

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Уравнения математической физики Б3.Б.10

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Карчевский М.М.

**Рецензент(ы):**

Бахтиева Л.У.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 917115

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Карчевский М.М. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики, mikhail.Karchevsky@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Излагаются основные понятия и методы построения математических моделей простейших физических процессов, методы исследования корректности граничных задач для классических уравнений математической физики, основные методы построения точных решений задач математической физики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б3.Б.10 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

"Уравнение математической физики" входит в состав профессиональных дисциплин. Читается на 3 курсе в 5 и 6 семестре.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:  
применять полученные теоретические знания на практике.
2. должен уметь:  
способами решения уравнений математической физики.
3. должен владеть:  
навыками решения задач математической физики различной сложности
4. должен демонстрировать способность и готовность:  
применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.	5		2	0	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.	5		2	0	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.	5		2	0	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики	5		2	0	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны	5		2	0	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.	5		2	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)	5		2	0	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.	5		2	0	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны.	5		2	0	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны	5		2	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.	5		1	0	1	домашнее задание
12.	Тема 12. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.	5		1	0	1	домашнее задание
13.	Тема 13. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.	5		1	0	1	домашнее задание
14.	Тема 14. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)	5		1	0	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
15.	Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.	5		2	0	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.	5		2	0	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.	5		2	0	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня	5		2	0	2	домашнее задание
19.	Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.	5		2	0	2	домашнее задание
20.	Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	5		2	0	2	домашнее задание
21.	Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.	6		2	0	2	письменная работа
22.	Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	6		2	0	2	домашнее задание
23.	Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.	6		2	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
24.	Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина.	6		2	0	2	домашнее задание
25.	Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.	6		2	0	2	домашнее задание
26.	Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.	6		2	0	2	домашнее задание
27.	Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.	6		2	0	2	домашнее задание
28.	Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа.	6		1	0	1	домашнее задание
29.	Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа	6		1	0	1	домашнее задание
30.	Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина	6		2	0	2	домашнее задание
31.	Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.	6		2	0	2	домашнее задание
32.	Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.	6		2	0	2	домашнее задание
33.	Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.	6		2	0	2	письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
34.	Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга.	6		2	0	2	домашнее задание
35.	Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя - гармонические функции.	6		2	0	2	домашнее задание
36.	Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.	6		2	0	2	домашнее задание
37.	Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.	6		2	0	2	домашнее задание
38.	Тема 38. Интеграл Гаусса.	6		1	0	1	домашнее задание
39.	Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.	6		1	0	1	домашнее задание
40.	Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.	6		1	0	1	домашнее задание
41.	Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.	6		1	0	1	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	экзамен
	Итого			72	0	72	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.

###### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Эллиптические, гиперболические и параболические уравнения.

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Приобретение практических навыков классификации линейных уравнений с частными производными второго порядка.



## **Тема 2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Канонический вид уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков приведения уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.

## **Тема 3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Канонический вид уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков приведения к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

## **Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Основные уравнения математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение колебаний мембраны, уравнение колебаний стержня, уравнение теплопроводности в твердом теле, уравнение теплопроводности стержня, примеры стационарных уравнений.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков вывода основных уравнений математической физики

## **Тема 5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решения задачи Коши для уравнения колебаний струны с помощью формулы Даламбера

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения уравнения колебаний полуограниченной струны

## **Тема 6. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.

## **Тема 7. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)

## **Тема 8. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны методом Фурье.

**Тема 9. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Явление резонанса.

**Тема 10. Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны методом разделения переменных

**Тема 11. Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков доказательства теоремы единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.

**Тема 12. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков доказательства теоремы единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.

**Тема 13. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Решение задачи Коши для трехмерного волнового уравнения с помощью формулы Пуассона.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков использования формулы Пуассона для решения задачи Коши в случае трехмерного волнового уравнения.

**Тема 14. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Решение задачи Коши для двумерного волнового уравнения методом спуска

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков использования формулы Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения

**Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.

**Тема 16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков доказательства теоремы о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.

**Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня методом разделения переменных.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня .

**Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Анализ полученного решения. Квазистационарный режим остывания стержня.

**Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков использования принципа максимума для уравнения теплопроводности.

**Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков доказательства теоремы единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод интеграла Фурье решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.

**Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков использования формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

**Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков доказательства единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.

**Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Гармонические функции. Формулы Грина.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков использования основных свойств.

**Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теоремы о среднем для гармонической функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков доказательства теорем о среднем для гармонической функции.

**Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Принцип максимума для гармонической функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков доказательства принципа максимума для гармонической функции.

**Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Интегральное представление гармонической функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков поиска фундаментального решения уравнения Лапласа.

**Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Исследование единственности решения.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения внутренней и внешней задач Дирихле для уравнения Лапласа.

**Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определение функции Грина и ее основные свойства.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом функции Грина.

**Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Метод функции Грина решения внутренней и внешней задачи Дирихле для шара (формула Пуассона).

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции.

**Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Производные гармонической функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Исследование поведения гармонической функции и ее производных на бесконечности.

**Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Единственность решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков исследования единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.

**Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области методом разделения переменных.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков применения метода разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.

**Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Формула Пуассона.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных.

**Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя - гармонические функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Потенциалы простого и двойного слоя - гармонические функции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Потенциалы простого и двойного слоя - гармонические функции.

**Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Поверхности Ляпунова.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Приобретение практических навыков исследования геометрических свойств поверхности Ляпунова.

**Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Прямое значение потенциала двойного слоя.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Прямое значение потенциала двойного слоя.

**Тема 38. Интеграл Гаусса.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Интеграл Гаусса.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Интеграл Гаусса.

**Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Потенциал двойного слоя.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Вычисление предельных значений потенциала двойного слоя.

#### Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.

##### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

Правильная нормальная производная потенциала простого слоя.

##### *лабораторная работа (1 часа(ов)):*

Вычисление предельных значений правильной нормальной производной потенциала простого слоя.

#### Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.

##### *лекционное занятие (1 часа(ов)):*

Вывод интегральных уравнений теории потенциала.

##### *лабораторная работа (1 часа(ов)):*

Приобретение практических навыков решения интегральных уравнений теории потенциала.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
12.	Тема 12. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)	5		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
15.	Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.	5		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
16.	Тема 16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.	5		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
17.	Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.	5		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
18.	Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня	5		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
19.	Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.	5		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
20.	Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	5		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
21.	Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.	6		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
22.	Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
23.	Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
24.	Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
25.	Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
26.	Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
27.	Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
28.	Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
29.	Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
30.	Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
31.	Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.	6		подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
32.	Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
33.	Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.	6		подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
34.	Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
35.	Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя - гармонические функции.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
36.	Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
37.	Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
38.	Тема 38. Интеграл Гаусса.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
39.	Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
40.	Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
41.	Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.	6		подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
	Итого				108	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету и экзамену. При подготовке к сдаче зачета и экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Приобретение навыков классификации линейных уравнений с частными производными второго порядка

### **Тема 2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Приобретение навыков приведения уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду

### **Тема 3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Приобретение навыков приведения к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными

### **Тема 4. Вывод основных уравнений математической физики**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вывод уравнения теплопроводности

### **Тема 5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны с помощью формулы Даламбера

### **Тема 6. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.

### **Тема 7. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны (стоячие волны)**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

### **Тема 8. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

### **Тема 9. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

### **Тема 10. Метод разделения переменных решения задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

### **Тема 11. Теорема единственности решения основных граничных задач для волнового уравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 12. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 13. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 14. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения (метод спуска)**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 15. Сравнение решений задачи Коши в двумерном и трехмерном случаях.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

письменная работа , примерные вопросы:

Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.

**Тема 22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 24. Гармонические функции. Формулы Грина.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 25. Теоремы о среднем для гармонической функции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 26. Принцип максимума для гармонической функции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 27. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 29. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 30. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 31. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 32. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 33. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

письменная работа , примерные вопросы:

Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области методом разделения переменных.

**Тема 34. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 35. Потенциалы простого и двойного слоя - гармонические функции.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 36. Геометрические свойства поверхности Ляпунова.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 37. Прямое значение потенциала двойного слоя.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 38. Интеграл Гаусса.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 39. Предельные значения потенциала двойного слоя.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 40. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема 41. Интегральные уравнения теории потенциала.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы по теме. Обсуждение. Решение задач.

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Для итогового контроля предусмотрено проведение зачета и экзамена.

