МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Численные методы Б3.Б.6

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика
Профиль подготовки: Математическое моделирование
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З. , Тимербаев М.Р.

Рецензент(ы):

Карчевский М.М.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 910815

Казань
2014

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Rafail.Dautov@kpfu.ru ; профессор, д.н. (доцент) Тимербаев М.Р. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики , Marat.Timerbaev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие разделы, как численные методы решения задач математического анализа, линейной алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений. Разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.6 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 6 семестре и на 4 курсе в 7 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия, приемы и методы вычислительной математики

2. должен уметь:

- аппроксимировать функции
- вычислять интегралы численными методами
- применять итерационные методы для решения нелинейных уравнений

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

- применять численные методы для решения систем линейных уравнений
- применять численные методы для решения проблемы собственных значений
- применять разностные методы для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

3. должен владеть:

- математическим аппаратом решения задач вычислительной математики

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.	6	1	2	0	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.	6	2-3	4	0	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.	6	4-5	4	0	0	домашнее задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.	6	6-7	4	0	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Наилучшее приближение в номированном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.	6	8-9	4	0	0	контрольная работа домашнее задание
6.	Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.	6	10-11	4	0	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.	6	12-13	4	0	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.	6	14-15	4	0	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.	6	16-17	4	0	0	контрольная работа домашнее задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.	7	1-2	4	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. LU-разложение для профильнывх матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.	7	3-4	4	0	2	домашнее задание
12.	Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.	7	5-6	4	0	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.	7	7-8	4	0	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.	7	9-10	4	0	2	контрольная работа домашнее задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
15.	Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.	7	11-12	4	0	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.	7	13-14	4	0	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнениЙ первого порядка.	7	15-16	4	0	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.	7	17-18	4	0	2	контрольная работа домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен
	Итого			70	0	18	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Постановка задачи об интерполировании функций одной переменной. Алгебраическое интерполирование, интерполяционный полинома Лагранжа. Построение. Разделенные разности и их основные свойства. Построение интерполяционного полинома Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Представление погрешности интерполяционного полинома Лагранжа. Оценка погрешности интерполирования для равномерно распределенных узлов. Определение и основные свойства полиномов Чебышева. Оценка погрешности интерполирования для узлов Чебышева.

Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Постановка задачи интерполирования с кратными узлами. Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционная формула Эрмита. Представление погрешности интерполяционного полинома Эрмита.

Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Пространство кусочных полиномов. Интерполирование кусочными полиномами. Оценка погрешности кусочно-полиномиальной интерполяции. Определение и построение кубического сплайна. Различные типы граничных условий для вычисления сплайна.

Тема 5. Наилучшее приближение в номированном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Существование наилучшего приближения, условия единственности. Единственность наилучшего приближения в евклидовом пространстве. Сведение задачи о наилучшем приближении в еклидовом пространстве к системе линейных алгебраических уравнений.

Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения на интервале. Исследование существования и единственности. Построение. Оценка погрешности приближения гладких функций. Метод наименьших квадратов.

Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие об ортогональных системах функций. Ортогональные полиномы и их основные свойства. Рекуррентные формулы вычисления ортогональных полиномов. Примеры ортогональных полиномов: полиномы Лежандра, полиномы Чебышева. Свойства нулей ортогональных полиномов.

Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Приближенное вычисление интегралов. Квадратурные формулы интрполяционного типа. Просьтые и составные квадратуры прямоугольников и трапеций, их погрешность. Простая и составная квадратура парабол (формула Симпсона). Остаточный член формулы Симпсона.

Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности, квадратурные формулы Гаусса. Критерий квадаратуры Гаусса. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности с частично фиксированными узлами, квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Критерий квадаратуры Гаусса-Лобатто. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса-Лобатто. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях. Вычисление несобственных интегралов: замена переменных, мультипликативное выделение осо-бенностей, аддитивное выделение особенностей.

Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема о возможности применения метода Гаусса. Метод Гаусса с выбором главных элементов и его модификации. Понятие о применении метода Гаусса для систем с разреженными матрицами. Метод Гаусса и разложение матриц на треугольные множители.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Реализация в Матлаб метода Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. Реализация в Матлаб LU-разложения.

