

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Математический анализ Б2.Б.1**

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Численные методы

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Желтухин В.С. , Сидоров А.М.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 919015

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Желтухин В.С. ; доцент, к.н. (доцент) Сидоров А.М. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Anatoly.Sidorov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Математический анализ 1" являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.1 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Дисциплина "Математический анализ 1" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика и информатика".

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Дисциплине "Математический анализ" предшествует общематематическая подготовка в объеме средней общеобразовательной школы или технического колледжа,

Освоение данной дисциплины как предшествующей необходимо при изучении следующих дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Дифференциальные уравнения;
- Уравнения математической физики;
- Численные методы;

и остальные специальные дисциплины, курсы по выбору.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	способность и готовность к письменной и устной коммуникации на родном языке
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, геометрии, алгебры и начал математического анализа;
- основные понятия линейной алгебры;

2. должен уметь:

- производить действия с числами;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- использовать тригонометрические тождества для преобразования тригонометрических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- решать тригонометрические уравнения;
- выполнять геометрические построения;
- доказывать математические утверждения;
- вычислять определители;
- выполнять действия над матрицами;

3. должен владеть:

- приемами вычислений на калькуляторе инженерного типа;
- навыками использования математических справочников.

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применять на практике основные методы математического анализа.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных(ые) единиц(ы) 504 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 1 семестре; зачет и экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория вещественных чисел	1		6	0	5	домашнее задание
2.	Тема 2. Числовые последовательности	1		6	0	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Предел функции в точке	1		6	0	13	домашнее задание
4.	Тема 4. Непрерывность функции в точке	1		6	0	4	контрольная работа домашнее задание
5.	Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной	1		8	0	10	домашнее задание
6.	Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков	1		4	0	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций	1		4	0	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Формула Тейлора	1		6	0	7	домашнее задание
9.	Тема 9. Исследование функций с помощью производной	1		4	0	14	контрольная работа домашнее задание
10.	Тема 10. Неопределенный интеграл	1		4	0	8	домашнее задание
11.	Тема 11. Определенный интеграл Римана и его свойства	2		10	0	4	домашнее задание
12.	Тема 12. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Тейлора	2		6	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Геометрические приложения интеграла Римана	2		4	0	10	контрольная работа домашнее задание
14.	Тема 14. Несобственный интеграл	2		6	0	6	домашнее задание
15.	Тема 15. Числовые ряды	2		2	0	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Сходимость знакопостоянных рядов	2		4	0	6	домашнее задание
17.	Тема 17. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды	2		4	0	6	домашнее задание
18.	Тема 18. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.	2		6	0	6	домашнее задание
19.	Тема 19. Степенные ряды	2		4	0	6	контрольная точка домашнее задание
20.	Тема 20. Евклидово пространство	2		4	0	2	домашнее задание
21.	Тема 21. Отображения в евклидовых пространствах	2		4	0	4	домашнее задание
22.	Тема 22. Дифференцируемость отображения. Частные производные.	2		6	0	8	домашнее задание
23.	Тема 23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	2		6	0	4	домашнее задание
24.	Тема 24. Локальный экстремум функции многих переменных	2		6	0	6	контрольная работа домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			126	0	144	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Теория вещественных чисел

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Элементы теории множеств. Действительные числа. Свойство непрерывности. Аксиома Архимеда. Точные грани множества. Отображения, способы их задания. Обратная функция. Топология числовой прямой

#### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Метод математической индукции. Бином Ньютона. Операции над множествами.

### Тема 2. Числовые последовательности

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Монотонные последовательности: признак сходимости, теорема Кантора о вложенных отрезках, теоремы Больцано-Вейерштрасса, верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности. Монотонные последовательности: признак сходимости, теорема Кантора о вложенных отрезках, теоремы Больцано-Вейерштрасса, верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности

#### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Решение задач на применение критерия Коши и теоремы Вейерштрасса, вычисление пределов числовых последовательностей

### Тема 3. Предел функции в точке

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Предел функции: определения по Коши и Гейне, эквивалентность определений, различные типы пределов, пределы монотонных функций, критерий Коши существования предела функции

#### **лабораторная работа (13 часа(ов)):**

Вычисление пределов функций по определению, с помощью эквивалентностей и "замечательных" пределов

### Тема 4. Непрерывность функции в точке

#### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Непрерывность функции в точке: свойства функций непрерывных в точке, непрерывность сложной функции. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке. Непрерывность элементарных функций.

