

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талорский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
**Дискретная математика Б3.Б.1**

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системное программирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Васильев А.В. , Пшеничный П.В.

**Рецензент(ы):**

Замов Н.К.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Латыпов Р. Х.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 951115

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Васильев А.В. кафедра системного анализа и информационных технологий отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Alexander.Vasiliev@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Пшеничный П.В. кафедра системного анализа и информационных технологий отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Pavel.Pchenitchnyi@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Дискретная математика" ставит своей целью ознакомление студентов с важнейшими разделами дискретной математики и ее применением в математической кибернетике. В процессе обучения прививаются навыки свободного обращения с такими дискретными объектами как функции алгебры логики, автоматные функции, машины Тьюринга, рекурсивные функции, графы и вырабатывается представление о проблематике теории кодирования, синтеза управляющих систем. Во всех разделах дисциплины большое внимание уделяется построению алгоритмов для решения задач дискретной математики. Это способствует более глубокому пониманию проблематики теории алгоритмов, ее возможностей и трудностей, помогает строить алгоритмы для решения дискретных задач.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1, 2 курсах, 2, 3 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 1 и 2 курсах во 2 и 3 семестрах для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика".

Изучение основывается на результатах изучения дисциплин "Алгебра и геометрия", "Математическая логика", "Математический анализ".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- место и роль дискретной математики в общей системе математического образования

2. должен уметь:

- ориентироваться в задачах дискретной математики

3. должен владеть:

- теоретическими знаниями о важнейших разделах дискретной математики — алгебре логики, теории автоматов, теории рекурсивных функций; теории графов, теории кодирования, комбинаторном анализе; синтезе управляющих систем;

- навыками свободного обращения с такими дискретными объектами как функции алгебры логики, автоматные функции, машины Тьюринга, рекурсивные функции, графы

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины отсутствует во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение.	2		2	0	0	
2.	Тема 2. Элементы комбинаторики.	2		2	0	0	
3.	Тема 3. Алгебра логики.	2		24	0	0	коллоквиум
4.	Тема 4. Минимизация булевых формул.	2		8	0	0	творческое задание
5.	Тема 5. Булевы функции.	3		0	0	30	
6.	Тема 6. Схемы из функциональных элементов.	3		4	0	0	
7.	Тема 7. Ограниченно - детерминированные (автоматные) функции.	3		8	0	8	
8.	Тема 8. Основы теории графов.	3		8	0	4	
9.	Тема 9. Основы теории кодирования.	3		8	0	8	
10.	Тема 10. Алгоритмы и вычислимость.	3		8	0	4	
.	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
Итого				72	0	54	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Введение.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Место дискретной математики в системе математического образования. Дискретная математика и математическая кибернетика. Соотношение между непрерывным и дискретным подходами к изучению различных явлений.

### Тема 2. Элементы комбинаторики.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Перестановки, размещения, сочетания, сочетания с повторениями, их число. Бином Ньютона. Оценки значения  $n!$ .

### Тема 3. Алгебра логики.

#### **лекционное занятие (24 часа(ов)):**

Алгебра логики. Функции алгебры логики (булевы функции). Формулы. Реализация функций формулами. Эквивалентность формул. Свойства элементарных функций. Принцип двойственности. Стандартные представления функций алгебры логики. Полнота и замкнутость, примеры полных систем. Важнейшие замкнутые классы.

### Тема 4. Минимизация булевых формул.

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Дизъюнктивные нормальные формы. Понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Проблема минимизации ДНФ. Постановка задачи минимизации ДНФ в геометрической форме. Сокращенная ДНФ и её роль в минимизации ДНФ. Методы построения сокращенной ДНФ. Методы нахождения тупиковых ДНФ. Некоторые однозначно получаемые ДНФ. Понятие локального алгоритма.

### Тема 5. Булевы функции.

#### **лабораторная работа (30 часа(ов)):**

Таблица истинности. Выполнимость и общезначимость. СДНФ, СКНФ, полиномы Жегалкина. Существенные и фиктивные переменные. Классы L, M, S, T0, T1. Критерий полноты. Базисы в  $P_2$ .

### Тема 6. Схемы из функциональных элементов.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие схемы из функциональных элементов (СФЭ) в базисе {И, ИЛИ, НЕ}. Задача синтеза СФЭ и подходы к её решению. Элементарные методы синтеза СФЭ. Синтез двоичного сумматора.

### Тема 7. Ограниченно - детерминированные (автоматные) функции.

#### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Детерминированные функции. Задание детерминированных функций при помощи деревьев. Ограниченно - детерминированные функции. Операции над ограниченно - детерминированными функциями. Примеры полных систем. Проблема распознавания полноты систем ограниченно - детерминированных функций. Основные задачи теории автоматов.

#### **лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Распознавание свойства детерминированности функций. Дерево д.-функции. Вес дерева. Усеченное дерево. Диаграммы Мура. Канонические таблицы и канонические уравнения.

