

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Дополнительные главы математического анализа Б2.В.2

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическая кибернетика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Желтухин В.С. , Сидоров А.М.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 911515

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Желтухин В.С. ; доцент, к.н. (доцент) Сидоров А.М.  
кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Anatoly.Sidorov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Математический анализ 2" являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.В.2 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Дисциплина "Математический анализ 2" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Дисциплине "Математический анализ" предшествует общематематическая подготовка в объеме средней общеобразовательной школы или технического колледжа,

Освоение данной дисциплины как предшествующей необходимо при изучении следующих дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Дифференциальные уравнения;
- Уравнения математической физики;
- Численные методы;

и остальные специальные дисциплины, курсы по выбору.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, геометрии, алгебры и начал математического анализа;
- основные понятия линейной алгебры;

2. должен уметь:

- производить действия с числами;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- использовать тригонометрические тождества для преобразования тригонометрических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- решать тригонометрические уравнения;
- выполнять геометрические построения;
- доказывать математические утверждения;
- вычислять определители;
- выполнять действия над матрицами;

3. должен владеть:

- приемами вычислений на калькуляторе инженерного типа;
- навыками использования математических справочников.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять на практике основные методы математического анализа.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

- 86 баллов и более - "отлично" (отл.);  
71-85 баллов - "хорошо" (хор.);  
55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);  
54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.	3		14	0	10	контрольная работа домашнее задание
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3		14	0	11	домашнее задание
3.	Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	3		15	0	11	домашнее задание
4.	Тема 4. Элементы теории поля.	3		14	0	11	домашнее задание
5.	Тема 5. Ряды и интеграл Фурье	3		15	0	11	контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			72	0	54	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.

###### **лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано для функций многих переменных. Понятие локального экстремума функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Понятие условного экстремумам функции. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.

###### **лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Решение задач на нахождение локального экстремума функции. Решение задач на нахождение условного экстремума функции. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции в области.

##### Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.

###### **лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость по параметру собственного интеграла. Формула Лейбница. Понятие несобственного интеграла, зависящего от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственного интеграла по параметру. Вычисление интегралов Дирихле и Эйлера-Пуассона. Эйлеровы интегралы.

**лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Решение задач на нахождение области сходимости интегралов и исследование на равномерную сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Вычисление интегралов путём дифференцирования и интегрирование по параметру. Вычисление интегралов с помощью интегралов Дирихле, Эйлера-Пуассона и бета- и гамма-функций Эйлера.

**Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.**

**лекционное занятие (15 часа(ов)):**

Мера Жордана в  $n$ -мерном пространстве и её свойства. Определение и свойства кратного интеграла Римана. Криволинейные интегралы первого и второго родов и их свойства. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Поверхностные интегралы первого и второго родов и их свойства. Вычисление кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Вычисление площадей и объёмов с помощью двойных и тройных интегралов.

**лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Вычисление кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Вычисление площадей и объёмов с помощью двойных и тройных интегралов.

**Тема 4. Элементы теории поля.**

**лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Градиент. Дивергенция и вихрь векторного поля. Поток вектора через поверхность. Циркуляция вектора. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса. Соленоидальные и потенциальные векторные поля.

**лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Решение задач на нахождение основных объектов теории поля.

**Тема 5. Ряды и интеграл Фурье**

**лекционное занятие (15 часа(ов)):**

Понятие тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана. Формула Дирихле. Сходимость тригонометрического ряда Фурье в точке. Понятие интеграла Фурье. Представление функции в виде интеграла Фурье. Понятие преобразования Фурье и обратного преобразования Фурье.

**лабораторная работа (11 часа(ов)):**

Решение задач на разложение функций в тригонометрический ряд Фурье и представление функций интегралом Фурье.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.	3		выполнение домашнего задания	16	домашнее задание
				выполнение контрольной работе	4	контрольная работа

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3		выполнение домашнего задания	15	домашнее задание
3.	Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	3		выполнение домашнего задания	25	домашнее задание
4.	Тема 4. Элементы теории поля.	3		подготовка домашнего задания выполнение домашнего задания	20	домашнее задание
5.	Тема 5. Ряды и интеграл Фурье	3		подготовка к контрольной работе подготовка к контрольной работе	10	контрольная работа
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

## **Тема 1. Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано для функций многих переменных. Понятие локального экстремума функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Понятие условного экстремумам функции. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.

