

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Методы оптимизации БЗ.Б.8

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическая кибернетика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кораблев А.И.

**Рецензент(ы):**

Павлова М.Ф.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Миссаров М. Д.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Кораблев А.И. кафедры анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий, Anatol.Korablev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины "Методы оптимизации" является изучение экстремальных свойств процессов и систем, используемых экономикой, техникой, наукой. Изучаются методы решения задач математического программирования и основы теорий оптимального управления и вариационного исчисления. Данная дисциплина опирается на дисциплины "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Дифференциальные уравнения", "ЭВМ и программирование", и служит базой для дисциплины "Теория игр и исследование операций".

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б3.Б.8 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 6 семестре для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения", "ЭВМ и программирование", и служит базой для дисциплины "Теория игр и исследование операций".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|--|--|
| ПК-1<br>(профессиональные компетенции) | способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой |
| ПК14<br>(профессиональные компетенции) | способность владения методикой преподавания учебных дисциплин  |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные методы решения задач линейного и нелинейного программирования, включая негладкие задачи, и уметь реализовать эти методы на ЭВМ.

2. должен уметь:

составлять математические модели практических экстремальных задач.

3. должен владеть:

знаниями об основных методах решения задач линейного и нелинейного программирования.

умение решать задачи оптимального управления и вариационного исчисления и знать подходы к их решению.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Введение.<br>История становления<br>и перспективы<br>развития методов<br>оптимизации.<br>Оптимизационные<br>математические<br>модели(критерий<br>оптимальности,<br>ограничения задачи).<br>Примеры<br>математических<br>моделей. Постановка<br>задачи<br>математического<br>программирования.<br>Задачи линейного и<br>нелинейного<br>программирования. | 6       |                    | 2   | 0                       | 2                      |                           |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 2. | Тема 2. Линейное программирование (ЛП). Постановка задачи ЛП в форме неравенств и ее геометрический смысл. Метод дополнительных переменных. Опорные планы и псевдопланы задачи ЛП. Теорема о соответствии опорного плана и крайней точки допустимого множества. Идеи прямого симплекс-метода. Обоснование возможности перехода от одного опорного плана к другому с уменьшением линейной формы. Теорема оптимальности опорного плана. | 6       |                    | 4   | 0                       | 4                      |                           |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 3. | Тема 3. Теорема о неограниченности линейной формы на допустимом множестве.<br>Симплексная таблица.<br>Формулы пересчета коэффициентов разложения векторов-столбцов матрицы ограничений.<br>Алгоритм прямого симплекс-метода.<br>Метод искусственного базиса.<br>Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы).<br>Пример.<br>Двойственные задачи ЛП и их основные свойства.<br>Двойственный симплекс-метод.<br>Пример.Метод потенциалов для решения транспортной задачи | 6       |                    | 6   | 0                       | 10                     |                           |
| 4. | Тема 4. Элементы выпуклого анализа.<br>Выпуклые множества и выпуклые функции.<br>Примеры.<br>Исследование на выпуклость многомерной функции с помощью одномерной функции.<br>Теорема о выпуклости и замкнутости лебегова множества выпуклой функции.<br>Постановка задачи выпуклого программирования(ВП) и ее геометрический смысл. Свойства задачи ВП.   | 6       |                    | 4   | 0                       | 4                      |                           |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 5. | Тема 5. Градиент функции и его геометрический смысл. Градиентное неравенство. Неравенство для функций, градиент которых удовлетворяет условию Липшица. Неравенства-следствия. Лемма Фаркаша. Критерий оптимальности задачи ВП(в частности, теорема Куна-Таккера). Субградиент функции. Способ вычисления субградиентов для функции максимума.                                  | 6       |                    | 4   | 0                       | 4                      |                           |
| 6. | Тема 6. Методы нелинейного программирования. Методы одномерной минимизации(метод деления отрезка пополам, метод ?золотого? сечения). Градиентный метод(метод наискорейшего спуска), метод покоординатного спуска, метод Ньютона, метод сопряженных градиентов для безусловной минимизации гладких функций. Общая схема методов возможных направлений для условной минимизации. | 6       |                    | 6   | 0                       | 6                      |                           |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 7. | Тема 7. Полный шаг в методах возможных направлений и способ его вычисления. Метод условного градиента, метод проекции градиента, метод Ньютона, метод возможных направлений Зойтендейка для условной минимизации гладких функций. Метод Лагранжа. Метод штрафных функций. Метод обобщенного градиентного спуска(метод опорных элементов) для условной минимизации недифференцируемых выпуклых функций. Методы отыскания точки выпуклого множества. | 6       |                    | 8   | 0                       | 6                      |                           |
| 8. | Тема 8. Вариационное исчисление и оптимальное управление. Постановка задачи вариационного исчисления. Примеры задач вариационного исчисления. Уравнение Эйлера(с обоснованием). Примеры использования уравнения Эйлера. Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина(с выводом). Пример использования принципа максимума. Проблема синтеза.   | 6       |                    | 2   | 0                       | 0                      |                           |
|    | Тема . Итоговая форма контроля   | 6       |                    | 0   | 0                       | 0                      | экзамен                   |