Тема 11. LU-разложение для профильнывх матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Учет структуры профильных матриц в LU-разложении, наследование профильности матрицы в ее треугольной факторизации. Оптимизация треугольного разложения за счет перенумерации строк и столбцов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Реализация в Матлаб LU-разложения с учетом разреженной структуры матрицы.

Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Эффективные методы решения систем линейных уравнений с 3-х диагональными матрицами. Метод квадратного корня для систем с симметричными матрицами. Метод квадратного корня для систем с профильными симметричными матрицами.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Программная реализация метода квадратного корня для симметричной матрицы. Учет разреженной структуры матрицы.

Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Каноническая форма двуслойного итерационного процесса. Достаточные условия сходимости итерационного процесса. Исследование двуслойных итерационных методов для систем с симметричными положительно определенными матрицами. Оптимальный выбор итерациооного параметра. Методы Якоби, Зейделя и метод релаксации. Минимизация невязки на каждой итерации, итерационные методы вариационного типа. Метод покоординатного спуска. Метод наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Программирование итерационного процесса с предобусловливателем. Численные эксперименты.

Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Методы решения алгебраической проблемы собственных значений. Метод прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений для симметричных матриц. Метод обратной итерации со сдвигом. Метод Якоби (метод вращений) решения полной проблемы собст-венных значений для симметричных матриц.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Программиорвание метода вращения для решения полной проблемы собственных значений. Программирование методов прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Решение нелинейных уравнений и систем. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости, геометрическая интерпретация. Понятие о методах высоко-го порядка. Метод хорд, касательных. секущих. Методы типа Якоби и Зейделя для решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации решения нелинейных систем уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Численное решение нелинейного уравнения. Программирование итерационного процесса. Тестовые расчеты.

Тема 16. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Метод разложения по формуле Тейлора решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы типа Рунге-Кутта. Простейшие варианты методов Рунге-Кутта. Общий способ построения методов Рунге-Кутта. Теорема о сходимости методов Рунге-Кутта.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Программная реализация в Матлаб метода Рунге-Кутта. Тестовые расчеты. Сравнение результатов численных экспериментов с теоретическими оценками точности.

Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнениЙ первого порядка.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Методы типа Адамса. Построение методов типа Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод типа Адамса.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Программная реализация в Матлаб метода Адамса. Тестовые расчеты. Сравнение результатов численных экспериментов с теоретическими оценками точности.

Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Разностный метод аппроксимации двухточечной краевой задачи. Разрешимость разностной задачи. Условия выбора коэффициентов разностного оператора, обеспечивающие второй порядок аппроксимации. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устой-чивости и сходимости схем. Понятие об экономичных схемах для многомерных параболических уравнений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Программирование в Матлаб разностного метода решения двухточечной краевой задачи. Тестовые расчеты. Сравнение результатов численных экспериментов с теоретическими оценками погрешности.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.	6	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.	6	2-3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.	6	4-5	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
4.	Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.	6	6-7	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
5.	Тема 5. Наилучшее приближение в номированном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.	6	8-9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
6.	Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.	6	10-11	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
7.	Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.	6	12-13	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.	6	14-15	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
9.	Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.	6	16-17	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
10.	Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.	7	1-2	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
11.	Тема 11. LU-разложение для профильнывх матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.	7	3-4	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
12.	Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.	7	5-6	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
13.	Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.	7	7-8	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
14.	Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.	7	9-10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
15.	Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.	7	11-12	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
16.	Тема 16. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.	7	13-14	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
17.	Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнениЙ первого порядка.	7	15-16	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
18.	Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.	7	17-18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				56	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Вычислительные методы" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамена, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Интерполяция функций алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданных узлов и узловых значений построить интерполяциооный полином в форме Лагранжа, в форме Ньютона, в барицентрической форме. Выписать базисные функции Лагранжа.

Тема 2. Оценка остаточного члена интерполирования. Минимизация. Полиномы Чебышева.

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданныхузлов интерполяции и заданной функции оценить погрешность инрполяции. Сравнить результат со случаем чебышевского набора узлов.

Тема 3. Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита. Оценка погрешности эрмитовой интерполяции.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданных кратных узлов и узловых значений построить интерполяциооный полином Эрмита. Для ряда специальных случаев выписать базис Эрмита.