Примерные вопросы на зачет:

1. Задачи на классификацию приведение уравнений второго порядка к каноническому виду,
2. Задачи вывод основных уравнений математической физики,
3. Решение задач для уравнений параболического, гиперболического и эллиптического типа методами разделения переменных,
4. Решение задач для уравнений гиперболического типа на основе интегральных представлений решений (формул Даламбера, Пуассона, Кирхгофа).

Вопросы для экзамена:

1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка
2. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.
3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
4. Вывод уравнения колебаний струны.
5. Вывод уравнения колебаний мембраны.
6. Вывод уравнения теплопроводности в твердом теле.
7. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.
8. Формула Пуассона решения задачи Коши для трехмерного волнового уравнения.
9. Формула Пуассона решения задачи Коши для двумерного волнового уравнения.
10. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения.
11. Теорема единственности решения основных граничных задач для одномерного гиперболического уравнения.
12. Решение однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.
13. Обоснование метода Фурье решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны.
14. Анализ решения первой краевой задачи для однородного уравнения



колебаний струны (стоячие волны).

15. Метод разделения переменных решения задачи о вынужденных колебаниях струны.

16. Теорема о единственности решения основных краевых задач для уравнения теплопроводности.

17. Метод разделения переменных решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности стержня.

18. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности стержня. Анализ полученного решения.

19. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

20. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

21. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье.

22. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

23. Исследование единственности решения основных граничных задач для эллиптического уравнения.

24. Теоремы о среднем для гармонической функции.

25. Принцип максимума для гармонической функции.

26. Поведение гармонической функции и ее производных на бесконечности.

27. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Исследование единственности решения.

28. Исследование единственности решения внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа.

29. Метод разделения переменных решения внутренней и внешней задач Дирихле для круга методом разделения переменных.

30. Интегральное представление гармонической функции.

31. Метод функции Грина решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение функции Грина и ее основные свойства.

32. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для шара методом функции Грина (формула Пуассона).

33. Потенциалы простого и двойного слоя --- гармонические функции.

34. Прямое значение потенциала двойного слоя.

35. Интеграл Гаусса.

36. Предельные значения потенциала двойного слоя.

37. Предельные значения правильной нормальной производной потенциала простого слоя.

38. Прямое значение потенциала простого слоя. Непрерывность потенциала простого слоя.

39. Сведение основных краевых задач для уравнения Лапласа к интегральным уравнениям

### 7.1. Основная литература:

1. Карчевский М. М. Лекции по уравнениям математической физики / М. М. Карчевский; Казан. гос. ун-т. Казань: Казанский государственный университет, 2009. 148, [1] с.: ил.; 21. Библиогр. в конце кн. (15 назв.), 200.

2. Соболева Е.С., Фатеева Г.М. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики. - М.: Физматлит, 2012. - 96 с. [e.lanbook.com](http://e.lanbook.com) [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=5295](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=5295)
3. Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие. - М.: Физматлит, 2009. - 192 с. <http://e.lanbook.com/view/book/2181/>
4. Емельянов В.М., Рыбакина Е.А. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 224 с. <http://e.lanbook.com/view/book/140/>
5. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. ?Издание 2-е, стереотипное. ?Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. ?400 с.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы: учебное пособие / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова. ?Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008. ?227 с.
2. Бушманова, Г. В. Уравнения математической физики: [учебное пособие] / Г. В. Бушманова; Федер. гос. авт. образоват. учреждение высш. проф. образования "Казан. (Приволж.) федер. ун-т". ?[2-е изд., испр.]. ?Казань: [Казанский университет], 2011. ?126 с.
3. Сабитов К. Б. Уравнения математической физики: Учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" и "Физика" / К.Б.Сабитов. ?М.: Высш. шк., 2003. ?255с.: граф.. ?Библиогр.: 251-252. ?ISBN 5-06-004676-1.
4. Агошков, Валерий Иванович. Методы решения задач математической физики: [учебное пособие] / В. И. Агошков, П. Б. Дубовский, В. П. Шутяев; Под ред. Г. И. Марчука. ?Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. ?320 с.; 22. ?Библиогр.: с. 316-320. ?ISBN 5-9221-0257-5, 3000.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

- Википедия - <http://ru.wikipedia.org>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>  
Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://www.intuit.ru>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Уравнения математической физики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое моделирование .



Автор(ы):

Карчевский М.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.