| N     | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-------|---------------------------------|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|       |                                 |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| Итого |                                 |         |                    | 36  | 0                       | 36                     |                           |

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Введение. История становления и перспективы развития методов оптимизации. Оптимизационные математические модели(критерий оптимальности, ограничения задачи). Примеры математических моделей. Постановка задачи математического программирования. Задачи линейного и нелинейного программирования.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

История становления и перспективы развития методов оптимизации. Оптимизационные математические модели(критерий оптимальности, ограничения задачи). Примеры математических моделей. Постановка задачи математического программирования. Задачи линейного и нелинейного программирования.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Математические модели задач линейного и нелинейного программирования

**Тема 2. Линейное программирование(ЛП). Постановка задачи ЛП в форме неравенств и ее геометрический смысл. Метод дополнительных переменных. Опорные планы и псевдопланы задачи ЛП. Теорема о соответствии опорного плана и крайней точки допустимого множества. Идеи прямого симплекс-метода. Обоснование возможности перехода от одного опорного плана к другому с уменьшением линейной формы. Теорема оптимальности опорного плана.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Линейное программирование(ЛП). Постановка задачи ЛП в форме неравенств и ее геометрический смысл. Метод дополнительных переменных. Опорные планы и псевдопланы задачи ЛП. Теорема о соответствии опорного плана и крайней точки допустимого множества. Идеи прямого симплекс-метода. Обоснование возможности перехода от одного опорного плана к другому с уменьшением линейной формы. Теорема оптимальности опорного плана.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Постановка задачи ЛП в форме неравенств и ее геометрический смысл. Метод дополнительных переменных. Опорные планы и псевдопланы задачи ЛП. Идеи прямого симплекс-метода.

**Тема 3. Теорема о неограниченности линейной формы на допустимом множестве. Симплексная таблица. Формулы пересчета коэффициентов разложения векторов-столбцов матрицы ограничений. Алгоритм прямого симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы). Пример. Двойственные задачи ЛП и их основные свойства. Двойственный симплекс-метод. Пример.Метод потенциалов для решения транспортной задачи**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Теорема о неограниченности линейной формы на допустимом множестве. Симплексная таблица. Формулы пересчета коэффициентов разложения векторов-столбцов матрицы ограничений. Алгоритм прямого симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы). Пример. Двойственные задачи ЛП и их основные свойства. Двойственный симплекс-метод. Пример.

**лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Симплексная таблица. Формулы пересчета коэффициентов . Алгоритм прямого симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы).

**Тема 4. Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Исследование на выпуклость многомерной функции с помощью одномерной функции. Теорема о выпуклости и замкнутости лебегова множества выпуклой функции. Постановка задачи выпуклого программирования(ВП) и ее геометрический смысл. Свойства задачи ВП.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Исследование на выпуклость многомерной функции с помощью одномерной функции. Теорема о выпуклости и замкнутости лебегова множества выпуклой функции. Постановка задачи выпуклого программирования(ВП) и ее геометрический смысл. Свойства задачи ВП.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества и выпуклые функции. Исследование на выпуклость многомерной функции с помощью одномерной функции. Постановка задачи выпуклого программирования(ВП) и ее геометрический смысл.