Тема 4. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяция сплайнами. Построение кубического сплайна.

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданной функции построить кусочно-линейный и кусочно-квадратические интерполянты. Оценить их погрешность.

Тема 5. Наилучшее приближение в номированном пространстве. Наилучшее приближение в евклидовом пространстве.

домашнее задание , примерные вопросы:

Для заданной прямой и заданной точки плоскости нНайти элемент наилучшего приближения в различных нормах на плоскости. Привести геометрическую интерпретацию решений.

контрольная работа , примерные вопросы:

Для заданной функции в заданных точках построить интерполяционный полином Лагранжа. Для заданной функции и ее производной в заданных точках построить интерполяционный полином Эрмита. Для заданной функции найти полином 1-й степени наилучшего равномерного приближения.

Тема 6. Среднеквадратическое приближение функций. Приближение функций методом наименьших квадратов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Наилучшее среднеквадратическое приближение на интервале. Наилучшее среднеквадратическое приближение на дискретном множестве точек. Для заданной функции найти полином 1-й степени, являющийся наилучшим среднеквадратическим приближением.

Тема 7. Ортогональные полиномы. Основные свойства, трехчленное соотношение, нули ортогональных полиномов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить первые несколько ортогональных полиномов Лежандра. Разложить заданный полином в ряд по полиномам Чебышева. Разложить заданный полином в ряд по полиномам Лежандра.

Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников и трапеций, их погрешность. Формула Симпсона. Остаточный член формулы Симпсона.

домашнее задание , примерные вопросы:

Заданный интеграл вычислить приближенно с помощью составной квадратуры прямоугольников, оценить погрешность. Заданный интеграл вычислить приближенно с помощью составной квадратуры трапеций, оценить погрешность. Заданный интеграл вычислить приближенно с помощью составной квадратуры Симпсона, оценить погрешность. Сравнить полученные результаты приближенных вычислений.

Тема 9. Квадратурные формулы типа Гаусса. Квадратурные формулы Гаусса-Лобатто. Квадратурная формула Эрмита.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить узлы и коэффициенты квадратуры Гаусса для заданных весовых функций при 1-м, 2-х, 3-х узлах. Вычислить узлы и коэффициенты квадратуры Гаусса-Лобатто для заданных весовых функций при 1-м, 2-х, 3-х и 4-х узлах.

контрольная работа , примерные вопросы:

Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры прямоугольников, оценив необходимое число отрезков разбиения. Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры трапеций, оценив необходимое число отрезков разбиения. Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры Симпсона, оценив необходимое число отрезков разбиения. Заданный интеграл вычислить с заданной точностью с помощью составной квадратуры Гаусса с 2-мя узлами на элементе, оценив необходимое число отрезков разбиения.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Тема 10. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение. Оценка числа арифметических операций в этих методах.

домашнее задание , примерные вопросы:

Прямые методы. Метод Гаусса и его модификации (LU, LDL'- разложения). Число арифметических операций для их реализации. Применения метода Гаусса к вычислению определителей и обратных матриц. Решение 3-х диагональных систем уравнений. Метод прогонки.

Тема 11. LU-разложение для профильнывх матриц. Оценка числа арифметических операций для профильных матриц.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить LU-разложение заданной полной и профильной матриц.

Тема 12. Метод прогонки решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей. Метод отражений. Метод квадратного корня.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вывод формул метода прогонки, подсчет числа арифметических операций. Решить заданную систему с трехдиагональной матрицей методом прогонки.

Тема 13. Итерационные методы решения систем линейных уравнений с симметричной и положительно определенной матрицей. Итерационные методы вариационного типа: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок.

домашнее задание , примерные вопросы:

Связь решения СЛАУ с экстремумом квадратичного функционала. Метод покоординатного спуска решения СЛАУ. Метод градиентного (наискорейшего) спуска, его сходимость и оценка погрешности.

Тема 14. Полная и частичная проблема собственных чисел.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычислить несколько приближений методом прямой итерации. Вычислить несколько итераций метода вращений Якоби.

контрольная работа , примерные вопросы:

Вычислить приближенно максимальное собственное значение степенным методом. Для заданной симметричной матрицы с диагональным преобладанием вычислить несколько итераций метода вращений Якоби.