### Тема 8. Основы теории графов.

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Графы. Основные понятия теории графов. Типы графов. Способы задания графов. Изоморфизм, связность. Геометрическая реализация графов. Формула Эйлера. Понятие о теореме Понтрягина - Куратовского. Оценки числа графов. Деревья и их свойства. Корневые деревья и оценка их числа. Построение минимальных остовных деревьев. Алгоритм Краскала.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Бинарные отношения. Транзитивное замыкание бинарного отношения. Алгоритм Дейкстры, алгоритм Флойда, алгоритм Крускала, алгоритм Прима.

**Тема 9. Основы теории кодирования.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Коды. Проблематика теории кодирования. Алфавитное кодирование. Критерий однозначности декодирования. Помехоустойчивое кодирование. Коды Хэмминга. Коды с минимальной избыточностью. Метод Хаффмена.

**лабораторная работа (8 часа(ов)):**

Префиксные коды. Алгоритм проверки однозначности кодирования на основе теоремы Маркова. Сжатие информации. Архиваторы. Алгоритмы обнаружения и исправления ошибок в протоколах передачи данных.

**Тема 10. Алгоритмы и вычислимость.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Вычислимые функции. Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Рекурсивные функции, их связь с классом вычислимых функций. Тезис Тьюринга-Чёрча. Примеры невычислимых функций.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Имитация работы машины Тьюринга. Операции над машинами Тьюринга. Операторный язык задания алгоритмов. Построение простейших машин Тьюринга.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Алгебра логики.	2		подготовка к коллоквиуму	45	коллоквиум
4.	Тема 4. Минимизация булевых формул.	2		подготовка к творческому заданию	45	творческое задание
	Итого				90	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов данной дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Лабораторные занятия проходят в интерактивной форме обсуждения решения различных задач или в активной форме самостоятельного решения задач студентами.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету и экзамену. При подготовке к сдаче зачета и экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету и экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Введение.**

### **Тема 2. Элементы комбинаторики.**

### **Тема 3. Алгебра логики.**

коллоквиум , примерные вопросы:

Коллоквиум по замкнутости и полноте систем булевых функций. Примерные вопросы: 1. Характеристика класса  $T_0$  2. Характеристика класса  $T_1$  3. Характеристика класса  $L$  4. Характеристика класса  $S$  5. Характеристика класса  $M$  6. Критерий полноты систем булевых функций 7. Понятие базиса в  $P_2$ . Примеры.

### **Тема 4. Минимизация булевых формул.**

творческое задание , примерные вопросы:

Разработать программное обеспечение, реализующее различные подходы к построению минимальной и кратчайшей ДНФ.

### **Тема 5. Булевы функции.**

### **Тема 6. Схемы из функциональных элементов.**

### **Тема 7. Ограниченно - детерминированные (автоматные) функции.**

### **Тема 8. Основы теории графов.**

### **Тема 9. Основы теории кодирования.**

### **Тема 10. Алгоритмы и вычислимость.**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена.

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение коллоквиума и выполнение творческого задания.

Программа экзамена

1. Определение булевой функции, способы задания и подсчет числа функций от  $n$  переменных.
2. Определение формулы, реализация булевых функций формулами. Основные эквивалентности.
3. Двойственные функции. Принцип двойственности.

4. Разложение булевой функции по переменным. СДНФ.
5. Полнота системы функций {AND, OR, NOT}.
6. Полнота систем функций. Полнота системы, выражающей полную систему. Примеры полных систем.
7. Полиномы Жегалкина. Теорема о представлении булевых функций полиномами Жегалкина.
8. Замыкание. Свойства замыкания. Примеры замкнутых классов.
9. Классы функций, сохраняющих константы.
10. Класс самодвойственных функций и лемма о несамодвойственной функции.
11. Класс монотонных функций и лемма о немонотонной функции.
12. Класс линейных функций и лемма о нелинейной функции.
13. Теорема Поста о полноте.
14. Предполные классы. Теорема о существовании в точности 5 предполных классов.
15. Теорема о полной подсистеме из 4 функций.
16. Постановка задачи минимизации булевых функций. Тривиальный алгоритм построения минимальной и кратчайшей ДНФ.
17. Геометрическая интерпретация задачи построения минимальной и кратчайшей ДНФ.
18. Сокращенная ДНФ и метод Блейка.
19. Проблема однозначности кодирования.
20. Минимизация (оптимизация) кодирования.
21. Обнаружение и исправление ошибок. Коды Хемминга.
22. Детерминированные функции. Представление д. функций деревьями. Вес д. функций. Усеченные деревья.
23. Ограниченно-детерминированные функции. Способы задания о.-д. функций.
24. Графы. Способы задания. Геометрическая реализация. Примеры задач на графах.
25. Вычислимые функции. Машины Тьюринга. Тезис Тьюринга-Черча.

#### Варианты билетов к экзамену

##### Билет ♦ 1.

1. Понятие функции алгебры логики. Способы задания функций алгебры логики. Количество функций алгебры логики от  $n$  переменных. Элементарные функции алгебры логики.
2. Примеры задач на графах.
3. Найти вес о.-д. функции  
 $y(1) = x(1)$ ,  
 $y(t) = x(t) \& x(t-1)$ ,  $t \geq 2$ .