**Тема 5. Градиент функции и его геометрический смысл. Градиентное неравенство. Неравенство для функций, градиент которых удовлетворяет условию Липшица. Неравенства-следствия. Лемма Фаркаша. Критерий оптимальности задачи ВП(в частности, теорема Куна-Таккера). Субградиент функции. Способ вычисления субградиентов для функции максимума.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Градиент функции и его геометрический смысл. Градиентное неравенство. Неравенство для функций, градиент которых удовлетворяет условию Липшица. Неравенства-следствия. Лемма Фаркаша. Критерий оптимальности задачи ВП(в частности, теорема Куна-Таккера). Субградиент функции. Способ вычисления субградиентов для функции максимума.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Градиент функции и его геометрический смысл. Критерий оптимальности задачи ВП(в частности, теорема Куна-Таккера). Субградиент функции. Способ вычисления субградиентов для функции максимума.

**Тема 6. Методы нелинейного программирования. Методы одномерной минимизации(метод деления отрезка пополам, метод ?золотого? сечения). Градиентный метод(метод наискорейшего спуска), метод покоординатного спуска, метод Ньютона, метод сопряженных градиентов для безусловной минимизации гладких функций. Общая схема методов возможных направлений для условной минимизации.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Методы нелинейного программирования. Методы одномерной минимизации(метод деления отрезка пополам, метод ?золотого? сечения). Градиентный метод(метод наискорейшего спуска), метод покоординатного спуска, метод Ньютона, метод сопряженных градиентов для безусловной минимизации гладких функций. Общая схема методов возможных направлений для условной минимизации.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Градиентный метод(метод наискорейшего спуска), метод покоординатного спуска, метод Ньютона, метод сопряженных градиентов для безусловной минимизации гладких функций.

**Тема 7. Полный шаг в методах возможных направлений и способ его вычисления. Метод условного градиента, метод прекции градиента, метод Ньютона, метод возможных направлений Зойтендейка для условной минимизации гладких функций. Метод Лагранжа. Метод штрафных функций. Метод обобщенного градиентного спуска(метод опорных элементов) для условной минимизации недифференцируемых выпуклых функций. Методы отыскания точки выпуклого множества.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Полный шаг в методах возможных направлений и способ его вычисления. Метод условного градиента, метод проекции градиента, метод Ньютона, метод возможных направлений Зойтендейка для условной минимизации гладких функций. Метод Лагранжа. Метод штрафных функций. Метод обобщенного градиентного спуска(метод опорных элементов) для условной минимизации недифференцируемых выпуклых функций. Методы отыскания точки выпуклого множества.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Метод условного градиента, метод проекции градиента, метод Ньютона, метод возможных направлений Зойтендейка для условной минимизации гладких функций. Метод обобщенного градиентного спуска(метод опорных элементов) для условной минимизации недифференцируемых выпуклых функций.

**Тема 8. Вариационное исчисление и оптимальное управление. Постановка задачи вариационного исчисления. Примеры задач вариационного исчисления. Уравнение Эйлера(с обоснованием). Примеры использования уравнения Эйлера. Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина(с выводом). Пример использования принципа максимума. Проблема синтеза.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вариационное исчисление и оптимальное управление. Постановка задачи вариационного исчисления. Примеры задач вариационного исчисления. Уравнение Эйлера(с обоснованием). Примеры использования уравнения Эйлера. Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина(с выводом). Пример использования принципа максимума. Проблема синтеза.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел Дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Введение. История становления и перспективы развития методов оптимизации. Оптимизационные математические модели(критерий оптимальности, ограничения задачи). Примеры математических моделей. Постановка задачи математического программирования. Задачи линейного и нелинейного программирования. | 6       |                 | реферат                               | 9                      | проверка реферата                     |