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Исследование функций на непрерывность. Построение эскизов графиков функций.

### Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Производная функции одной переменной: определение, вычисление производных от элементарных функций. Критерий существования производной в точке. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения и частного; производная обратной функции; производная сложной функции. Дифференциал функции: критерий дифференцируемости функции; свойства дифференциала. Геометрический смысл производной и дифференциала. Односторонние и бесконечные производные. Дифференцирование параметрически заданных функций.

**лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Техника дифференцирования.

**Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.

**Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Основные теоремы для дифференцируемых функций: теорема Ферма; теорема Ролля о нулях производной; теорема Лагранжа, следствия; обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на применение теорем Ролля, Лагранжа и Коши.

**Тема 8. Формула Тейлора**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Формула Тейлора: с остаточным членом в форме Лагранжа; с остаточным членом в форме Пеано; теорема о единственности разложения по формуле Тейлора; разложение элементарных функций в ряд Маклорена; вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Правило Лопиталья.

**лабораторная работа (7 часа(ов)):**

Разложение функций по формуле Тейлора. Вычисление пределов по правилу Лопиталья.

**Тема 9. Исследование функций с помощью производной**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Исследование функций с помощью производной: возрастание и убывание функции, монотонность функции, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты.

**лабораторная работа (14 часа(ов)):**

Исследование функций с помощью производной.

**Тема 10. Неопределенный интеграл**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Неопределенный интеграл: определение, теорема об общем виде первообразной, свойства определенного интеграла. Интегрирование с помощью замены переменной. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Техника интегрирования.

**Тема 11. Определённый интеграл Римана и его свойства**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Определённый интеграл Римана: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, определение, необходимое условие интегрируемости функции. Интегральные суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла Римана.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.



## **Тема 12. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Тейлора**

### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Интеграл с переменным верхним пределом, свойства (непрерывность, дифференцируемость, существование первообразной непрерывной функции). Вычисление определенных интегралов: формула Ньютона - Лейбница, замена переменной, формула интегрирования по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Оценка интегралов с помощью теоремы о среднем

## **Тема 13. Геометрические приложения интеграла Римана**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Площадь криволинейной трапеции в декартовой и полярной системах координат. Длина дуги плоской и пространственной кривой. Объем и площадь поверхности тела вращения.

### **лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Вычисление площадей, длин дуг, объёмов, площадей поверхностей вращения с помощью интеграла Римана.

## **Тема 14. Несобственный интеграл**

### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Определение. Сходимость. Критерий Коши. Арифметические свойства. Признаки сравнения. Абсолютно сходящиеся несобственные интегралы. Интеграл с несколькими особенностями. Интеграл в смысле главного значения.

### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Вычисление несобственных интегралов. Исследование интегралов на сходимость, на абсолютную и условную сходимость.

## **Тема 15. Числовые ряды**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Числовые ряды: необходимое условие сходимости числового ряда, свойства сходящихся числовых рядов, критерий Коши сходимости числового ряда.

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Числовые ряды: необходимое условие сходимости числового ряда, свойства сходящихся числовых рядов, критерий Коши сходимости числового ряда.

## **Тема 16. Сходимость знакопостоянных рядов**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Ряды с неотрицательными членами: критерий сходимости числового ряда с неотрицательными членами; теорема сравнения. Признаки сходимости числового ряда с неотрицательными членами: интегральный признак, признак Даламбера, радикальный признак Коши, следствие.

### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование сходимости числовых рядов со знакопостоянными членами.

## **Тема 17. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды: определение, свойства сходящихся рядов. Знакопередающиеся ряды, теорема Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля сходимости числовых рядов. Теорема Римана, иллюстрирующий пример.

### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование числовых рядов на абсолютную и условную сходимость.

## **Тема 18. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.**

### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Сходимость функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Нахождение области сходимости функциональных рядов. Исследование функциональных рядов и последовательностей на равномерную сходимость.

**Тема 19. Степенные ряды**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Свойства степенных рядов.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Нахождение радиуса и интервала сходимости степенных рядов. Разложение функции в степенные ряды.

**Тема 20. Евклидово пространство**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие  $n$ -мерного евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Сходимость последовательностей в  $n$ -мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Проверка аксиом нормы, вычисление пределов векторных последовательностей.