контрольная работа , примерные вопросы:

Исследование функций на локальный экстремум. Исследование функций на условный экстремум. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции в области.

## **Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Теоремы о непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости собственного интеграла, зависящего от параметра и их обобщения. Понятие равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости, собственном и несобственном интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интеграл Дирихле. Бета- и гамма-функции Эйлера и их свойства. График гамма-функции.

## **Тема 3. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Внутренние и внешние меры Жордана и их свойства. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства меры Жордана. Свойства множеств, измеримых по Жордану. Приведение измеримых множеств. Теорема об измеримости правильного множества. Теорема о графике. Интегральные суммы Дарбу. Теорема Дарбу-Римана. Свойства кратного интеграла Римана. Первая и вторая теоремы Фубини. Замена переменных в кратном интеграле. Полярная, сферическая и цилиндрическая системы координат. Кривые в n-мерном пространстве. Гладкие кривые. Ориентация кривой. Для на кривой. Касательный вектор. Параметризация с помощью длины дуги кривой. Криволинейные интегралы первого и второго родов и их свойства. Физический смысл криволинейных интегралов первого и второго родов.. Формула Грина. Криволинейные интегралы, не зависящие от пути интегрирования. Гладкая поверхность. Касательная плоскость и нормаль. Ориентация поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго родов и их свойства.

## **Тема 4. Элементы теории поля.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Градиент. Дивергенция и вихрь векторного поля. Поток вектора через поверхность. Циркуляция вектора. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса. Соленоидальные и потенциальные векторные поля.

## **Тема 5. Ряды и интеграл Фурье**

контрольная работа , примерные вопросы:

Понятие тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана. Формула Дирихле. Сходимость тригонометрического ряда Фурье в точке. Комплексная запись тригонометрического ряда Фурье. Интеграл Фурье. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов, в том числе:

контрольные работы - всего 40 баллов;

выполнение домашних самостоятельных заданий - 10 баллов.

Студент допускается к экзамену, если он набрал по текущей работе не менее 26 баллов.

Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.



Для обеспечения самостоятельной работы студентов предлагается одна домашняя расчетная работа с индивидуальными заданиями. Общее количество заданий по каждой работе - более 50.

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов, в том числе:

- контрольные работы - всего 40 баллов;
- выполнение домашних самостоятельных заданий - 10 баллов.

Студент допускается к экзамену, если он набрал по текущей работе не менее 26 баллов. Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Тематика домашних самостоятельных работ:

Номера заданий даны по сборнику задач и упражнений по математическому анализу, автор Б.П.Демидович.

Тема 1: Экстремум, условный экстремум функции многих переменных. ♦♦ 3622-3646 (четные); 3655-3669 (нечетные)

Тема 2: Интегралы, зависящие от параметра. ♦♦ 3790-3820 (четные), 3756-3770 (четные), 3813-3821 (нечетные), 3844-3864 (четные).

Тема 3 Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. ♦♦ 3916-3952 (четные), 3984-3998 (четные), 4007-7033 (нечетные), 4036-4046 (четные), 4076-4092 (четные), 4101-4121 (нечетные), 4221-4241 (нечетные), 4250-4274 (четные), 4279-4291 (нечетные), 4343-4349 (нечетные).

Тема 4: Элементы теории поля. ♦♦ 4401-4413 (нечетные), 4441-4447 (нечетные).

Тема 5: Ряды и интеграл Фурье. ♦♦ 2939-2957 (нечетные)

## 7.1. Основная литература:

1. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах: [для студентов 1 курса физ. фак.] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев; Казан. гос. ун-т, Физ. фак..?Казань: [Казан. гос. ун-т], 2006.?69 с.