| N  | Раздел<br>Дисциплины   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 2. | Тема 2. Линейное программирование(ЛП). Постановка задачи ЛП в форме неравенств и ее геометрический смысл. Метод дополнительных переменных. Опорные планы и псевдопланы задачи ЛП. Теорема о соответствии опорного плана и крайней точки допустимого множества. Идеи прямого симплекс-метода. Обоснование возможности перехода от одного опорного плана к другому с уменьшением линейной формы. Теорема оптимальности опорного плана. | 6       |                    | реферат  | 9                         | проверка реферата                           |

| N  | Раздел<br>Дисциплины   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 3. | <p>Тема 3. Теорема о неограниченности линейной формы на допустимом множестве.<br/>Симплексная таблица. Формулы пересчета коэффициентов разложения векторов-столбцов матрицы ограничений. Алгоритм прямого симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы). Пример. Двойственные задачи ЛП и их основные свойства. Двойственный симплекс-метод. Пример. Метод потенциалов для решения транспортной задачи</p> | 6       |                    | подготовка к контрольной работе                | 9                         | проверка контрольной работы                 |
| 4. | <p>Тема 4. Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Исследование на выпуклость многомерной функции с помощью одномерной функции. Теорема о выпуклости и замкнутости лебегова множества выпуклой функции. Постановка задачи выпуклого программирования(ВП) и ее геометрический смысл. Свойства задачи ВП.</p>  | 6       |                    | реферат  | 9                         | проверка реферата                           |

| N  | Раздел Дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 5. | <p>Тема 5. Градиент функции и его геометрический смысл. Градиентное неравенство. Неравенство для функций, градиент которых удовлетворяет условию Липшица. Неравенства-следствия. Лемма Фаркаша. Критерий оптимальности задачи ВП(в частности, теорема Куна-Таккера). Субградиент функции. Способ вычисления субградиентов для функции максимума.</p>                                  | 6       |                 | реферат                               | 9                      | проверка реферата                     |
| 6. | <p>Тема 6. Методы нелинейного программирования. Методы одномерной минимизации(метод деления отрезка пополам, метод ?золотого? сечения). Градиентный метод(метод наискорейшего спуска), метод покоординатного спуска, метод Ньютона, метод сопряженных градиентов для безусловной минимизации гладких функций. Общая схема методов возможных направлений для условной минимизации.</p> | 6       |                 | рефератреферат                        | 9                      | проверка реферата                     |

| N  | Раздел<br>Дисциплины   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 7. | Тема 7. Полный шаг в методах возможных направлений и способ его вычисления. Метод условного градиента, метод проекции градиента, метод Ньютона, метод возможных направлений Зойтендейка для условной минимизации гладких функций. Метод Лагранжа. Метод штрафных функций. Метод обобщенного градиентного спуска(метод опорных элементов) для условной минимизации недифференцируемых выпуклых функций. Методы отыскания точки выпуклого множества. | 6       |                    | подготовка к контрольной работе                | 9                         | проверка контрольной работы                 |
| 8. | Тема 8. Вариационное исчисление и оптимальное управление. Постановка задачи вариационного исчисления. Примеры задач вариационного исчисления. Уравнение Эйлера(с обоснованием). Примеры использования уравнения Эйлера. Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина(с выводом). Пример использования принципа максимума. Проблема синтеза.   | 6       |                    | реферат  | 9                         | проверка реферата                           |
|    | Итого  |         |                    |  | 72                        |   |

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Введение. История становления и перспективы развития методов оптимизации. Оптимизационные математические модели(критерий оптимальности, ограничения задачи). Примеры математических моделей. Постановка задачи математического программирования. Задачи линейного и нелинейного программирования.**

проверка реферата, примерные темы:

Математические модели задач оптимизации

**Тема 2. Линейное программирование(ЛП). Постановка задачи ЛП в форме неравенств и ее геометрический смысл. Метод дополнительных переменных. Опорные планы и псевдопланы задачи ЛП. Теорема о соответствии опорного плана и крайней точки допустимого множества. Идеи прямого симплекс-метода. Обоснование возможности перехода от одного опорного плана к другому с уменьшением линейной формы. Теорема оптимальности опорного плана.**

проверка реферата, примерные темы:

Метод дополнительных переменных. Обоснование формул пересчета симплексных таблиц.