**Тема 21. Отображения в евклидовых пространствах**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Предел и непрерывность функций, заданных в : пределы функции в точке, по множеству, по направлению, повторные пределы; непрерывность функции в точке, непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных функций на компакте: теорема Вейерштрасса, теорема Кантора, теорема Больцано-Коши.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление пределов отображений. Исследование отображений на непрерывность.

**Тема 22. Дифференцируемость отображения. Частные производные.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Частные производные и дифференцируемость функций в : определение частной производной в ; необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке; дифференцируемость сложной функции; первый дифференциал, его свойства; формула конечных приращений. Касательная плоскость, вектор нормали к графику функции; производная по направлению, градиент. Производные и дифференциалы высших порядков, теорема Шварца. Инвариантность дифференциалов высших порядков относительно замены переменных. Формула Тейлора.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Вычисление производных и дифференциалов функций.

**Тема 23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о смешанных производных. формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано для функций многих переменных.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков. Замена переменных в выражениях, содержащих обыкновенные и частные производные.

**Тема 24. Локальный экстремум функции многих переменных**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Экстремумы функций многих переменных: необходимое условие существования экстремума в точке; необходимое условие существования локального минимума (локального максимума) в точке; достаточное условие существования экстремума в точке.

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Исследование функций на локальный экстремум.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория вещественных чисел	1		выполнение домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Числовые последовательности	1		выполнение домашнего задания	8	домашнее задание
3.	Тема 3. Предел функции в точке	1		выполнение домашнего задания	10	домашнее задание
4.	Тема 4. Непрерывность функции в точке	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
5.	Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	12	домашнее задание
6.	Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков	1		выполнение домашнего задания	8	домашнее задание
7.	Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций	1		выполнение домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
8.	Тема 8. Формула Тейлора	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	10	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Исследование функций с помощью производной	1		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
10.	Тема 10. Неопределенный интеграл	1		выполнение домашнего задания	12	домашнее задание
11.	Тема 11. Определённый интеграл Римана и его свойства	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	6	домашнее задание
12.	Тема 12. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Тейлора	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	6	домашнее задание
13.	Тема 13. Геометрические приложения интеграла Римана	2		выполнение домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
14.	Тема 14. Несобственный интеграл	2		выполнение домашнего задания	6	домашнее задание
15.	Тема 15. Числовые ряды	2		выполнение домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
16.	Тема 16. Сходимость знакопостоянных рядов	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	6	домашнее задание
17.	Тема 17. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
18.	Тема 18. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	6	домашнее задание
19.	Тема 19. Степенные ряды	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания выполнение домашнего задан	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная точка
20.	Тема 20. Евклидово пространство	2		выполнение домашнего задания	4	домашнее задание
21.	Тема 21. Отображения в евклидовых пространствах	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	2	домашнее задание
22.	Тема 22. Дифференцируемость отображения. Частные производные.	2		выполнение домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
23.	Тема 23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	2		выполнение домашнего задания	4	домашнее задание
24.	Тема 24. Локальный экстремум функции многих переменных	2		выполнение домашнего задания выполнение домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
Итого					162	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия преподавателю рекомендуется:

1. Провести экспресс-опрос (устно или в тестовой форме) по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома (с оценкой).

Любой практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Теория вещественных чисел**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач методом математической индукции. Доказательство свойств точных граней числовых множеств.

### **Тема 2. Числовые последовательности**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление пределов числовых последовательностей. Решение задач на теорему Вейерштрасса, критерий Коши.

### **Тема 3. Предел функции в точке**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление пределов основных элементарных функций.

### **Тема 4. Непрерывность функции в точке**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва функций, исследование характера этих точек.

контрольная работа , примерные вопросы:

- 1-2. Найти предел последовательности
3. Найти предел рациональной функции в точке
4. Найти предел тригонометрической функции в точке
- 5-6. Найти пределы трансцендентных функций в точке

### **Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на понятие производной и дифференциала. Техника дифференцирования. Производная обратной функции. Производная функций, заданных параметрически неявно.

### **Тема 6. Производные и дифференциалы высших порядков**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление производных и дифференциалов высших порядков. Формула Лейбница.

### **Тема 7. Основные теоремы для дифференцируемых функций**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на применение теорем Ролля, Лагранжа и Коши.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти производную функции в точке 2. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя 3. Вычислить предел функции, используя формулу Тейлора 4. Исследовать функцию и построить график

### **Тема 8. Формула Тейлора**

домашнее задание , примерные вопросы:

Разложение функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов.