Тема 15. Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.

домашнее задание , примерные вопросы:

Применяя итерационные методы простой итерации, Ньютона и секущих вычислить с заданной точностью квадратный корень данного числа. Сравнить резльтаты.

Тема 16. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

домашнее задание , примерные вопросы:

Применить 2-х этапный метод Рунге-Кутта для решения тестовых задач Коши. Сравнить с точными решениями. Убедиться, что полученные результаты подтверждают теоретическую оценку погрешности.

Тема 17. Методы Адамса решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравненИй первого порядка.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение методов типа Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод типа Адамса.

Тема 18. Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.

домашнее задание , примерные вопросы:

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Для данного дифференциального оператора 2-го порядка выписать соответствующий ему разностный оператор, применяя различные способы построения сеточных приближений. Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностной схемы. Проверить выполнимость основных требований, предъявляемых к методу сеток.

контрольная работа , примерные вопросы:

Применяя метод Ньютона, решить нелинейное уравнение. Применяя метод секущих, решить нелинейное уравнение. Применяя метод Эйлера, решить задачу Коши. Для заданной 2-х точечной краевой задачи написать ее сеточную аппроксимацию.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена. Примерные вопросы для экзамена - Приложение1.

Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

Оценка остаточного члена интерполирования. Полиномы Чебышева, их основные свойства.

Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита.

Вывод оценки погрешности эрмитовой интерполяции. Наилучшее приближение в номированном и в евклидовом пространствах.

Среднеквадратическое приближение функций. Ортогональные полиномы, их основные свойства.

Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, их погрешность.

Квадратурные формулы повышенной алгебраической точности - квадратуры Гаусса и Гаусса-Лобатто.

Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение, разложение Холесского.

Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона,

метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.

Методы Рунге-Кутта и Адамса решения задачи Коши для систем ОДУ.

Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.

7.1. Основная литература:

1. Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство "Лань", 2010. - 208 с.

ISBN 978-5-8114-1014-9 e.lanbook.com
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378

2. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова

- М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат).

(обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 экз. www.znanium.com
http://znanium.com/go.php?id=364601

3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2012. - 636 с.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397

4. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: 3. учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский;

Казан. федер. ун-т.?Казань: Казанский университет, 2012.?121 с.

5. Бахвалов Н. С. Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов /

Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; Моск. гос. ун-т.?4-е изд..?Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2006.?636 с.

6. Самарский А. А. Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов /

А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова.? 3-е изд., стер..?Санкт-Петербург: Лань, 2005.?288 с.

7.Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. -

М.:Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 240 с. URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4399

7.2. Дополнительная литература:

1. Лапчик, М. П. Численные методы: учеб. пособие для студ. вузов /

М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер ; под ред. М. П. Лапчика.?5-е изд., стер..?М.: Академия, 2009.?384 с

2. Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие /

Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков;

Под ред. В. А. Садовничего.?Москва: Высшая школа, 2000.?190 с..?(Высшая математика).?Библиогр.: с.188.?ISBN 5-06-003684-7: 29.00.

3. Каханер, Дэвид. Численные методы и программное обеспечение: перевод с английского / Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш; Пер. Х. Д. Икрамова.?

Издание 2-е, стереотипное.?Москва: Мир, 2001.?575 с.: ил..?Пер. изд.: Numerical Methods and Software /

D. Kahaner, C. Moler, St. Nash (Prentice-Hall International, 1989).?

Библиогр.: с. 554-559.?Указ.: с. 560-570.?ISBN 5-03-003392-0 (рус).?ISBN 0-13-626672-X (англ).

7.3. Интернет-ресурсы:

Портал математических интернет-ресурсов - http://www.math.ru/

Портал математических интернет-ресурсов - http://www.allmath.com/

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - http://en.edu.ru/

Сайт образовательных ресурсов по математике - http://www.exponenta.ru/

Справочник по компьютерной математике - http://www.users.kaluga.ru/math/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB,audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Лекции в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером), лабораторные занятия по дисциплине проводятся в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):
Даутов Р.З. _____
Тимербаев М.Р. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Карчевский М.М. _____
"__" _____ 201 __ г.