**Тема 3. Теорема о неограниченности линейной формы на допустимом множестве. Симплексная таблица. Формулы пересчета коэффициентов разложения векторов-столбцов матрицы ограничений. Алгоритм прямого симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы). Пример. Двойственные задачи ЛП и их основные свойства. Двойственный симплекс-метод. Пример.Метод потенциалов для решения транспортной задачи**

проверка контрольной работы, примерные вопросы:

Алгоритм прямого симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы).

**Тема 4. Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Исследование на выпуклость многомерной функции с помощью одномерной функции. Теорема о выпуклости и замкнутости лебегова множества выпуклой функции. Постановка задачи выпуклого программирования(ВП) и ее геометрический смысл. Свойства задачи ВП.**



проверка реферата, примерные темы:

Некоторые свойства задач выпуклого программирования.

**Тема 5. Градиент функции и его геометрический смысл. Градиентное неравенство. Неравенство для функций, градиент которых удовлетворяет условию Липшица. Неравенства-следствия. Лемма Фаркаша. Критерий оптимальности задачи ВП(в частности, теорема Куна-Таккера). Субградиент функции. Способ вычисления субградиентов для функции максимума.**

проверка реферата, примерные темы:

Неравенства-следствия. Лемма Фаркаша. Критерий оптимальности задачи ВП(теорема Куна-Таккера).

**Тема 6. Методы нелинейного программирования. Методы одномерной минимизации(метод деления отрезка пополам, метод ?золотого? сечения). Градиентный метод(метод наискорейшего спуска), метод покоординатного спуска, метод Ньютона, метод сопряженных градиентов для безусловной минимизации гладких функций. Общая схема методов возможных направлений для условной минимизации.**

проверка реферата, примерные темы:

Метод сопряженных градиентов для безусловной минимизации гладких функций.

**Тема 7. Полный шаг в методах возможных направлений и способ его вычисления. Метод условного градиента, метод проекции градиента, метод Ньютона, метод возможных направлений Зойтендейка для условной минимизации гладких функций. Метод Лагранжа. Метод штрафных функций. Метод обобщенного градиентного спуска(метод опорных элементов) для условной минимизации недифференцируемых выпуклых функций. Методы отыскания точки выпуклого множества.**

проверка контрольной работы, примерные вопросы:

Алгоритм прямого симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Модифицированный симплекс-метод(метод обратной матрицы).

**Тема 8. Вариационное исчисление и оптимальное управление. Постановка задачи вариационного исчисления. Примеры задач вариационного исчисления. Уравнение Эйлера(с обоснованием). Примеры использования уравнения Эйлера. Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина(с выводом). Пример использования принципа максимума. Проблема синтеза.**

проверка реферата, примерные темы:

Пример использования принципа максимума Понтрягина. Проблема синтеза.

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Билеты для экзамена:

- ◆ 1.
  1. Теорема о соответствии опорного плана и крайней точки допустимого множества (с доказательством).
  2. Метод штрафных функций.
- ◆ 2.
  1. Вывод симплексного метода (Обоснование способа перехода от одного опорного плана к другому).
  2. Решение задачи отыскания точки выпуклого множества.
- ◆ 3.
  1. Обоснование возможности перехода от одного опорного плана к другому в симплексном методе с уменьшением линейной формы.
  2. Геометрический смысл методов условного градиента и обобщенного градиентного спуска.
- ◆ 4.