### **Тема 9. Исследование функций с помощью производной**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование функций на возрастание и убывание. Нахождение точек перегиба. Экстремумы функций. Построение графиков функций по характерным точкам.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти производную функции в точке 2. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя 3. Вычислить предел функции, используя формулу Тейлора 4. Исследовать функцию и построить график

### **Тема 10. Неопределенный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

Техника интегрирования.

### **Тема 11. Определённый интеграл Римана и его свойства**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление интеграла по определению

### **Тема 12. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Тейлора**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление определённых интегралов Римана.

### **Тема 13. Геометрические приложения интеграла Римана**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление площадей, длин дуг, объёмов, площадей поверхностей вращения с помощью определённых интегралов.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычислить неопределенный интеграл, используя замену переменной 2. Вычислить неопределенный интеграл, используя формулу интегрирования по частям 3. Вычислить неопределенный интеграл, используя различные приемы интегрирования. 4. Найти площадь плоской фигуры 5. Найти длину дуги 6. Найти объем тела вращения

### **Тема 14. Несобственный интеграл**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление несобственных интегралов. Исследование несобственных интегралов на сходимость, абсолютную и условную сходимость.

### **Тема 15. Числовые ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Необходимое условие сходимости числового ряда, свойства сходящихся числовых рядов, критерий Коши сходимости числового ряда.

контрольная работа , примерные вопросы:

### **Тема 16. Сходимость знакопостоянных рядов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование сходимости числовых рядов со знакопостоянными членами.

### **Тема 17. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование числовых рядов на абсолютную и условную сходимость.

### **Тема 18. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение области сходимости функциональных рядов. Исследование функциональных рядов и последовательностей на равномерную сходимость.

### **Тема 19. Степенные ряды**

домашнее задание , примерные вопросы:

Нахождение радиуса и интервала сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.

контрольная точка , примерные вопросы:

1. Исследовать на сходимость несобственный интеграл 2. Исследовать на сходимость знакопостоянный числовой ряд 3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд 4. Исследовать на равномерную сходимость функциональный ряд 5. Найти область сходимости степенного ряда. 6. Разложить функцию в степенной ряд

### **Тема 20. Евклидово пространство**

домашнее задание , примерные вопросы:

Понятие n-мерного евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Сходимость последовательностей в n-мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества.

### **Тема 21. Отображения в евклидовых пространствах**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление пределов отображений. Исследование отображений на непрерывность.

### **Тема 22. Дифференцируемость отображения. Частные производные.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление частных производных и дифференциалов функций.

контрольная работа , примерные вопросы:

### **Тема 23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление частных производных и дифференциалов функций высших порядков. Замена переменных в выражениях, содержащих обыкновенные производные, в выражениях, содержащих частные производные.

### **Тема 24. Локальный экстремум функции многих переменных**

домашнее задание , примерные вопросы:

Исследование функций на локальный экстремум.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычислить частные производные, проверив равенство 2. Найти дифференциал первого и второго порядка неявной функции 3. Преобразовать выражение, сделав замену переменных 4. Исследовать на экстремум функцию многих переменных

### **Тема . Итоговая форма контроля**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Примерные вопросы к экзамену:

1 семестр



Множества. Операции над множествами. Функция. Образ и прообраз множества при отображении. Биекция. Равномощные множества. Счетные множества и их свойства. График числовой функции. Функции, заданные неявно. Обратная функция. Монотонная функция и обратная к ней. Операции над числовыми функциями.

Аксиоматическое определение действительных чисел. Точная верхняя и точная нижняя грани числового множества. Характеристическое свойство точной верхней грани. Топология числовой прямой (окрестности, проколотые окрестности, открытые и замкнутые множества, предельные и изолированные точки множества). Теорема Вейерштрасса. Расширенная числовая прямая.

Предел числовой последовательности. Подпоследовательность. Свойство подпоследовательностей сходящейся последовательности. Элементарные свойства предела последовательности (единственность, свойство "зажатой" последовательности, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические свойства). Сходимость монотонных ограниченных последовательностей. Лемма о вложенных отрезках. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности. Число  $e$ . Фундаментальные последовательности и критерий Коши. Теорема Кантора о несчетности множества действительных чисел. Пределы в расширенной числовой прямой.

