7.1. Основная литература:

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман .? 12-е изд., перераб. ? Москва : Высш. образование, 2007 .? 478
2. Теория вероятностей: Учебное пособие / И.А. Палий. - М.: ИНФРА-М, 2011. - 236 с. [//http://znanium.com/bookread.php?book=225156](http://znanium.com/bookread.php?book=225156)
3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с. <http://znanium.com/bookread.php?book=217167>
4. Теория вероятностей и математическая статистика / Б.А. Горлач. - М.: Лань, 2013. - 320 с. [//http://e.lanbook.com/view/book/4864/](http://e.lanbook.com/view/book/4864/)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Теория вероятностей : учебное пособие / В. А. Попов ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т физики .? Казань : [Казанский университет], 2013 .? ; 21.  
Ч. 1: Элементарная теория вероятностей .? 2013 .? 46 с.
2. Теория вероятностей : учебное пособие / В. А. Попов ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т физики .? Казань : [Казанский университет], 2013 .? ; 21.  
Ч. 2: Случайные величины .? 2013 .? 43 с.
3. Задачи по теории вероятностей : учебное пособие / С. В. Симушкин, Л. Н. Пушкин .? Казань : Казанский университет, 2011 .? 224 с.

4. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : для студентов вузов, обучающихся по спец. 010200 "Приклад. математика и информатика" и по направлению 510200 "Приклад. математика и информатика" / И. Н. Володин ; Казанский государственный университет .? Казань : Казанский государственный университет, 2006 .? 272 с.

5. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. 256 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2026)

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

1 Сайт разработчиков языка статистического программирования R - <http://cran.r-project.org/>

2 Портал Машинное обучение - <http://www.machinelearning.ru/>

3 Математический образовательный сайт - [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru)

4 Сайт Алгоритмика, статистика и теория вероятностей - <http://matstats.ru/>

5 Сайт по биоинформатике - <http://bioinformatics.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютеры с установленными офисными пакетами и статистической системой R, проекционные оборудование в лекционных аудиториях.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 022000.62 "Экология и природопользование" и профилю подготовки Геоэкология



Автор(ы):

Савельев А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Мухарамова С.С. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.