2.Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. ? Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .? (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый. <URL:http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223.pdf>.

3.Балашова, Елизавета Яковлевна. Математический анализ: учеб.-метод. пособие для студентов естественнонауч. специальностей / Е. Я. Балашова; Казан. гос. ун-т, Экон. фак., Каф. экономики.?Казань: Казан. гос. ун-т, 2005.?58 с.: табл., граф.; 21.?ISBN 5-98180-146-8, 100.

4. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие / Г.Н. Берман.?[22-е изд., перераб.].?Санкт-Петербург: Профессия, 2005.?432 с.: ил.; 21.?(Специалист).?ISBN 5-93913-009-7, 5000.

5. Демидович, Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие для вузов / Б.П.Демидович.?М.: АСТ: Астрель, 2004.?558с..?ISBN 5-17-010062-0((АСТ)).?ISBN 5-271-03601-4(( Астрель)).

6. Шерстнев, Анатолий Николаевич. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие для мат. специальностей и направлений ун-тов / А. Н. Шерстнев.?Издание 4-е .?Казань: Казанский государственный университет, 2005.?373с.: граф.; 29.?Указ. имен., предм., обозначений: с.365-372.?Библиогр.: с.4.?ISBN 5-98180-151-4, 500.

7.Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) .

Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .?

[http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)

8. Натансон И.П. Теория функций вещественного переменного. Теория функций вещественного переменного. - Сб.: Лань, 2008. - 560с

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=284](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284)

9. Марон И.А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной. - Сб.: Лань, 2008. - 400с

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=254](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=254)

10. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - Сб.: Лань, 2005. - 160с

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=377](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Сидоров А. М. Числовые ряды: учебное пособие, Казань: Изд-во Казан.гос.ун-та, 2009.-48с.

2. Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Основы математического анализа: [учебник] / Г. М. Фихтенгольц. ?Изд. 4-е , стер. ?СПб.: Лань, 2004. ?(Учебники для вузов, Специальная литература).

[Ч.] 1. ?2004. ?440 с.: ил. ?На тит. л. место изд.: М. ?Алф. указ.: с.434-440. ?ISBN 5-9511-0010-0. ?ISBN 5-8114-0190-6((Ч.1)).

3. Сборник задач по математическому анализу: [в 3 т.] / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. ?Изд. 2-е, перераб. и доп. ?Москва: Физматлит, 2010. ?; 22. ?ISBN 978-5-9221-0305-3((в пер.)), 1000.

4. Введение в анализ: учебно-методическое пособие / Казан. (Приволж.) федер. ун-т; [авт.-сост.: к.ф.-м.н., доц. Р. Н. Гумеров, к.ф.-м.н., доц. Ф. Ф. Султанбеков]. ?Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2011. ?51 с.: ил.; 21. ?Библиогр.: с. 51 (10 назв.), 100

5. Зорич, Владимир Антонович. Математический анализ задач естествознания / В.А. Зорич. ?Москва: Изд-во МЦНМО, 2008. ?135 с.; 21. ?Библиогр.: с. 114-124 и в подстроч. примеч. ?ISBN 978-5-94057-392-0, 400.

6. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.]. ?М.: Эдиториал УРСС, 2004. ?(АнтиДемидович).

Т. 1: Математический анализ: введение в анализ, производная, интеграл / И. И. Ляшко [и др.]. ?2004. ?358,[1] с.: ил. ?ISBN 5-354-00657-0.

7. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.] / И. И. Ляшко [и др.]. ?М.: Едиториал УРСС, 2005. ?(АнтиДемидович).

Т. 2: Математический анализ: ряды, функции вектор. аргумента. ?2005. ?222, [1] с.; 24. ?ISBN 5-354-01083-7.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://exponenta.ru>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://www.intuit.ru>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algotlist.manual.ru/>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы математического анализа" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическая кибернетика .

Автор(ы):

Желтухин В.С. \_\_\_\_\_

Сидоров А.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.