Предел функции в точке. Эквивалентность определений. Свойства предела: единственность, свойство "зажатой" функции, ограниченность функции в окрестности точки существования предела, арифметические свойства, критерий Коши существования предела функции в точке, свойство сохранения знака. Первый и второй замечательные пределы. Асимптотические равенства. Эквивалентные функции и их свойства. Основные эквивалентности.

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных в точке функций: ограниченность в окрестности точки непрерывности, сохранение знака, арифметические свойства, непрерывность суперпозиции. Точки разрыва. Свойства непрерывной на отрезке функции: ограниченность, достижение точных граней, обращение функции в нуль, свойство промежуточных значений. Равномерная непрерывность. Лемма о подпоследовательности. Непрерывность обратной функции.

## II. Дифференцирование.

Касательная к кривой. Дифференцируемость функции в точке. Определение производной функции в точке. Касательное отображение. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Однозначная определенность производной. Арифметические свойства операции дифференцирования. Дифференцирование суперпозиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля и Коши, формула Лагранжа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа. Локальная формула Тейлора. Единственность представления функции локальной формулой Тейлора. Формулы Тейлора для основных элементарных функций. Возрастание и убывание функций на отрезке. Необходимое условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума (2 условия). Выпуклость кривой в точке. Точки перегиба. Асимптоты.

## 2 семестр

Задача, приводящие к понятию интеграла Римана. Определения интеграла Римана (на языке последовательностей, на языке " $\square$  -  $\square$ "). Необходимое условие интегрируемости функции. Множества лебеговой меры нуль и их свойства. Теорема Лебега (формулировка). Интегрируемость монотонной функции. Свойства интеграла Римана: линейность, интегрируемость произведения и модуля. Свойство аддитивности интеграла Римана относительно области интегрирования. Свойства интеграла, связанные с неравенствами. Теорема о среднем. Свойство непрерывности интеграла как функции своего верхнего предела. Теорема о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям и замена переменной в интеграле Римана. Верхний и нижний интегралы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывной функции. Геометрические приложения интеграла Римана.

Несобственные интегралы: определение, свойства, критерий Коши, формула Ньютона-Лейбница. Интегралы от неотрицательных функций: признаки сравнения. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Дирихле и Абеля.

Евклидовы пространства (основные понятия). Топология евклидова пространства. Компактные множества в евклидовых пространствах. Критерий компактности, теорема Вейерштрасса. Векторные последовательности. Характеризация замкнутых множеств и предельных точек в терминах последовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел отображения в точке, равносильность определений, свойства. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных функций на компактных множествах: ограниченность и равномерная непрерывность, достижение точных граней, достижение промежуточных значений.

Числовые ряды: определение, арифметические свойства, критерий Коши, необходимое условие сходимости. Ряд Лейбница. Признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, признак Раабе. Абсолютно сходящиеся ряды. Признаки Абеля и Дирихле. Связь несобственных интегралов с рядами. Интегральный признак сходимости ряда.

Равномерная сходимость функциональных последовательностей, критерий равномерной сходимости, непрерывность предельной функции. Равномерная сходимость функциональных рядов: критерий Коши, признак Вейерштрасса, признаки Дирихле и Абеля. Операции над функциональными рядами. Степенные ряды: первая теорема Абеля, формулы для нахождения радиуса сходимости. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование степенного ряда. Ряд Тейлора.

Линейные отображения в евклидовых пространствах и их представление матрицей. Обратимые линейные отображения. Норма линейного отображения и ее свойства. Касательное отображение и его свойства: однозначность, непрерывность дифференцируемого отображения, дифференцируемость сложной функции. Частные производные. Матрица Якоби, формула полной производной. Арифметические свойства функций многих переменных. Условия дифференцируемости отображений. Касательная плоскость. Непрерывно дифференцируемые отображения. Непрерывные вектор-функции. Интеграл от непрерывной вектор-функции. Необходимое условие локального экстремума. Оценочная формула Лагранжа. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования. Достаточные условия локального экстремума.