1. Теорема (критерий) оптимальности опорного плана. Доказательство теоремы.
2. Постановка и геометрический смысл задачи выпуклого программирования. Метод проекции градиента и метод центров для ее решения (без обоснования сходимости).
- ◆ 5.
  1. Симплексная таблица в прямом симплекс-методе.
  2. Метод наискорейшего спуска. Теорема его сходимости (с доказательством).
- ◆ 6.
  1. Метод искусственного базиса (с обоснованием).
  2. Теорема о глобальном и локальном минимуме (с доказательством).
- ◆ 7.
  1. Симплексные таблицы в методе обратной матрицы и способ их пересчета (без обоснования метода).
  2. Теорема сходимости метода обобщенного градиентного спуска (с доказательством).
- ◆ 8.
  1. Лемма о ранге матрицы ограничений транспортной задачи с доказательством. (Привести вид матрицы).
  2. Полный шаг в методах возможных направлений. Его геометрический смысл и способ отыскания.
- ◆ 9.
  1. Метод потенциалов для решения транспортной задачи (с обоснованием).
  2. Метод покоординатного спуска (без обоснования сходимости).
- ◆ 10.
  1. Обоснование способа нахождения вектора, входящего в базис в методе потенциалов.
  2. Метод штрафных функций. Его геометрический смысл.
- ◆ 11.
  1. Алгоритм симплексного метода (без обоснования).
  2. Геометрический смысл субградиента. Отыскание субградиента для функции максимума (с обоснованием способа отыскания). Метод обобщенного градиентного спуска (без обоснования сходимости). Его геометрический смысл и реализация для гладких функций.
- ◆ 12.
  1. Теорема оптимальности (критерий оптимальности) опорного плана (с доказательством).
  2. Общая схема методов возможных направлений (понятия возможного направления, подходящего направления, полного шага). Способы построения подходящего направления в методах условного градиента и проекции градиента.
- ◆ 13.
  1. Опорный план транспортной задачи. Доказательство опорности плана, построенного методом "северо-западного" угла.
  2. Метод наискорейшего спуска и его геометрический смысл. Теорема сходимости метода (с доказательством).
- ◆ 14.
  1. Метод обратной матрицы (без обоснования).
  2. Метод условного градиента. Его геометрический смысл. Теорема сходимости метода (с доказательством).
- ◆ 15.
  1. Модифицированный симплекс-метод (с обоснованием).
  2. Способы отыскания точки выпуклого множества.

### 7.1. Основная литература:

1. Кашина О.А. Методы оптимизации. Часть I. Элементы теории экстремальных задач [Текст] / О.А. Кашина, А.И. Кораблев: - Казань: изд-во КГУ, 2008. - 84 с.
2. Кашина, О. А.. Методы оптимизации: учебное пособие / О. А. Кашина, А. И. Кораблев; Казан. гос. ун-т, Фак. вычисл. математики и кибернетики. Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008.; 21.
- Ч. 2: Численные методы решения экстремальных задач. 2011. 143 с. Библиогр.: с. 138-143 (39 назв.), 150 .?
3. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации. - М.: Физматлит, 2008. - 320с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2184)
4. Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации. - М.: Лань, 2011. - 352с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1552](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1552)
5. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. - М.: Физматлит, 2011. - 384с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2330](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2330)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Заботин Я. И. Лекции по линейному программированию: Учеб. Пособие. Казань. Изд-во КГУ. 1986.
2. Пшеничный Б. Н., Данилин Ю. М. Численные методы в экстремальных задачах. М.: Наука. 1975. 320 с.
3. Сухарев А.Г. Курс методов оптимизации [Текст] / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - М.: Физматлит, 2005. - 368 с.
4. Кашина О.А, Кораблев А.И. Электронный курс "Методы оптимизации" <http://zilant.kpfu.ru/course/view.php?id=17260>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ - <http://kek.ksu.ru/EOS/MO/index.html>
- СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ - <http://kek.ksu.ru/EOS/Simplex/index.htm>
- СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД: Режим демонстрации - <http://kek.ksu.ru/EOS/sim/index.html>
- СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ (архив лекций) - <http://kek.ksu.ru/kek2/os.php>
- СПЕЦ. ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ - <http://kek.ksu.ru/EOS/SGMP/index.html>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методы оптимизации" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическая кибернетика .

Автор(ы):

Кораблев А.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Павлова М.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.