##### Билет ♦ 2.

1. Понятие двойственности. Принцип двойственности
2. Машины Тьюринга. Операции над машинами Тьюринга. Вычислимые функции.
3. Построить полином Жегалкина для булевой функции  $f = (0110111)$ .

##### Билет ♦ 3.

1. Разложение функции по переменным. СДНФ. СКНФ.
2. Детерминированные функции. Задание детерминированных функций деревьями. Вес дерева. Ограниченно-детерминированные функции.
3. Построить полином Жегалкина для булевой функции  $f = (1010110)$ .

##### Билет ♦ 4.

1. Класс  $M$  монотонных функций. Лемма о немонотонной функции.
2. Операция суперпозиции над детерминированными функциями. Замкнутость класса ограниченно-детерминированных функций относительно операции суперпозиции.
3. Построить сокращенную ДНФ для функции  $f = (x \sim y) \rightarrow z$ .

Билет ♦ 5.

1. Теорема о функциональной полноте систем функций алгебры логики (критерий Поста). Следствия из неё.
2. Операция введения обратной связи над детерминированными функциями. Замкнутость класса ограниченно-детерминированных функций относительно операции введения обратной связи
3. Построить полином Жегалкина для булевой функции  $f(x, y, z) = (01101100)$ .

Билет ♦ 6.

1. Сокращенная ДНФ и её роль в минимизации ДНФ.
2. Частично-рекурсивные функции. Примеры частично-рекурсивных функций.
3. Построить разделимый двоичный код с минимальной избыточностью для источника с распределением вероятностей  
 $P = (0.45, 0.15, 0.1, 0.1, 0.09, 0.05, 0.03, 0.03)$ .

Билет ♦ 7.

1. Методы построения сокращенной ДНФ.
2. Примеры невычислимых функций.
3. Эквивалентны ли формулы  $F = x \rightarrow (y \sim z)$  и  $G = (x \rightarrow y) \sim (x \rightarrow z)$  ?

Билет ♦ 8.

1. Понятие схемы из функциональных элементов (СФЭ). СФЭ в базисе {И, ИЛИ, НЕ}. Проблема синтеза СФЭ и её тривиальное решение. Уточнение задачи синтеза СФЭ и функция Шеннона.
2. Оценки числа ограниченно-детерминированных функций
3. Построить разделимый двоичный код с минимальной избыточностью для источника с распределением вероятностей  
 $P = (0.27, 0.23, 0.2, 0.1, 0.09, 0.05, 0.03, 0.03)$ .

Билет ♦ 9.

1. Класс S самодвойственных функций. Лемма о несамодвойственной функции.
2. Примеры полных систем о.-д. функций. Реализация о.-д. функций в базисе {И, ИЛИ, НЕ, функция задержки}.
3. Построить сокращенную ДНФ для функции  $f = (00110101)$ .

Билет ♦ 10.

1. Класс M монотонных функций. Лемма о немонотонной функции.
2. Тезис Черча - Тьюринга.
3. Построить полином Жегалкина для булевой функции  $F(x,y,z) = (00011001)$ .

### 7.1. Основная литература:

1. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учеб. пособие / Ф.А.Новиков. - 2-е изд.. - СПб. и др.: Питер, 2004. - 363 с.
2. Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Казан. гос. ун-т], 2006. - 78 с.  
URL: <http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-761515.pdf>.
3. Васильев, А. В. Задачи по дискретной математике для контрольных и самостоятельных работ, Булевы функции / [А. В. Васильев, Н. К. Замов, П. В. Пшеничный]. - Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2012. - 57 с. URL: [http://kpfu.ru/docs/F1292703854/Chast1\\_2012.pdf](http://kpfu.ru/docs/F1292703854/Chast1_2012.pdf)
4. Дискретная математика: Учебное пособие / В.В. Куликов. - М.: РИОР, 2007. - 174 с. URL: <http://znanium.com/bookread.php?book=126799>

5. Шевелев Ю.П. Дискретная математика. - СПб.:Лань, 2008. - 592 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=437](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=437)
6. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. - СПб.:Лань, 2010. - 368 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=536)
7. Мальцев И.А. Дискретная математика. - СПб.:Лань, 2011. - 304 с. URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=638](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=638)
8. Микони С.В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы. - СПб.:Лань, 2012. - 192 с.  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4316](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4316)

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Мальцев, И. А. Дискретная математика: учебное пособие / И. А. Мальцев. - Изд. 2-е, испр.. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2011. - 290 с.
2. Амбарцумов, Л. Г. Дискретная математика, Множества. Отображения. Отношения: учебное пособие / Л. Г. Амбарцумов; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. проф. образования "Казан. нац. исслед. техн. ун-т им. А. Н. Туполева - КАИ". - Казань: [Изд-во Казанского государственного технического университета], 2013. - 114 с.

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

- Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>  
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>  
Портал образовательных ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>  
Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>  
Сайт с учебными материалами по математическим дисциплинам - <http://www.exponenta.ru/>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Системное программирование .

Автор(ы):

Васильев А.В. \_\_\_\_\_

Пшеничный П.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Замов Н.К. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.