## 7.1. Основная литература:

1. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах: [для студентов 1 курса физ. фак.] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев; Казан. гос. ун-т, Физ. фак..?Казань: [Казан. гос. ун-т], 2006.?69 с.
2. Анчиков, Анатолий Михайлович. Введение в математический анализ в вопросах и задачах [Текст : электронный ресурс] / А.М. Анчиков, Р.Л. Валиуллин, Р.А. Даишев ; Казан. гос. ун-т, Физ. фак. ? Электронные данные (1 файл: 0,35 Мб) .? (Казань : Научная библиотека Казанского федерального университета, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый. <URL:http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-759223.pdf>.
3. Балашова, Елизавета Яковлевна. Математический анализ: учеб.-метод. пособие для студентов естественнонауч. специальностей / Е. Я. Балашова; Казан. гос. ун-т, Экон. фак., Каф. экономики.?Казань: Казан. гос. ун-т, 2005.?58 с.: табл., граф.; 21.?ISBN 5-98180-146-8, 100.
4. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие / Г.Н. Берман.?[22-е изд., перераб.].?Санкт-Петербург: Профессия, 2005.?432 с.: ил.; 21.?(Специалист).?ISBN 5-93913-009-7, 5000.

5. Демидович, Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие для вузов / Б.П.Демидович. М.: АСТ: Астрель, 2004. 558с. ISBN 5-17-010062-0((АСТ)). ISBN 5-271-03601-4(( Астрель)).
6. Шерстнев, Анатолий Николаевич. Конспект лекций по математическому анализу: учебное пособие для мат. специальностей и направлений ун-тов / А. Н. Шерстнев. Издание 4-е. Казань: Казанский государственный университет, 2005. 373с.: граф.; 29. Указ. имен., предм., обозначений: с.365-372. Библиогр.: с.4. ISBN 5-98180-151-4, 500.
7. Шерстнев, Анатолий Николаевич (д-р физ.-мат. наук ; 1938 -) .  
Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев. Изд. 5-е. Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб). (Казань : Казанский государственный университет, 2009). Загл. с экрана. Режим доступа: открытый.  
[http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_33\\_2009\\_000165.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf)
8. Натансон И.П. Теория функций вещественного переменного. Теория функций вещественного переменного. - Сб.: Лань, 2008. - 560с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=284](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284)
9. Марон И.А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной. -Сб.: Лань, 2008. - 400с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=254](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=254)
10. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. - Сб.: Лань, 2005. - 160с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=377](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=377)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Сидоров А. М. Числовые ряды: учебное пособие, Казань: Изд-во Казан.гос.ун-та, 2009.-48с.
2. Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Основы математического анализа: [учебник] / Г. М. Фихтенгольц. Изд. 4-е, стер.. СПб.: Лань, 2004. (Учебники для вузов, Специальная литература).  
[Ч.] 1. 2004. 440 с.: ил. На тит. л. место изд.: М. Алф. указ.: с.434-440. ISBN 5-9511-0010-0. ISBN 5-8114-0190-6((Ч.1)).
3. Сборник задач по математическому анализу: [в 3 т.] / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. Изд. 2-е, перераб. и доп.. Москва: Физматлит, 2010. 22. ISBN 978-5-9221-0305-3((в пер.)), 1000.
4. Введение в анализ: учебно-методическое пособие / Казан. (Приволж.) федер. ун-т; [авт.-сост.: к.ф.-м.н., доц. Р. Н. Гумеров, к.ф.-м.н., доц. Ф. Ф. Султанбеков]. Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2011. 51 с.: ил.; 21. Библиогр.: с. 51 (10 назв.), 100
5. Зорич, Владимир Антонович. Математический анализ задач естествознания / В.А. Зорич. Москва: Изд-во МЦНМО, 2008. 135 с.; 21. Библиогр.: с. 114-124 и в подстроч. примеч.. ISBN 978-5-94057-392-0, 400.
6. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.]. М.: Эдиториал УРСС, 2004. (АнтиДемидович).  
Т. 1: Математический анализ: введение в анализ, производная, интеграл / И. И. Ляшко [и др.]. 2004. 358, [1] с.: ил. ISBN 5-354-00657-0.
7. Справочное пособие по высшей математике: [в 5 т.] / И. И. Ляшко [и др.]. М.: Едиториал УРСС, 2005. (АнтиДемидович).  
Т. 2: Математический анализ: ряды, функции вектор. аргумента. 2005. 222, [1] с.; 24. ISBN 5-354-01083-7.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Интернет-ресурсы по математике - <http://exponenta.ru>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Численные методы .

Автор(ы):

Желтухин В.С. \_\_\_\_\_

Сидоров А.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.